

## ОПТИМИЗАЦИЯ СОСТАВА СУХОЙ СТРОИТЕЛЬНОЙ СМЕСИ МЕТОДОМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

И.Э.Казимагомедов, С.Ю.Шептун

*Харьковский национальный университет строительства и  
архитектуры*

В настоящее время возрастает необходимость рационального использования сырья при производстве. Одним из направлений повышения точности дозирования является применение современных математических методов и вычислительных средств, таких как планирование эксперимента, исследование операций, математическое моделирование и др.

Применяя традиционные методики исследования [1,2,3], не удастся произвести точный подбор состава сухой строительной смеси. Поэтому все чаще прибегают к оптимизации состава сухой строительной смеси методом математического планирования эксперимента.

Необходимость использования метода математического моделирования обусловлено тем, что экспериментальный подбор оптимального состава требует большого вложения времени и средств.

В тоже время сама модель может иметь некоторую погрешность. Поэтому моделирование – это циклический процесс. Это значит, что за первым циклом может последовать второй, третий и т. д. При этом знания о исследуемом объекте расширяются и уточняются, а исходная модель постепенно совершенствуется. Неточности, обнаруженные после первого цикла моделирования, обусловленные различными факторами, можно исправить в последующих циклах. Таким образом, в методологии моделирования заложены большие возможности для самокоррекции [4-7].

В ряде публикаций [8,9] было теоретически обосновано и экспериментально подтверждено, что введение в состав сухих строительных смесей микронаполнителей способствует улучшению ряда их структурно-механических и физических свойств.

Для определения точных пропорций оптимального количества добавок необходимо провести оптимизацию состава сухой строительной смеси методом математического планирования эксперимента.

При планировании эксперимента в качестве оптимизируемых вели-

чин приняли предел прочности при сжатии и изгибе. Предельные отношения расхода цемента к расходу песка были приняты, исходя из условия обеспечения требуемой прочности. Пределы водоцементного отношения были приняты, исходя из условий гидратации цемента и удобоукладываемости смеси. Расход химических добавок к цементу был выбран на основе поисковых экспериментов и составил для пластификатора Sika - 0,5%, модифицированной целлюлозы Vermocol - 0,02% и редиспергирующего сополимерного порошка - 1% от массы цемента соответственно.

В материаловедении и технологии базовыми экспериментально-статистическими моделями являются полиномиальные модели 2-го порядка:

$$Y = A_0 + \sum_{i=1}^k A_i X_i + \sum_{i < j} A_{ij} X_i X_j + \sum_{i=1}^k A_{ii} X_i^2 \quad (1)$$

Описывающие поверхности, образованные параболоми. При этом разложении коэффициенты  $A_0$ ,  $A_i$ ,  $A_{ij}$ ,  $A_{ii}$  эквивалентны частным производным ряда Тейлора для функции  $k$ -переменных

$$f(X_1, X_2) = f(a_1, a_2) + \frac{(x_i - a_i)}{1!} \sum_{i=1}^k \frac{\partial f}{\partial x_i} | (a_1, a_2) + \\ + \frac{(x_i - a_i)(x_j - a_j)}{2!} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} | (a_1, a_2),$$

и равны:  $A_0 = f(a_1, a_2)$ ;  $A_i = \partial f(a_1, a_2) / \partial x_i$ ;

$$A_{ij} = 1 / 2! (\partial^2 f(a_1, a_2)) / \partial x_i \partial x_j ;$$

$$A_{ii} = 1 / 2! (\partial^2 f(a_1, a_2)) / \partial x_i^2 .$$

Таким образом, ковариационная матрица  $D=(x^T x)^{-1}$  не зависит от результатов эксперимента, может быть исследована до его реализации, позволяет определить численные значения вектора коэффициентов  $B$  для уравнения регрессии  $\hat{Y}$  и оценить характеристики модели и ее параметров. В данном случае планирование эксперимента по оптимизации состава ССС производили по плану полнофакторного эксперимента  $3^k$ , где  $k=2$ . Оптимальность такого плана заключается в том, что ковариационная матрица  $D$ , размером  $(k+1)*(k+1)$  – диагональна, следовательно все оценки коэффициентов независимы [6]. За переменный параметр  $X_1$  принято процентное содержание шлама по отношению к цементу, а  $X_2$  процентное содержание керамзитовой пыли по отношению к цементу. Пределы  $X_1$  и  $X_2$  приняты и ограничены условиями задачи:  $10 < X_1 < 20$ ;  $5 < X_2 < 10$ . Шаг варьирования  $X_1$  равен 5, а для  $X_2$  – 2,5.

В экспериментально-статистическом моделировании принято пере-

ходить к безразмерным переменным:

$$X_i = (X_i - X_{oi}) / \Delta X_i$$

где,  $\Delta X_i = 0,5 \cdot (X_{i\max} - X_{i\min})$ ;  $\Delta X_i = 0,5 \cdot (X_{i\max} + X_{i\min})$ , что позволяет трансформировать трехфакторную призму в куб с вершинами  $(\pm 1; \pm 1; \pm 1)$ . В ходе эксперимента было проведено  $N=9$  число опытов с  $m=2$  числом повторений каждого. Данные для планирования эксперимента приведены в табл. 1.

Таблица 1

Данные для планирования эксперимента

№ эксперимента	Значения переменных		Значения в натуральных величинах			
	$X_1$	$X_2$	Предел прочности на сжатие $Y_{\mu}$ , кгс/см <sup>2</sup>	Шлам, $X_1$ , %	Керамзитовая пыль, $X_2$ , %	Предел прочности на изгиб $Y_{\lambda}$ , кгс/см <sup>2</sup>
1	-1	-1	160	10	5	105
2	0	-1	203	15	5	112
3	+1	-1	173	20	5	108
4	-1	0	171	10	7,5	107
5	0	0	207	15	7,5	113
6	+1	0	176	20	7,5	109
7	-1	+1	165	10	10	104
8	0	+1	200	15	10	110
9	+1	+1	170	20	10	106

Исходя из этих данных, проводилось формирование матрицы планирования эксперимента, расчет вспомогательных величин для оценки коэффициентов  $b_0$ ,  $b_i$ ,  $b_{ii}$  и  $b_{ij}$  и формировались расчетные значения для нахождения коэффициентов регрессии модели  $\hat{Y}_{\mu}$  и  $\hat{Y}_{\lambda}$ . Расчетные значения коэффициентов  $b_0$ ,  $b_i$ ,  $b_{ii}$  и  $b_{ij}$  представлены ниже.

Для  $\hat{Y}_{\mu}$ :

$$b_0 = 5/9 \cdot (0Y) - 1/3 \cdot (11Y + 22Y) = 5/9 \cdot 1625 - 1/3 \cdot (1015 + 1071) = 207,44;$$

$$b_{11} = 1/2 \cdot (11Y) - 1/3 \cdot (0Y) = 1/2 \cdot 1015 - 1/3 \cdot 1625 = -34,17;$$

$$b_{22} = 1/2 \cdot (22Y) - 1/3 \cdot (0Y) = 1/2 \cdot 1071 - 1/3 \cdot 1625 = -6,17;$$

$$b_1 = 1/6 \cdot (1Y) = 1/6 \cdot 23 = 3,83;$$

$$b_2 = 1/6 \cdot (2Y) = 1/6 \cdot (-1) = -0,17;$$

$$b_{12} = 1/4 \cdot (12Y) = 1/4 \cdot (-8) = -2.$$

Для  $\hat{Y}_{\lambda}$ :

$$b_0 = 5/9 \cdot (0Y) - 1/3 \cdot (11Y + 22Y) = 5/9 \cdot 974 - 1/3 \cdot (639 + 645) = 113,11;$$

$$b_{11} = 1/2 \cdot (11Y) - 1/3 \cdot (0Y) = 1/2 \cdot 639 - 1/3 \cdot 974 = -5,17;$$

$$b_{22} = 1/2 \cdot (22Y) - 1/3 \cdot (0Y) = 1/2 \cdot 645 - 1/3 \cdot 974 = -2,17;$$

$$b_1 = 1/6 \cdot (1Y) = 1/6 \cdot 7 = 1,17;$$

$$b_2 = 1/6 \cdot (2Y) = 1/6 \cdot (-5) = -0,83;$$

$$b_{12} = 1/4 \cdot (12Y) = 1/4 \cdot (-1) = -0,25.$$

На основе рассчитанных коэффициентов получены уравнения регрессии  $\hat{Y}_\mu$  и  $\hat{Y}_\lambda$  для предела прочности на сжатие и изгиб:

$$\hat{Y}_\mu = 207,44 - 34,17 \cdot X_1^2 - 6,17 \cdot X_2^2 + 3,83 \cdot X_2 - 2 \cdot X_1 X_2$$

$$\hat{Y}_\lambda = 113,11 - 5,17 \cdot X_1^2 - 2,17 \cdot X_2^2 + 1,17 \cdot X_1 - 0,83 \cdot X_2 - 0,25 \cdot X_1 X_2$$

Значение коэффициентов регрессии находилось с помощью критерия Стьюдента. Его табличное значение для нашей выборки равно 3,18. Сравнивая абсолютные значения критерия Стьюдента рассчитанных коэффициентов для  $\hat{Y}_\mu$  ( $t_{b0} = 144,6172$ ,  $t_{b11} = -25,1073$ ,  $t_{b22} = -4,53156$ ,  $t_{b1} = 4,879037$ ,  $t_{b2} = -0,21213$ ,  $t_{b12} = -2,07846$ ) с табличными значениями можно прийти к выводу, что коэффициенты  $b_2$  и  $b_{12}$  не значимы для  $\hat{Y}_\mu$ . В тоже время исходя из рассчитанных коэффициентов для  $\hat{Y}_\lambda$  ( $t_{b0} = 596,0798$ ;  $t_{b11} = -28,7004$ ;  $t_{b22} = -12,0357$ ;  $t_{b1} = 11,22497$ ;  $t_{b2} = -8,01784$ ;  $t_{b12} = -1,96396$ ) можно сделать вывод о незначимости коэффициента  $b_{12}$ .

Окончательный вид уравнений регрессии в нормированных величинах можно представить в таком виде:

$$\hat{Y}_\mu = 207,44 - 34,17 \cdot X_1^2 - 6,17 \cdot X_2^2 + 3,83 \cdot X_1$$

$$\hat{Y}_\lambda = 113,11 - 5,17 \cdot X_1^2 - 2,17 \cdot X_2^2 + 1,17 \cdot X_1 - 0,83 \cdot X_2$$

Адекватность модели проверялась по критерию Фишера. Расчетное значение для  $\hat{Y}_\mu$  равно 135,8, а для  $\hat{Y}_\lambda$  - 232,5. Т.к. значения критерия Фишера регрессионных моделей больше табличного значения (9,01), то можно считать полученные модели адекватными.

Поверхности отклика в трехфакторном пространстве ( $\hat{Y}$ ,  $X_1$ ,  $X_2$ ), для вышеприведенных уравнений представлены на рис. 1, 2.

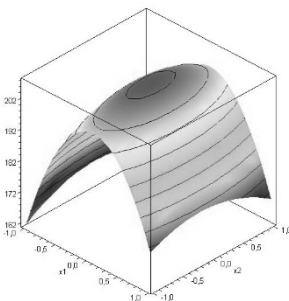


Рис. 1. Поверхность отклика, отображающая зависимость предела прочности на сжатие  $\hat{Y}_\mu$  от содержания шлама  $X_1$  и керамзитовой пыли  $X_2$

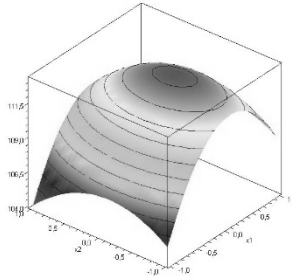


Рис. 2. Поверхность отклика, отображающая зависимость предела прочности на изгиб  $\hat{Y}_\mu$  от содержания шлама  $X_1$  и керамзитовой пыли  $X_2$

Из рис.1. видно, что максимальное значение  $\hat{Y}_\mu$  находится в окрестностях точки (0,15; 0). Из рис. 2. видно, что максимальное значение  $\hat{Y}_\lambda$  находится в окрестностях точки (0,15; -0,15). Для определения оптимального процентного содержания шлама и керамзитовой пыли проводим переход от нормированных к натуральным величинам по формулам (4.3).

Для  $\hat{Y}_\mu$  точка  $X_1 = 0,15$  соответствует наличие шлама на уровне 15,75% от массы цемента; для  $X_2 = 0$  соответствует наличие керамзитовой пыли на уровне 7,5% от массы цемента.

Для  $\hat{Y}_\lambda$  точка  $X_1 = 0,15$  соответствует наличие шлама на уровне 15,75% от массы цемента; для  $X_2 = -0,15$  соответствует наличие керамзитовой пыли на уровне 7,125% от массы цемента.

Исходя из полученных данных и учитывая технологию производства смеси, было принято решение о назначении дозировок шлама в размере 15% от массы цемента, а керамзитовой пыли в размере 7,5% от массы цемента как наиболее рациональных, исходя из современных технологических условий.

Конечный разработанный состав состоит из следующих компонентов: Цемент Пц – 500 (33 мас.ч.), песок (47 мас.ч.), пластификатор Melflux (0,5 мас. ч.), модифицированная целлюлоза Vermocoll (0,01 мас. ч.), редиспергируемый сополимерный порошок (1,0 мас. ч.), шлам 25 лет (15% от массы цемента), керамзитовая пыль (7,5% от массы цемента), вода (В/Ц – 0,7).

### *Заключение*

Методом математического планирования эксперимента, определено оптимальное содержание шлама и керамзитовой пыли в составе сухой строительной смеси для самовыравнивающихся покрытий.

## Summary

### **Dry mortar optimized using the method of mathematical planning. Theoretically determined the optimal content of sludge and expanded clay dust in the mixture.**

1. Асатурян В. И. Теория и планирование эксперимента: Учеб. пособие / В. И. Асатурян // М.: Радио и связь. 1978. 248 с. 2. Пинчук С. И. Организация эксперимента при моделировании и оптимизации технических систем: Учеб. пособие / С. И. Пинчук // Днепроп.: Дива, 2008. 248с. 3. Круг Г. К. Планирование эксперимента в задачах идентификации и экстраполяции / Г. К. Круг, Ю. А. Сосулин, В. А. Фатуев // М.: Наука, 1977. 207с. 4. Адлер Ю. П. Введение в планирование эксперимента / Ю. П. Адлер // М.: Metallurgy, 1969. 157с. 5. Бродский В. З. Введение в факторное планирование эксперимента / В. З. Бродский // М.: Наука, 1976. 224 с. 6. Вознесенский В. А. Статистические методы планирования эксперимента в технико-экономических исследованиях / В. А. Вознесенский // М.: Статистика, 1974. 192с. 7. Жаживаев Л. С. Методы планирования и обработки результатов физического эксперимента / Л. С. Жаживаев, А. А. Кишьян, Ю. И. Романиков // М.: Атомиздат, 1978. 213с. 8. Казимагомедов И. Э. Сухие строительные смеси повышенного качества / И. Э. Казимагомедов, С. Ю. Шептун // Наука молодых – интеллектуальный потенциал XXI века: Сборник докладов Международной научно-практической конференции молодых ученых и исследователей “Приоритетные направления науки и техники”. – Пенза: ПГУАС, 2014. – с. 100-103. 9. Казимагомедов И. Э. Повышение адгезионной прочности наливных полов / И. Э. Казимагомедов, С. Ю. Шептун // Збірник наукових праць Української державної академії залізничного транспорту за заг. ред. к.т.н. А. О. Каграманяна. – Харків:УкрДАЗТ,2015. – с. 182-187.