

**НЕСУЧА ЗДАТНІСТЬ СТАЛЕВИХ ДВОТАВРОВИХ БАЛОК, ЩО ЕКСПЛУАТУЮТЬСЯ З НЕДОСКОНАЛОСТЯМИ У ВИГЛЯДІ ПОЧАТКОВИХ ВИКРИВЛЕНЬ У ПЛОЩИНІ НАЙМЕНШОЇ ЖОРСТКОСТІ**

*Гудзь С.А., к.т.н., доцент*

*Полтавський національний технічний університет  
імені Юрія Кондратюка, Україна*

**Постановка проблеми у загальному вигляді.** Двотаврова балка, що згинається в площині стінки, може відмовити внаслідок втрати нею загальної стійкості. При досягненні навантаженням критичного значення така балка починає закручуватись і виходити з площини згину. У випадку наявності початкових геометричних недосконалостей балки, що з'являються внаслідок випадкового утворення дефекту, пошкодження, або від цілеспрямованої зміни форми об'єкта (викривлення балки в горизонтальній площині), кручення виникає з самого початку завантаження. Розрахунок на стійкість, що міститься в нормах, ураховує початкові недосконалості введенням додаткового коефіцієнту. В розрахунках за теорією другого порядку (ТДП), що враховують утрату стійкості плоскої форми згину елемента, вводиться еквівалентне початкове згинальне відхилення в площині найменшої жорсткості профіля. Для збільшення точності розрахунків із застосуванням початкових недосконалостей і наближення їх до дійсних умов роботи конструкції внутрішні зусилля, в тому числі і від закручування, потрібно визначати за цією нелінійною теорією. Вона враховує геометричну нелінійність і являє собою по суті розрахунок за деформованою схемою, в якому рівняння рівноваги записуються для деформованого стану системи. Окрім цього, необхідно врахувати жорсткість конструкцій, що дискретно чи континуально розкріплюють стиснутий пояс балки в більшості практичних випадків і зменшують деформації його зміщення (прогони, другорядні балки, горизонтальні хрестові в'язі, сталевий плоский або профільований настил).

**Аналіз останніх досліджень.** Слід відмітити, що завдяки працям професора В.З. Власова ми отримали можливість практичного розрахунку металевих балок незамкненого профілю на сумісну дію згину і кручення. Однак теорія професора В.З.Власова, опублікована в його праці «Тонкостенные упругие стержни» [1], застосована ним виключно

до розрахунку прямолінійних балок і стержнів. Праця О.Р. Ржаніцина [2], яка отримала розвиток у дослідженні [3], поширює цю теорію на криволінійні балки двотаврового профілю, які є найбільш розповсюдженими. Показано, що розрахунок криволінійної балки зводиться до розрахунку прямолінійної, завантаженої фіктивним крутним навантаженням. Окрім цього, уведено ряд обмежуючих припущень, які мають за мету максимальне спрощення розрахунку і виявлення в першу чергу загальної картини впливу викривлень в горизонтальній площині на роботу балки. Законність прийнятих гіпотез по можливості перевірена шляхом аналізу більш точних рішень. До таких належить припущення про малість цих викривлень по відношенню до довжини балки, що призводить до ряду математичних спрощень. Деформації під навантаженням також вважаються малими порівняно з початковими, що майже не спостерігається в реальних умовах. У нормах ЕС3 [4] початкове викривлення балки приймається як гранично допустиме і визначається залежно від виду кривої викривлення, перерізу і прольоту балки.

**Виділення нерозв'язаних раніше частин загальної проблеми.** Питання про використання елементів металевих конструкцій з отриманими в процесі експлуатації пошкодженнями у зв'язку з великим обсягом робіт по підсиленню будівель і споруд набуло в теперішній час особливої гостроти, залишається відкритим і потребує ґрунтовних експериментально-теоретичних досліджень.

Одним із заходів, які можуть значною мірою полегшити і здешевити роботи по відновленню експлуатаційної здатності будівель та споруд, є максимальне застосування існуючих частин конструкцій, що зазнали пошкодження. Але в такому випадку необхідно враховувати усі зміни, котрі виникли в елементах конструкції і можуть призвести до небезпечних перенапружень в процесі експлуатації. Визначення розрахунковим шляхом величини цих перенапружень потрібне для забезпечення надійності експлуатації пошкоджених елементів. Одним з найменш досліджених питань, які постають перед проектувальником при розрахунку конструкцій, що відновлюються, є розрахунок балок, котрі отримали плавне початкове викривлення в площині, перпендикулярній до площини їх роботи.

**Постановка мети і задач досліджень.** У роботі поставлено за мету провести порівняльний аналіз методик визначення несучої здатності сталевих двотаврових балок із недосконаlostями, виявивши їх переваги та недоліки, і на основі аналізу спробувати вдосконалити найбільш відповідну практиці методіку.

**Виклад основного матеріалу.** При втраті стійкості від згину і кручення в балці одночасно виникає декілька деформацій. Просторовий

деформований стан стержня складається при цьому із кута закручування  $\vartheta$  навколо поздовжньої осі стержня (кута повороту поперечного перерізу за теорією тонкостінних стержнів), а також зміщень  $v$  і  $w$  (прогину і викривлення) в напрямку горизонтальної осі  $y$  і вертикальної осі  $z$  (назви осей і позначення європейські). Тому при розрахунку на умовну стійкість, який виконується у вигляді визначення нормальних напружень, потрібно враховувати не тільки згинальні моменти  $M_y$  і  $M_z$ , а також крутний момент  $M_x$  і разом із ним згинально-крутильний біомомент  $M_\omega$ . В загальному випадку визначення внутрішніх зусиль відбувається значно важче ніж у плоскій постановці, оскільки ці отримані деформації пов'язані через диференційні рівняння. Взаємозв'язок між зусиллями і деформаціями можна представити на рис. 1.

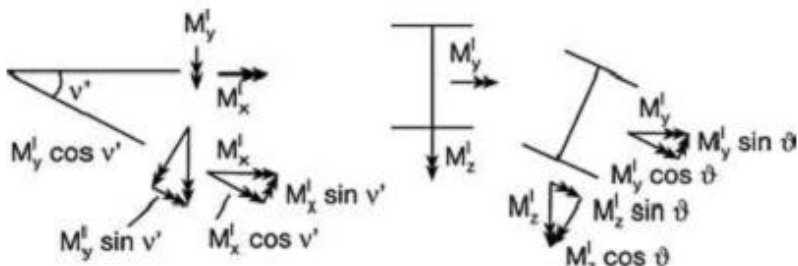


Рис. 1. Згинальні моменти в балці для недеформованого і деформованого положення за теорією другого порядку

Очевидно, що при розгляді деформованого стану стержня від згинального моменту  $M_y^I$  або  $M_z^I$  виникає крутний момент  $M_x^II$ . Згинальні моменти  $M_y$  і  $M_z$  пов'язані через кут закручування  $\vartheta$ . За умови прийняття малих деформацій моменти за теорією другого порядку можуть бути записані у формі рівнянь (1) – (3). Вплив крутного моменту на згинальні моменти може бути знехтуваний, оскільки кути нахилу  $v'$  і  $w'$  є відносно малими величинами вищих порядків малості і до того ж вони мають найбільші значення в інших місцях ніж кут закручування та згинальні моменти.

$$M_y^{II} = M_y^I \cos \vartheta - M_x^I \sin v' + M_z^I \sin \vartheta = M_y^I + M_z^I \vartheta; \quad (1)$$

$$M_z^{II} = M_z^I \cos \vartheta - M_x^I \sin w' - M_y^I \sin \vartheta = M_z^I - M_y^I \vartheta; \quad (2)$$

$$M_x^{II} = M_x^I \cos v' + M_y^I \sin v' + M_z^I \sin w' = M_x^I + M_y^I v' + M_z^I w'. \quad (3)$$

Щоб віднайти максимальні сумарні нормальні напруження  $\sigma_{\max}$  з урахуванням кручення можна спрощено скласти екстремальні значення часткових напружень. Тоді формула для перевірки міцності за норма-

льними напруженнями у поперечному перерізі двотаврової балки, симетричної відносно обох осей, матиме такий вигляд:

$$\sigma = \frac{M_y''}{I_y} z - \frac{M_z''}{I_z} y + \frac{M_\omega''}{I_\omega} \omega = \frac{|M_y''|}{W_y} + \frac{|M_z''|}{W_z} + \frac{|M_\omega''|}{W_\omega} \leq f_y, \quad (4)$$

де  $I_y$ ,  $I_z$  – моменти інерції перерізу відносно осі  $y$  і  $z$  відповідно;  $W_y$ ,  $W_z$  – моменти опору перерізу відносно осі  $y$  і  $z$  відповідно;  $z$ ,  $y$  – координати точки, в якій визначаються напруження;  $I_\omega$ ,  $W_\omega$  – секторіальний момент інерції та опору перерізу балки;  $\omega$  – секторіальна координата точки поперечного перерізу;  $f_y$  – розрахунковий опір сталі за границею текучості ( $R_y$ ).

Для визначення кута закручування балки і похідних від нього, які потрібні для відшукування внутрішніх зусиль, можна застосовувати вдосконалене диференційне рівняння рівноваги стрижня [5], котре враховує крутильну жорсткість  $c_g$  [4] закріплювальних конструкцій:

$$EI_\omega \vartheta^{IV} - GI_T \vartheta'' + c_g \vartheta = m_{x,0}(x), \text{ або} \quad (5)$$

$$EI_\omega \vartheta^{IV} - GI_T^* \vartheta'' = m_{x,0}(x), \quad (6)$$

де  $E$ ,  $G$  – модулі пружності та зсуву відповідно;  $m_{x,0}(x)$  – фіктивне крутне навантаження, котре при умові прийняття кривої викривлення за синусоїду ( $v_0(x) = v_{0m} \sin \frac{\pi x}{l}$ ) дорівнюватиме

$$m_{x,0}(x) = -M_y(x) v_0''(x) = M_y(x) \frac{\pi^2}{l^2} v_{0m} \sin \frac{\pi x}{l}; \quad I_T^* - \text{збільшений момент}$$

інерції перерізу при чистому крученні, який враховує крутильну жорсткість  $c_g$  закріплювальних конструкцій за умови прийняття синусоподібної форми кривої розподілу кута закручування по довжині балки ( $\vartheta'' \approx -\frac{\pi^2}{l^2} \vartheta$ , або  $\vartheta \approx -\frac{l^2}{\pi^2} \vartheta''$ , тоді  $I_T^* = I_T + \frac{c_g}{G} \frac{l^2}{\pi^2}$ ; аналогічно можна врахувати і зсувну жорсткість  $S$ ).

Найбільший кут закручування в балці може бути наближено визначений згідно з джерелом [6] або [7] при умові заміни нерівномірного розподілу фіктивного крутного навантаження на рівномірний ( $m_{x,0}(x) = m_{x,0} \approx 0,86q_z v_{0m} f_g$ ) таким чином:

$$\vartheta_m^I = \frac{5}{384} \frac{m_{x,0} l^4}{EI_\omega} \alpha_T^I \approx \frac{v_{0m} l^2}{EI_\omega} \frac{M_{y0}}{11,2} \alpha_T^I f_g, \quad (7)$$

де  $v_{0m}$  – стріла викривлення, котра залежить від прольоту балки  $l$ ;  $M_{y0}$  – умовний згинальний момент ( $M_{y0} = q_z l^2 / 8$ );  $\alpha_T^I$  – коефіцієнт, що враховує пружну згинально-крутильну характеристику перерізу ( $\alpha_T^I = \left(1 + \frac{\varepsilon_T^2}{\pi^2}\right)^{-1}$ ;  $\varepsilon_T = l \sqrt{\frac{GI_T^*}{EI_\omega}}$ );  $f_g$  – коефіцієнт, що враховує розподіл згинального моменту по довжині балки.

Кут закручування, визначений за формулою (7), збільшується через вплив ефектів другого порядку. Цей вплив може бути врахований наближено введенням збільшувального коефіцієнту:

$$\mathcal{G}_m^II = \mathcal{G}_m^I \alpha_T^II \leq 0,3, \quad (8)$$

де  $\alpha_T^II$  – збільшувальний коефіцієнт, який враховує критичний момент втрати стійкості плоскої форми згину в пружній стадії  $M_{cr}$ .

Цей коефіцієнт може визначатися за формулою (9) [7] або (10) [8].

$$\alpha_T^II = \left(1 - \frac{M_{y0}}{M_{cr}} \frac{M_{y0} - k_p}{M_{cr} - k_p}\right)^{-1} \quad \text{з: } k_p = 0,81 \zeta_0^2 N_{cr} z_p; \quad (9)$$

$$\alpha_T^II = \left(1 - \frac{M_{y0}}{M_{cr}}\right)^{-1}, \quad (10)$$

де  $k_p$  – коефіцієнт, який враховує критичну поздовжню силу  $N_{cr}$ ;  $\zeta_0$  – коефіцієнт, який враховує розподіл згинального моменту в балці (див. табл. 6.2 [7]);  $z_p$  – ордината точки прикладення навантаження (для верхнього поясу – від’ємна величина).

Значення  $M_{cr}$  може бути встановлене згідно з національним додатком (NAD) до EN 1993-1-1, або за допомогою моделювання.

Збільшений згинально-крутильний бімомент в балці може бути наближено визначений аналогічно куту закручування таким чином:

$$M_\omega^II = M_\omega^I \alpha_T^II \approx v_{0m} \frac{M_{y0}}{1,12} \alpha_T^I f_\omega \alpha_T^II, \quad (11)$$

де  $f_\omega$  – коефіцієнт, що враховує пружну згинально-крутильну характеристику перерізу та розподіл згинального моменту в балці.

Для шарнірно опертої по кінцях балки, завантаженої рівномірно розподіленим навантаженням  $q_z$ ,  $f_g = 1$ ;  $\zeta_0 = 1,12$ ;  $f_\omega = 1 + \frac{\varepsilon_T}{150}$ . Для шарнірно опертої по кінцях балки, завантаженої рівномірно розподіленим навантаженням і опорними згинальними моментами, значення коефіцієнту

ентів  $f_g$  і  $f_\omega$  можуть бути встановлені за формулами, наведеними в праці [6] або [7]. Методику визначення критичного моменту  $M_{cr}$  за таких умов наведено в п. 6.6 роботи [7].

Перевіримо методику, порівнявши результати розрахунку з даними моделювання методом скінченних елементів у програмі Dlubal RSTAB 8.01 (додатковий модуль FE-LTB) і виявивши оптимальний вигляд формули для знаходження коефіцієнту  $\alpha_T^{II}$ . Порівняння деформацій, внутрішніх зусиль і нормальних напружень для нерозкріпленої двотаврової прокатної балки (з огляду на брак місця лише для однієї, інші порівняння дають подібний результат) зведемо до таблиці 1.

Таблиця 1. - Порівняння методик розрахунку з чисельним експериментом

Переріз	$q_z$ , кН/м	$l$ , м	$v_{0m}$ , см, [4]	Методика	$g_m^{II}$ , рад	$M_z^{II}$ , кНсм	$M_\omega^{II}$ , кНсм <sup>2</sup>	$\sigma$ , кН/см <sup>2</sup>
40Б1 клас сталі С235	15	6	1,2 (0,5l/ 250), крива втра- ти стій- кості – b	МСЕ	<u>0,1053</u> 100%	<u>710,3</u> 100%	<u>16200</u> 100%	<u>26,38</u> 100%
				ГДП з фор- мулою (9)	<u>0,1066</u> 101,2%	<u>719,6</u> 101,3%	<u>16463</u> 101,6%	<u>26,68</u> 101,1%
				ГДП з фор- мулою (10)	<u>0,1503</u> 142,7%	<u>1014,5</u> 142,8%	<u>23220</u> 143,3%	<u>34,18</u> 129,6%
				Ржаніцин О.Р. [2]	-	-	-	<u>10,75</u> 40,8%
			0	ДБН «СК» з коэф. $\varphi_b$	-	-	-	<u>22,46</u> 85,1%

Момент інерції двотаврового перерізу при чистому крученні  $I_t$  в усіх розрахунках визначався без множника 1,3, оскільки саме таке його значення видає комп'ютерна програма і рекомендує європейська методика, на відміну від методики ДБН «Сталеві конструкції».

Нормативна методика розрахунку балки без викривлення з використанням коефіцієнту стійкості при згині  $\varphi_b$  дає на 14,9% менші напруження порівняно з моделлю, взятою за еталон. До того ж, конструкція в пружній стадії вельми чутлива до зміни навантаження та стріли викривлення, тому ефективним буде врахування жорсткості в'язей і пластичної роботи сталі. Розрахунок несучої здатності балки в пластичній

стадії за методом часткових внутрішніх зусиль наведено в табл. 7.10 [7], але при цьому приймається більша стріла викривлення.

**Висновки.** Порівняння свідчить про те, що найбільш відповідною чисельному експерименту є методика розрахунку балки за ТДП з використанням формули (9). Незначна розбіжність результатів пояснюється похибкою округлення при розрахунку, до того ж, вона йде в запас міцності. Методика О.Р. Ржаницина [2] обмежено придатна у зв'язку з прийняттям занадто простих передумов, які не враховують ефекти другого порядку та суттєво занижують результат.

### Summary

**This paper discusses comparative analysis of the methodics for determining the bearing capacity of steel I-beams. Which are operating with imperfections such as initial buckling in the plane of the smallest stiffness. We have found methodic's advantages and disadvantages, and determined methodic, which is the most respective to the numerical experiment.**

1. Власов В.З. Тонкостенные упругие стержни / В.З. Власов. – М.: Госиздат, Физматгиз – математической литературы, 1959. – 568 с.

2. Ржаницын А.Р. Расчет металлических двутавровых балок, получивших начальное искривление в горизонтальной плоскости / А.Р. Ржаницын. – М.: ЦНИПС, 1946. – 32с.

3. Семко В.О. Розрахунок та експериментальні дослідження сталевих балок з викривленням в горизонтальній площині / В.О. Семко, С.А. Гудзь // Збірник наукових праць. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. – Випуск 14. – Рівне: НУВГП, 2006. – С. 317 – 322.

4. ДСТУ-Н Б EN 1993-1-1:2010. Єврокод 3: Проектування сталевих конструкцій. Частина 1-1. Загальні правила і правила для споруд. – К.: Мінбуд України, 2011. – 150 с.

5. Krahwinkel, M.: Zur Beanspruchung stabilisierender Konstruktionen im Stahlbau. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 4 Bauingenieurwesen, Nr. 166. Düsseldorf: VDI-Verlag 2001. – 182 s.

6. Kindmann, R., Ding, K.: Alternativer Biegedrillknicknachweis für Träger aus I-Querschnitten. Stahlbau 66 (1997), S. 488-497.

7. Kindmann, R.: Stahlbau, Teil 2: Stabilität und Theorie II. Ordnung. 4. Auflage, Berlin: Ernst & Sohn, 2008. – 429 s.

8. Kuhlmann, U.: Stahlbau-Kalender 2009: Schwerpunkt – Stabilität, Berlin: Ernst & Sohn, 2009. – 1032 s.