

**ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ИСТОЧНИКОВ НА
ДВУХМЕРНЫЕ ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ПОЛЯ
В СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛАХ**

А.Н.Писаренко, к.ф.-м.н., доцент

*Одесская государственная академия строительства и архитектуры,
Украина*

Известные аналитические решения для распределения температуры внутри областей, содержащих дискретные источники теплоты, отвечают двум крайним случаям. Первый случай касается одиночных тепловых источников постоянной ($\omega = const$) и переменной ($\omega = \omega(x, t)$) мощности [1]. Во втором случае решение приводится для усредненной объемной плотности теплового потока q_v [2]. Промежуточный, сложный для аналитики, случай влияния конечного числа постоянных дискретных источников теплоты на плоские температурные поля является, тем не менее, важным с практической точки зрения. В качестве иллюстрации можно упомянуть необходимость учета влияния теплотехнических неоднородностей на результаты расчета приведенного сопротивления теплопередаче строительных ограждающих конструкций [3], расчет схем расположения электродов для электропрогрева монолитных бетонных конструкций [4] и т.д.

Вышеприведенные примеры характеризуются интегральным характером решений и не учитывают локального распределения температур, связанного с взаимным расположением самих источников и их удалением от границы рассчитываемой области. С другой стороны, часто проводимые числовые расчеты температурных распределений при наличии тепловых источников характеризуются уникальностью и отсутствием обобщающих рекомендаций, необходимых, например, при решении обратных задач теплообмена [5].

Целью данной работы является числовой анализ влияния геометрии расположения, размеров и теплофизических характеристик конечного числа тепловых источников на плоское температурное поле содержащей эти источники области при наличии граничных условий первого рода. Созданный для этой цели программный комплекс позволял осуществить не только числовой анализ, но и визуализацию температурных полей

Плоское стационарное температурное поле $T(x, y)$ с дискретными тепловыми источниками просчитывалось путем решения уравнения Лапласа по методу конечных разностей. Система: плоская изотропная область – температурные источники характеризовалась как геометрическими, так и теплофизическими параметрами: ρ_i , β , δ_S , δ_{in} . Относительные: температура, размер источника и его расстояние до границы изотропной области определялись как: $\delta_S = \frac{T_S}{T_b}$, $\beta = \frac{r}{r_0}$, $\rho_i = \frac{2i}{L_i}$. Здесь: $i = x, y$ – относительные координаты, отсчитываемые вдоль сторон прямоугольной области; T_S – температура источника; T_b – температура границы; r/r_0 – относительный радиус кривизны источника, выраженный в масштабе расчетной сетки; L_i – характерный размер плоской области. Относительная температура внутри области описывалась параметром $\delta_{in} = \frac{T}{T_b}$.

Для одиночных источников предварительно было проведено численное исследование влияния усредненного температурного напора источника на зависимость $\delta_{in} = \delta_{in}(\rho_x)$. Результаты применения критерия Шапиро – Уилка оправдывают при сравнительно небольших выборках представление зависимости $\delta_{in} = \delta_{in}(\rho_x)$ в виде:

$$\delta_{in} = \delta_{in0} + a \exp \left[-0,5 \left(\frac{|\rho_x - L/2 - \rho_{x0}|}{b} \right)^c \right]. \quad (1)$$

Расчеты показали, что для одиночного теплового источника, равноудаленного от границ области, стационарное распределение температуры характеризуется относительно слабыми линейными зависимостями влияния граничной температуры на δ_{in0} и a , а именно:

$$\delta_{in0} = 0,0312 T_b + 0,8034, \quad R^2 = 0,9962 \quad (2)$$

$$a = 0,7000 T_b + 69,8640, \quad R^2 = 0,9998 \quad (3)$$

Параметры b , c и ρ_{x0} с относительной погрешностью $\varepsilon \leq 2 \cdot 10^{-4}$ можно рассматривать как постоянные:

$$b = 5,375; \quad c = 1,000; \quad \rho_{x0} = 1,000. \quad (4)$$

Для исследования влияния граничных условий на температурное поле отдельного источника в представлении (1) определена зависимость $\delta_{in} = \delta_{in}(\rho_y)$ для расстояния ρ_y источника от границы. Получены следующие зависимости для параметров представления (1):

$$\delta_{in0} = 0,8395[1 - \exp(-54,1124\rho_y)], \quad R^2 = 0,7591; \quad (5)$$

$$a = 16,5383 \exp(-0,2107\rho_y), \quad R^2 = 0,6797; \quad (6)$$

$$b = 5,8430[1 - \exp(-2,7314\rho_y)], \quad R^2 = 0,9983. \quad (7)$$

Зависимость (5) справедлива для интервала $\Delta = 2\rho_y / L \in (0,1 \div 1)$, что обуславливает ее нелинейный характер. С ростом Δ влияние граничных условий на величину δ_{in0} ослабевает, и значение $\Delta \approx 0,6$ можно считать характерным для насыщения. Относительное изменение δ_{in0} не превышало $\varepsilon_{\delta_{in0}} \leq 4,7 \cdot 10^{-3}$, что оправдывает использование представления (1).

Влияние относительного радиуса кривизны источника на распределение температуры в области при $\rho_y = 0,5$ представлено на рис. 1. Прямая (β^*) соответствует предельному случаю ($\beta \rightarrow \infty$) плоской поверхности теплового источника.

В качестве примера можно рассмотреть промежуточное ($1 < \beta < \beta^*$) значение $\beta = 10$ для неточечного источника. В этом случае, рассматривая зависимость $\delta_{in} = \delta_{in}(\rho_x)$ в формате (1), получаем $b = b_{10} = 13,8988$, что на порядок больше значения $b = b^* = 1,3486$, характерного для плоскости с граничным условием I рода. Приведенная оценка соответствует взаимному расположению графиков на рис. 1. Графики для источников с меньшим относительным радиусом кривизны являются более крутыми, в частности,

$$\frac{\Delta \delta_{in} \Big|_{\beta=2}}{\Delta \delta_{in} \Big|_{\beta=8}} = 1,10$$

($0,06 < \rho_x < 0,1$). Изложенное выше позволяет трактовать параметр b представления (1) в качестве скорости убывания относительной температуры при удалении от теплового источника.

Случай дискретного множества тепловых источников варьируемых размеров был рассмотрен на примере источников, равномерно распределенных вдоль линии, равноудаленной от границ прогреваемой области. Линейная плотность расположения источников описывалась с по-

мощью параметра $g = \frac{d_s}{d_g}$, где d_g – расстояние между источниками с характерным размером d_s . Был проведен числовой анализ распределения температуры $\delta_{in} = \delta_{in}(\rho_x)|_f$ вдоль направления, параллельного линии расположения источников, на расстоянии $f = \rho_y$. Исследуемое распределение имело четко выраженную периодическую структуру, фрагмент которой приведен на рис. 2.

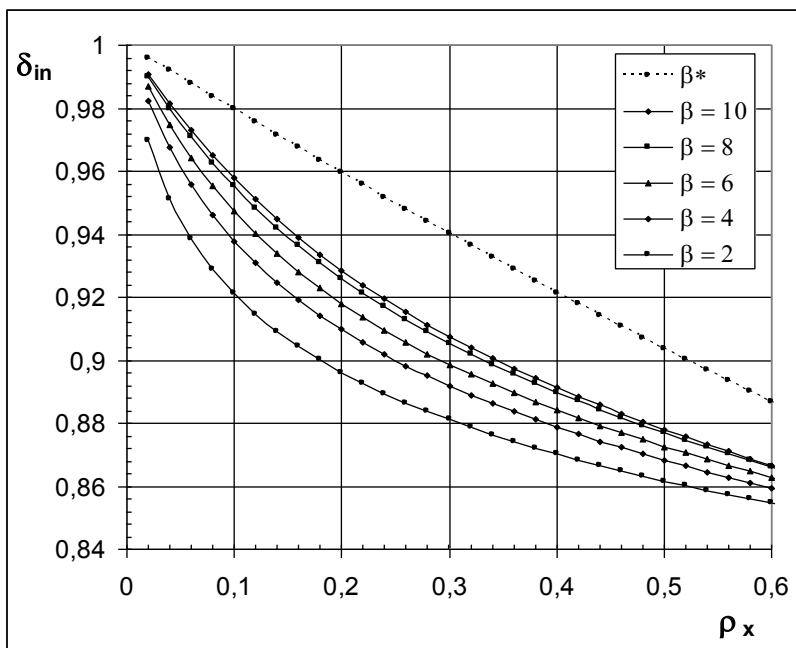


Рис. 1. Зависимость $\delta_{in} = \delta_{in}(\rho_x)|_\beta$ при $\rho_y = 0,5$

Симметричные загибы кривых на рис. 2 обусловлены превышением температуры источников над температурой границ и влиянием граничных условий первого рода для области. Удаление от линейной цепочки источников (рост f) сопровождается уменьшением относительного вклада каждого источника и, соответственным уменьшением амплитуд температурных неоднородностей.

В качестве критерия однородности температурного поля можно рассмотреть параметр $\alpha = \frac{\Delta B_{1/2}}{\Delta h}$, равный отношению полуширины центрального ($\rho_x \sim 1$) температурного пика к его высоте. Для интервала $g \in (0,33 \div 1)$ были просчитаны зависимости $\alpha = \alpha(f)$. Графики, соответствующие упомянутым зависимостям, представлены на рис. 3. Для всего интервала g можно указать значение $f^* \sim 0,14$, для которого характерно насыщение $\alpha \rightarrow \alpha_{i\bar{a}\bar{n}}$, где $\alpha_{i\bar{a}\bar{n}} = \alpha_{i\bar{a}\bar{n}}(\delta_S)$. Для $g^* \in (0,33 \div 1)$ при указанном на графике (рис. 3) диапазоне изменения f критерий α меняется на порядок. Следовательно, температурное поле в области, характеризующейся значениями (f^*, g^*) , можно считать приближенно однородным.

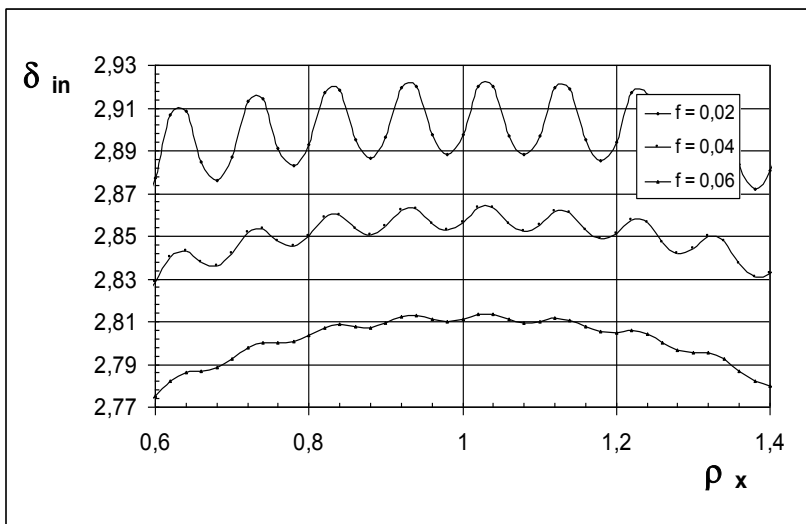


Рис. 2. Зависимость $\delta_{in} = \delta_{in}(\rho_x)|_f$ для $g = 0,66$

Выводы

Использование предложенного численного анализа позволяет проводить исследование плоских стационарных температурных полей в однородных строительных материалах с граничными условиями первого рода и при наличии локальных неоднородностей, которые могут быть промоделированы дискретными тепловыми источниками.

Полученные аналитические зависимости (1) – (7), можно применять при многофакторном анализе влияния граничных условий на температурное поле области при наличии одиночного теплового источника.

Визуализация температурных полей с помощью разработанного программного комплекса может быть проведена для дискретного множества тепловых источников произвольной формы. Указанный факт упрощает проведение предварительного анализа температурных полей с целью выявления и последующей минимизации температурных напряжений в строительных конструкциях.

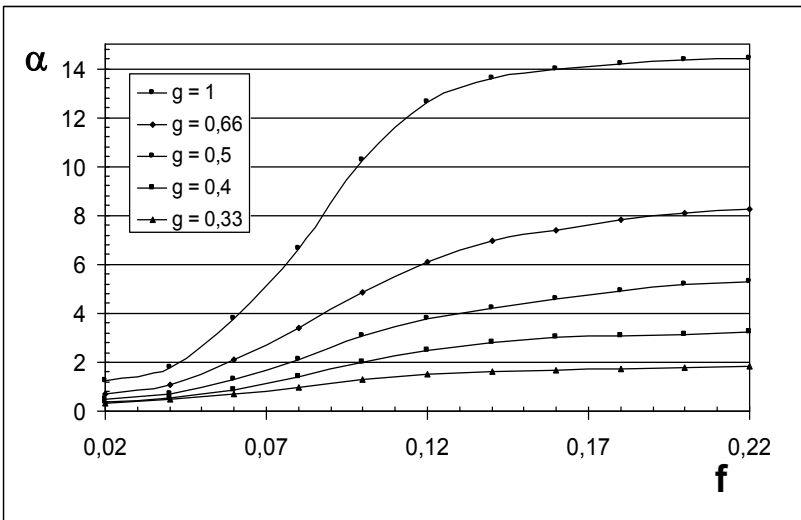


Рис. 3. Зависимость $\alpha = \alpha(f)|_g$ для $\rho_x \sim 1$

Summary

Implementation of numerical analysis allows the study of stationary plane temperature fields in homogeneous building materials with the first kind boundary conditions and the presence of local inhomogeneities, which can be simulated by discrete heat sources. Visualization of temperature fields with the help of the developed software system can be carried out for a discrete set of thermal sources of arbitrary shape. This fact simplifies the preliminary analysis of temperature fields in order to identify and then minimize thermal stresses in structures.

Литература

1. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. – 600 с.
2. Беляєв М.М., Рядно О.А. Математичні методи теплопровідності: Навч. посібник. – К.: Вища шк., 1992. – 415 с.
3. Гагарин В.Г., Козлов В.В. Теоретические предпосылки расчета приведенного сопротивления теплопередаче ограждающих конструкций.//Строительные материалы. 2010. №12. С. 4 – 12.
4. Миронов С.А. Теория и методы зимнего бетонирования. – М.: Стройиздат., 1975. – 700 с.
5. Карауш С.А., Лысак И.А., Анисимов М.В. Математическое моделирование теплового состояния подвального помещения.// Томск: Вестник ТГАСУ. 2006. № 2. С. 133 – 141.