

КОНЦЕНТРАЦІЯ НАПРУЖЕНЬ ПОЗДОВЖНЬОГО ЗСУВУ В ПРУЖНОМУ СЕРЕДОВИЩІ, АРМОВАНОМУ ФАСОННИМИ ПРОФІЛЯМИ

Кундрат А.М., к.ф.-м.н., доцент,
Національний університет водного господарства та природокористування

Шацький І.П., д.ф.-м.н., професор,
*Івано-Франківський відділ Інституту прикладних проблем механіки
і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України*

Abstract. In the context of the theory of elasticity the equilibrium of an elastic body at anti-plane problem deformation with absolutely rigid inclusions which interconnected in profiles shapes is investigated. The problem is reduced to the system of singular integral equations with additional conditions which display absence of mutual moving of inclusions. The examples of numerical results are presented.

Вступ. У процесі виготовлення залізобетонів як штучних композиційних будівельних матеріалів постають задачі підвищення міцності конструкцій з прогнозованими механічними характеристиками. Одним із шляхів оптимізації властивостей конструкцій є їхнє армування, зокрема, стрічковою арматурою різної конфігурації. У повідомленні розглядаються задачі поздовжнього зсуву для пружних матеріалів, армованих тонкостінними високомодульними фасонними профілями. Використовується розроблена авторами методика дослідження антиплоскої деформації тіл із зв'язаними жорсткими включеннями [1–4]. Шукані результати отримано через здійснення регулярного граничного переходу в розв'язках задач при зближенні взаємонерухомих тонкостінних включень в цілісний об'єкт.

Основний матеріал. Розглядаємо ізотропне тіло $(x, y, z) \in \mathbf{R}^3$, армоване системою взаємно перпендикулярних тонких тунельних включень L_k ($k = \overline{1, N}$) завширшки $2l_k$, які розташовані в площинах, перпендикулярних до координатних поверхонь xz та yz . Приймаємо, що включення є абсолютно жорсткими, перебувають в ідеально механічному контакті з матрицею та з'єднані між собою у єдиний каркас. Досліджуємо збурення напружено-деформованого стану композиції, викликане однорідним полем напружень на безмежності з інтенсивністю τ_i^∞ ($i = 1, 2$) та прикладеними до включень силами із заданим головним вектором Z .

Крайова задача антиплоскої деформації для масиву із взаємонерухомими недеформівними включеннями має вигляд [3]:

$$\begin{aligned} \mu \nabla^2 w &= 0, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2 \setminus \bigcup_{k=1}^N L_k; \\ \frac{\partial w}{\partial s} &= 0, \quad (x, y) \in L_k, \quad k = \overline{1, N}; \\ \mu \frac{\partial w}{\partial x} &= \tau_1^\infty, \quad \mu \frac{\partial w}{\partial y} = \tau_2^\infty, \quad (x, y) \rightarrow \infty; \\ w_n - w_k &= 0, \quad (x, y) \in L_k, L_n, \quad n \neq k; \\ \sum_{k=1}^N \int_{L_k} [\tau_{nz}]_k(s) ds + Z &= 0. \end{aligned}$$

Тут $w = w(x, y)$ – z -компонента вектора переміщення, μ – модуль зсуву матеріалу матриці, $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ – оператор Лапласа, $[\tau_{nz}]_k$ – стрибки напружень на включеннях, n, s – нормаль та дотична до контуру.

У разі зближення взаємно перпендикулярних лінійних включень (аж до співдотику) дістаємо в площині xu ламані або розгалужені контури, які слугують моделями тонкостінних фасонних профілів тавра (а), кутника (б), двотавра (в) та швелера (г) (рис. 1).

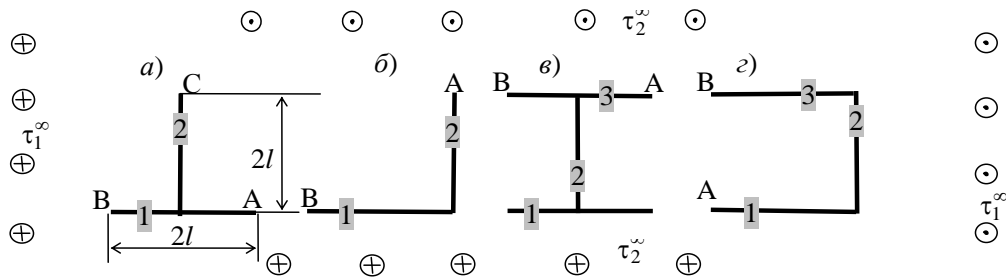


Рис.1. Схеми фасонних профілів: переріз композиції площиною $z = 0$.
а) тавр; б) кутник; в) двотавр; та г) швелер

Числові розв'язки сформульованої крайової задачі будували методом сингулярних інтегральних рівнянь з використанням алгоритму механічних квадратур. Окремо розглядали задачу поздовжнього зсуву армованого масиву напруженнями, рівномірно розподіленими на безмежності ($\tau_i^\infty \neq 0, Z = 0$), та задачу витягування профілів з матриці ($\tau_i^\infty = 0, Z \neq 0$). Довжини усіх ланок, що утворюють профілі, поклали однаковими: $2l_k = 2l$.

Для випадку рівномірного зсуву композиції будували графічні залежності для відносних переміщень матриці $\tilde{w}(x, y) = w(x, y) - w(0, 0)$ (рис. 2) та обчислювали значення коефіцієнта інтенсивності напружень (КІН) $k_3 = \frac{1}{2} \lim_{s \rightarrow \partial L_k} \sqrt{|s - \partial L_k|} |[\tau_{nz}]_k(s)$ в околі вершин включень ∂L_k (табл. 1).

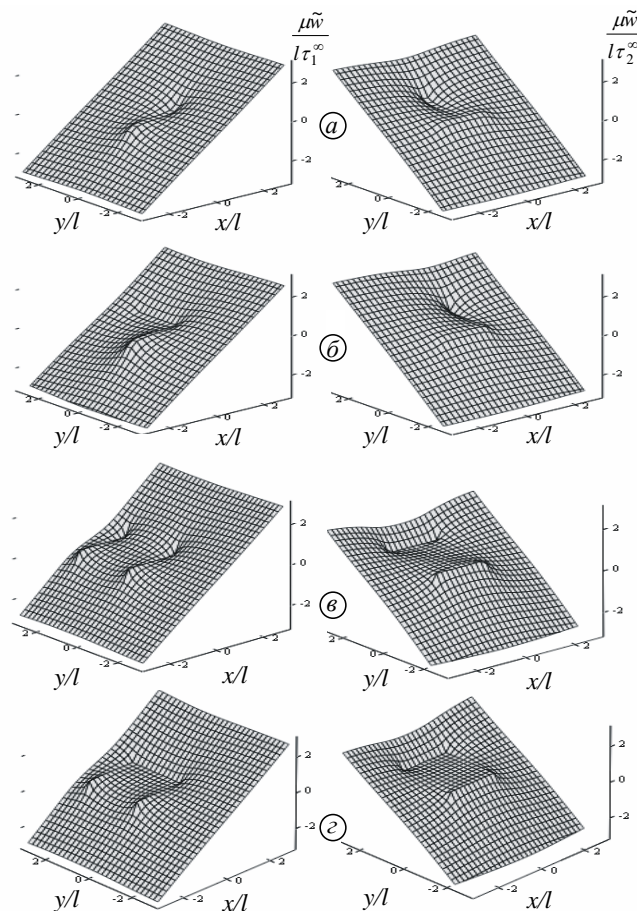


Рис. 2. Відносні переміщення точок масиву з профілями за зсуву паралельно до площин zy (ліворуч) і до zx (праворуч)

Таблиця 1 – Коефіцієнти інтенсивності напружень для рівномірного навантаження

КІН	Вершина	Фасонний профіль згідно з рис. 1			
		<i>a</i>	<i>б</i>	<i>в</i>	<i>г</i>
$\frac{k_3}{\tau_1^\infty \sqrt{l}}$	A	1,000	-0,323	0,924	0,975
	B	1,000	1,198	0,924	0,975
$\frac{k_3}{\tau_2^\infty \sqrt{l}}$	A	-0,418	1,198	0,621	0,619
	B	0,418	-0,323	-0,621	-0,619
	C	1,207	-	-	-

У разі витягування профілів з пружної матриці розподіл її відносних переміщень зображено на рис. 3, а значення КІН у вершинах включень зведено у табл. 2.

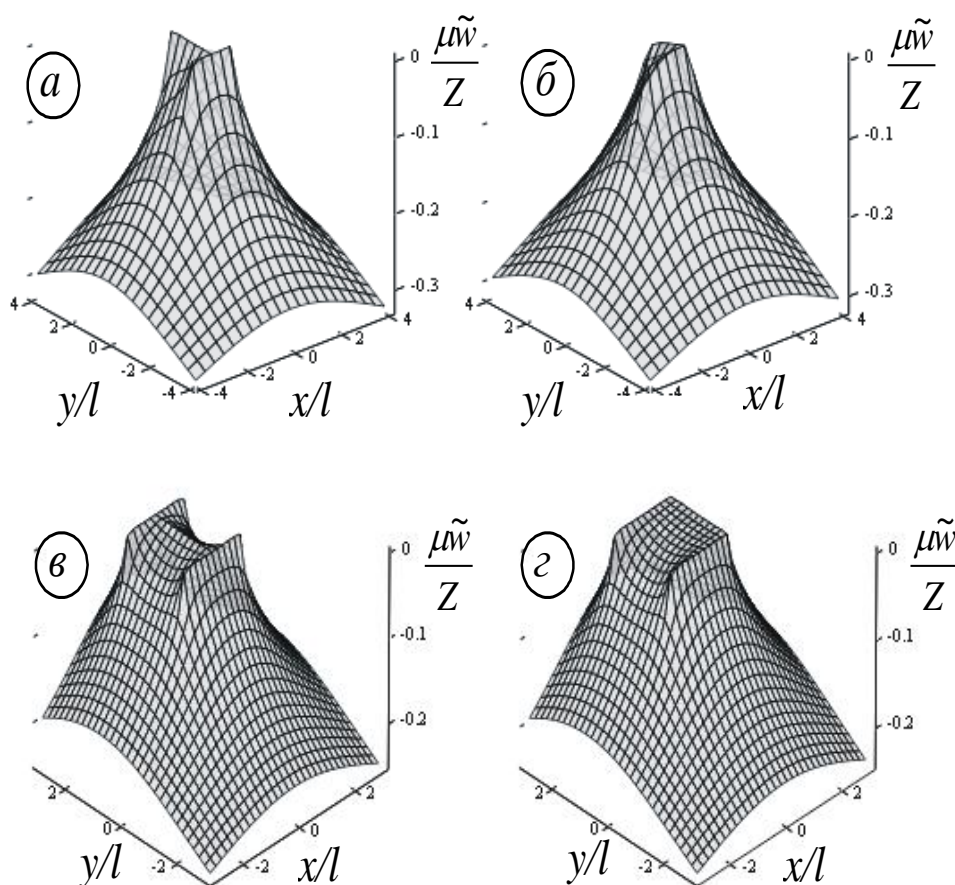


Рис. 3. Переміщення точок масиву з навантаженими профілями.
а) тавр; б) кутник; в) двотавр; г) швелер

Таблиця 2 – Коефіцієнти інтенсивності напружень при витягуванні

КІН	Вершина	Фасонний профіль			
		<i>a</i>	<i>б</i>	<i>в</i>	<i>г</i>
$\frac{k_3 \sqrt{l}}{Z}$	A	-0,106	-0,113	-0,083	0,082
	B	0,106	0,113	0,083	0,082
	C	-0,119	-	-	-

Додатково підраховали, як розподіляються головні вектори реакцій $\tilde{Z}_k = \int_{L_k} [\tau_{nz}]_k(s) ds$ між контурами складеного профілю (табл. 3).

Таблиця 3 – Пропорція реактивних сил на контурах

Сили	Контур	Фасонний профіль			
		<i>a</i>	<i>б</i>	<i>в</i>	<i>г</i>
$\frac{\tilde{Z}_k}{Z}$	1	-0,567	-0,5	-0,453	-0,368
	2	-0,433	-0,5	-0,094	-0,264
	3	–	–	-0,453	-0,368

Висновок. У разі прикладання сил до включення, армування масиву тавром і кутником з однаковою сумарною шириною контурів ($4l$) є рівноцінним: найбільші КІН різняться на 0,05%. Подібний висновок справедливий і для пари “двотавр – швелер” з однаковою матеріаломісткістю: відмінність у КІН складає 0,01%. У той же час за зсуву на безмежності результати такого порівняння залежать від орієнтації навантаження.

Література

1. Шацький І.П. Поздовжній зсув масиву з взаємонерухомими жорсткими колінеарними включеннями / І.П. Шацький, А.М. Кундрат // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2004. – Т. 40, № 3. – С. 69–73.
2. Шацький І. Антиплоска задача про витягування системи стрічкових включень із пружної матриці / І. Шацький, А. Кундрат // Машинознавство. – 2004. – № 7. – С. 21–23.
3. Шацький І.П. Антиплоска деформація пружного простору зі зв’язаними жорсткими стрічковими включеннями / І.П. Шацький, А.М. Кундрат // Доп. НАН України. – 2004. – № 11. – С. 55–60.
4. Шацкий И.П. Влияние связанности ленточной арматуры на концентрацию напряжений продольного сдвига / И.П. Шацкий, А.Н. Кундрат // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2006. – Т. 2, № 2. – С. 273–280.