

**РОЗРАХУНОК СТАЛЕЗАЛІЗОБЕТОННИХ  
КОМБІНОВАНИХ ШПРЕНГЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ  
ПРИ ЗМІНІ ПОЛОЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСІ**

**Іваник І.Г.**, к.т.н., доцент,  
**Віхоть С.І.**, к.т.н.,  
*Національний університет «Львівська політехніка»*,  
ndl19@meta.ua

**Анотація.** Використовуючи змішаний метод будівельної механіки, розроблена методика розрахунку зусиль та переміщень в характерних перерізах системи в статично невизначених комбінованих конструкціях при зміні положення математичної осі в балці жорсткості. Система лінійних алгебраїчних рівнянь в прийнятій розрахунковій схемі статично невизначеної комбінованої конструкції є універсальною і її застосування дає можливість більш простим способом на початковій стадії проектування за рахунок математичного апарату моделювати деформовано-напружений стан в її елементах.

**Ключові слова:** комбіновані системи, змішаний метод, рівняння зусиль і переміщень, лінійні алгебраїчні рівняння.

**РАСЧЕТ СТАЛЕЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ  
КОМБИНИРОВАННЫХ ШПРЕНГЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ  
ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ПОЛОЖЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОСИ**

**Иванык И.Г.**, к.т.н., доцент,  
**Вихоть С.И.**, к.т.н.,  
*Национальный университет «Львовская политехника»*  
ndl19@meta.ua

**Аннотация.** Используя смешанный метод строительной механики, разработана методика расчета усилий и перемещений в характерных сечениях системы в статически неопределенных комбинированных конструкциях при изменении положения математической оси в балке жесткости. Система линейных алгебраических уравнений в принятой расчетной схеме статически неопределенной комбинированной конструкции является универсальной, и ее применение дает возможность более простым способом на начальной стадии проектирования за счет математического аппарата моделировать деформировано - напряженное состояние в ее элементах.

**Ключевые слова:** комбинированные системы, смешанный метод, уравнения усилий и перемещений, линейные алгебраические уравнения.

**CALCULATION OF COMBINED COMPOSITE TRUSSING CONSTRUCTIONS  
AT CHANGE OF POSITION MATHEMATICAL AXIS**

**Ivanyk I.H.**, PhD., Assistant Professor  
**Vihot S.I.**, PhD.,  
*Lviv Polytechnic National University*  
ndl19@meta.ua

**Abstract.** Using mixed method of structural mechanics, the method of calculation of forces

and movements in specific sections of the system in statically indeterminate composite structures by changing the position of the beam axis in mathematical rigidity. The system of linear algebraic equations in the adopted design scheme statically indeterminate combined a universal design and its application enables a simple way in the initial design stage through mathematical tools to simulate deformed - stress state in its elements. During theoretical studies established the basic dependencies for selection of physical and mechanical properties and geometrical parameters trussing combined statically indeterminate structures to achieve exactly moment and equally buse states. Based on theoretical and experimental results, the developed design solutions and recommendations on the use of metal trussing statically indeterminate structures overlapped and combined coatings.

**Key words:** combined system, mixed-mode, equation forces and displacements, linear algebraic equations.

**Постановка проблеми.** Поряд із застосуванням вже апробованих залізобетонних конструкцій створюються і впроваджуються в будівництво нові конструктивні форми і конструкції, які характеризуються малою матеріаломісткістю. До них належать сталезалізобетонні конструкції, які поєднують найкращі властивості сталевих і конструкцій із залізобетону [1]. Такого роду конструкції за рахунок просторової роботи з врахуванням пружної дії підкосів мають значно меншу масу і відрізняються від сталевих меншою витратою металу.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Регулювання напруження в попередньо-напружених металевих конструкціях викладене в роботах Белені Є.М., Вахуркіна В.М., Клименка Ф.Є. та ін. Найбільш перспективними шляхами вдосконалення конструктивних параметрів металевих статично невизначених комбінованих конструкцій (СНKK) для застосування в плоских покриттях та перекриттях є розробка і реалізація методів і алгоритмів розрахунку параметрів в елементах стрижневих металевих комбінованих систем і вивчення характеру роботи їх елементів при дії статичних навантажень на основі регулювання напружено-деформованого стану, раціонального проектування і факторів, які безпосередньо впливають на роботу і несучу здатність елементів конструкцій і споруд [2, 3].

**Постановка завдання.** Метою дослідження параметрів міцності та деформативності будівельних конструкцій є покращення раціональних рішень і технологічних процесів, їх виготовлення, монтажу та роботи при навантаженні. Проблема визначення напружено деформованого стану в елементах сталезалізобетонних комбінованих шпренгельних конструкцій полягає визначенні деформативних показників при проведенні експериментальних досліджень. Одним з напрямків вирішення задачі є використання методу розрахунку, розробленого й апробованого на металевих комбінованих шпренгельних конструкціях [4, 5] різних форм, і порівняння результатів розрахунку з експериментальними.

**Виклад основного матеріалу.** Сталезалізобетонні комбіновані шпренгельні плитно-балочні системи при розрахунку замінимо спрощеними дискретними фізичними моделями у вигляді стержневої статично невизначеної системи, елементи якої представляють геометричні осі балок і елементів підвіски, жорсткість яких у статичній схемі відповідає їхнім фактичним жорсткостям.

Розглянемо сталезалізобетонну конструкцію, що складається з  $n=2$  поздовжніх металевих статично невизначених комбінованих конструкцій, які об'єднані в сумісну просторову роботу за допомогою монолітної залізобетонної плити (рис. 1).

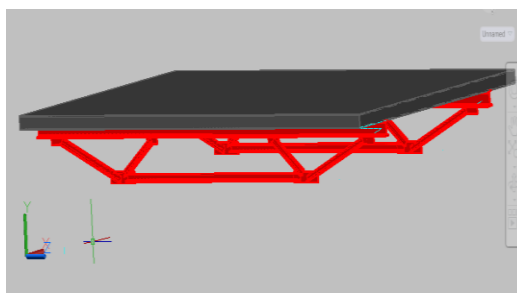


Рис. 1. Комп'ютерна модель просторової сталобетонної комбінованої шпренгельної конструкції

Сталезалізобетонна комбінована шпренгельна статично невизначена конструкція складається зі сталезалізобетонних балок жорсткості, окремих балок як частин залізобетонної плити і елементів ферм, завантажена рівномірно розподіленим навантаженням  $q$ . Схема навантаження конструкції показана на рис. 2. У результаті деформацій конструкції під навантаженням в її елементах виникають не тільки зусилля, а й змінюються положення пружної осі балки і відповідно всіх вузлів ферм (рис. 2).

Позначимо через  $n=0, \dots, i$  кількість характерних перерізів балки, в яких прикладені зовнішні навантаження або змінюються жорсткісні характеристики.

Методика розрахунку. Для подальшого розв'язку системи використаємо методику введення уявних шарнірів [5] для характерних в системі перерізів: в місцях можливих максимальних моментів в середніх частинах прольотів  $l_{01}$  і  $l_{02}$ . Розрахункова схема такої конструкції матиме вигляд, відображений на рис. 3.

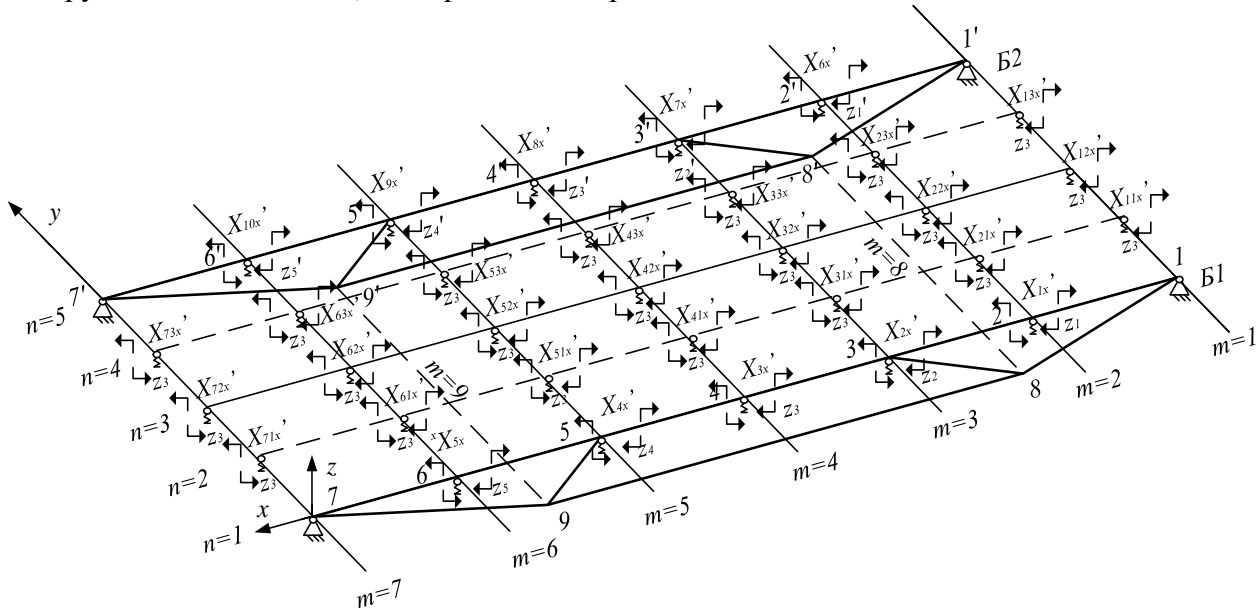


Рис. 2. Розрахункова просторова схема комбінованої конструкції

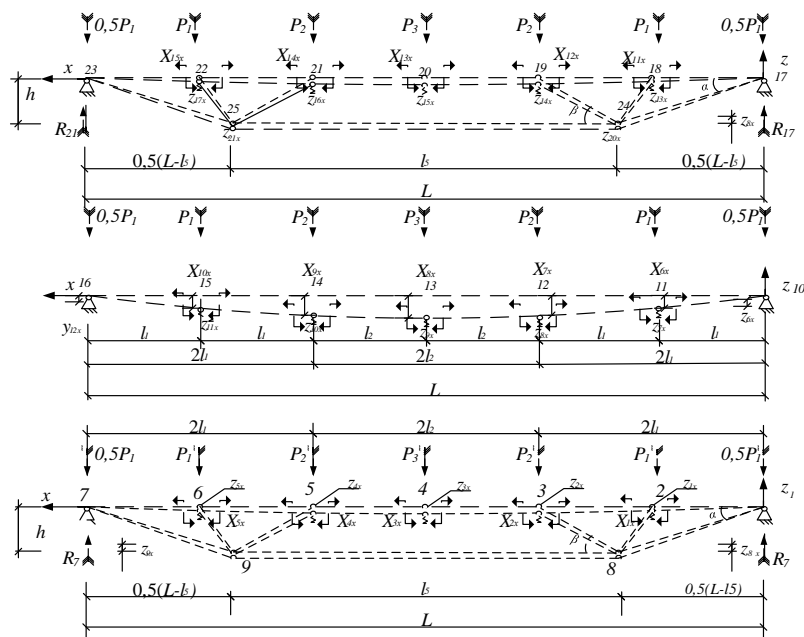


Рис. 3. Розрахункова схема елементів комбінованої конструкції в напрямку OX

Розрахункова схема системи при введенні в верхньому поясі уявних шарнірів змодельована як конструкція, в якій у верхньому поясі основними зусиллями є невідомі

згинальні моменти, поперечні і поздовжні сили, в нижній частині ферми виникають лише поздовжні зусилля (рис. 4).

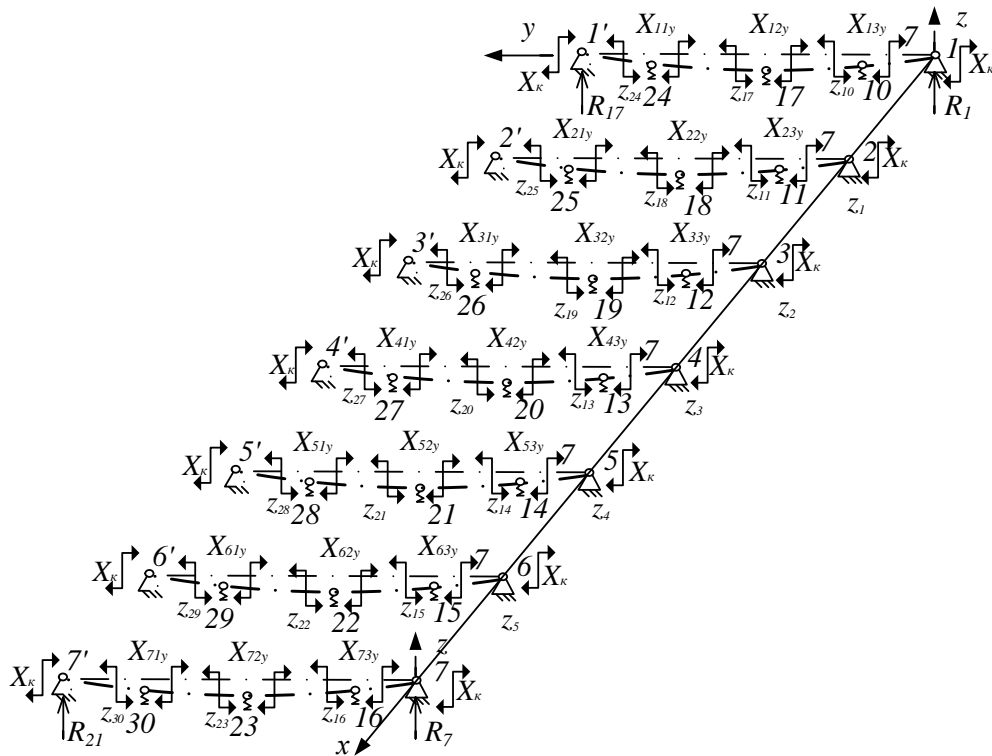


Рис. 4. Розрахункова схема елементів комбінованої конструкції в напрямку  $OY$

Запропонована методика базується на заміні фактичної пружної зігнутої осі балки на фіктивну з введенням уявних шарнірів з одночасним прикладанням згинаючих моментів в характерних точках, яким в реальній балці відповідають точки прикладання зовнішніх сил або перерізи зміни жорсткісних характеристик.

Рівняння нерозривності деформацій і статички формують систему лінійних алгебраїчних рівнянь, достатньої для знаходження невідомих згинальних моментів  $X_i$ , прогинів  $z_i$  і поздовжніх сил  $N_i$ . На основі розробленої математичної методики розрахунку комбінованої конструкції складений алгоритм і програма розрахунку на ЕОМ. Задана математична модель сталезалізобетонної плитно-балочної шпренгельної просторової конструкції задовольняє трьома групами умов: рівноваги, сумісності деформацій, що пов'язують деформації і переміщення, і фізичним умовам, які пов'язують зусилля і деформації.

При влаштуванні сталезалізобетонної комбінованої шпренгельної статично невизначеної конструкції, зображеної на рис.1, проходить зміщення нейтральної осі балки жорсткості з причини зміни величини приведенного перерізу – від металевої балки жорсткості до сталезалізобетонної.

Зміна жорсткісних параметрів балки  $B(x)$  призводить до зміни топології статично невизначеної комбінованої сталезалізобетонної конструкції, а саме:

- проходить вертикальне зміщення математичної осі з положення А-В в положення А'-В' балки жорсткості;
- відбувається відповідне зміщення точок перетину осей дії поздовжніх сил елементів підвіски з новою нейтральною віссю – з точок А, В, С, D в точки А', В', С', D';
- змінюються величини крайніх – від  $l_1$  до  $l'_1=l_1+\Delta y_0/\text{tg}\alpha + \Delta y_0/\Delta\beta$  – (збільшуються) і проміжних від  $l_2$  до  $l'_2=l_2 - 2\Delta y_0/\text{tg}\beta$  – (зменшуються) прольотів балки жорсткості;
- збільшується висота самої конструкції: від  $h$  до  $h'=h+\Delta y_0$ .

При переміщенні математичної осі на величину  $\Delta y_0$  в верхньому опорному вузлі виникає вже на стадії влаштування монолітної залізобетонної плити від'ємний згинальний

момент  $M_A$ , спричинений дією вертикальної складової  $N_{4y}$  поздовжньої сили  $N_4$  в крайньому підкосі на величину горизонтального зміщення з точкою перетину математичної осі в сталезалізобетонній балці жорсткості  $\Delta y_0/tg\alpha$ .

Проведені попередні теоретичні дослідження на прикладі металевих комбінованих конструкцій дають можливість констатувати, що зміна положення математичної осі балки жорсткості в сталезалізобетонній комбінованій конструкції значно збільшує резерви несучої здатності конструкції в цілому.

Рівняння нерозривності деформацій з врахуванням отриманих змін для балки жорсткості матимуть вигляд (1):

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \delta_{14}X_4 + \delta_{15}X_5 + \delta_{16}X_6 + \delta_{17}X_7 - \frac{2y^*_1}{l'_1} + \frac{y^*_2}{l'_2} = 0$$

..... (1)

$$\delta_{71}X_1 + \delta_{72}X_2 + \delta_{73}X_3 + \delta_{74}X_4 + \delta_{75}X_5 + \delta_{76}X_6 + \delta_{77}X_7 + y^*_7 = 0$$

Коефіцієнти  $\delta_{ij}$  при невідомих рівнянь  $i$ -тих зусиль (1) запишуться у вигляді, наприклад:

$$\delta_{11} = \frac{2l'_1}{3EI_{red1}} - \mu^* \frac{2}{l'_1 GA_{red1}} + \frac{\bar{N}'_{11}{}^2 * l'_1}{6EA_{red1}} + \frac{\bar{N}'_{12}{}^2 * l'_2}{6EA_{red2}} + \frac{\bar{N}'_{13}{}^2 * l'_1}{6EA_{red3}} +$$

$$+ \frac{\bar{N}'_{14}{}^2 * h'}{6 \sin \alpha EA_4} + \frac{\bar{N}'_{15}{}^2 * h'}{6 \sin \beta EA_5} + \frac{\bar{N}'_{16}{}^2 * h'}{6 \sin \beta EA_6} + \frac{\bar{N}'_{17}{}^2 * h'}{6 \sin \alpha EA_7} + \frac{\bar{N}'_{18}{}^2 * (l - 2h^* ctg \alpha)}{6EA_8}$$

(2),

де  $\bar{N}'_{ij}$  – величини поздовжніх сил від дії одиничних моментів у вузлах балки комбінованої конструкції при зміненому положенні нейтральної осі;  
 $l'_1, l'_2$  – величини відповідно крайнього і середнього прольотів балки жорсткості;  
 $h'$  – математична висота сталезалізобетонної конструкції;  
 $EI_{red1}, GA_{red1}, EA_{red1}, EA_{red2}$  – величини жорсткісних параметрів прольотів балки жорсткості.

Проведені за розробленою методикою розрахунки звірялись з результатами розрахунків, які виконувались із застосуванням програмного комплексу ЛІРА.

Приймалось кілька варіантів моделювання сталезалізобетонного перерізу.

Для вивчення характеру роботи плити і розподіл в ній напружень та деформацій, металеві шпренгельні конструкції моделювались кінцевими елементами (КЕ) стержнів, а плита – КЕ пластини. Зміщення осей металеві та залізобетонної частини перерізів задавалось жорсткими вставками стержнів.

Також приймався спосіб моделювання конструкції як перехресно-ребристої. В даному випадку плита приймалась як балки відповідної ширини, а сталезалізобетонний пояс задавався числовим значенням. Його жорсткість рахувалась відповідно до рекомендації ДБН «Сталезалізобетонні конструкції» за прийняттям ширини полицьки. Обидва підходи до розрахунку просторової сталезалізобетонної комбінованої шпренгельної конструкції вказують на перерозподіл зусиль в залізобетонній плиті. Разом з тим початкові припущення щодо впливу на напружено деформований стан від зміщення положення нейтральної осі в балці жорсткості підтвердились не лише числовим, але й натурним експериментом. При проведенні експерименту початкові тріщини в залізобетонній плиті утворились на торцях плити при її роботі короткому напрямі з подальшим розвитком паралельно осі  $Ox$  по середині плити.

Порівняння прогинів теоретичних і експериментальних конструкцій зведені в табл. 1.

Таблиця 1 – Експериментальні та теоретичні прогини конструкцій

№ з/п	Шифр	Стадії завантаження	Прогин експериментальний, мм	Прогин теоретичний, мм	Збіжність результатів, %
1	КСБ-1	1	2,43	2,46	1,23
2		2	3,63	3,68	1,38
3		3	4,52	4,91	8,63
4		4	7,35	7,37	0,27
5		5	9,51	9,83	3,36
6		6	11,97	12,28	2,59
7		7	14,32	14,74	2,93
8		8	17,01	17,19	1,06
9	КСБ-2	1	2,03	2,14	5,42
10		2	3,12	3,21	2,88
11		3	4,11	4,38	6,57
12		4	6,37	6,43	0,94
13		5	8,24	8,57	4,00
14		6	10,52	10,71	1,81
15		7	12,75	12,85	0,78
16		8	14,87	14,99	0,81
17	КСБ-3	1	2,03	2,18	7,39
18		2	3,12	3,27	4,81
19		3	4,35	4,36	0,23
20		4	6,19	6,54	5,65
21		5	8,52	8,72	2,35
22		6	10,84	10,9	0,55
23		7	12,89	13,08	1,47
24		8	15,02	15,26	1,60

**Висновки.** Обчислені за методикою норм проектування сталезалізобетонних конструкцій параметри деформативності та тріщиностійкості дослідних зразків дають задовільну збіжність з експериментальними даними, тому дана методика розрахунку може бути прийнята для подальшого використання.

### Література

1. Клименко Ф.Е. Сталобетонные конструкции с внешним полосовым армированием / Ф.Е. Клименко. – К. : Будівельник, 1984. – 88 с.
2. Кваша В.Г. До розрахунку залізобетонних балок зі змінною по довжині жорсткістю / Б.С. Попович, І.Г. Іваник / Теорія і практика будівництва, Вісник ДУ “Львівська політехніка” №335. – Львів, 1997. – С. 56-62.
3. Іваник І.Г. Просторовий розрахунок перехресно-ребристих залізобетонних систем з урахуванням фізичної нелінійності: автореф. дис. канд. техн. наук 05.23.01 / Іваник Іван Григорович. Національний університет «Львівська політехніка». – Львів, 2000. – 20 с.
4. Віхоть С.І., Міцність і деформативність комбінованих металевих конструкцій з урахуванням раціонального проектування: автореф. дис. канд. техн. наук 05.23.01 / Віхоть Світлана Іванівна. – Львів 2015. – 20 с.
5. Іваник І. Г. Розрахунок статично невизначених конструкцій / І.Г. Іваник, М.В. Гоголь, С.І. Віхоть // Дороги і мости: зб. наук. ст. № 6. – К., 2006. – С. 33-42.