

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КОМБІНОВАНИХ
ПОПЕРЕДНЬО-НАПРУЖЕНИХ СТАЛЕЗАЛІЗОБЕТОННИХ
ШПРЕНГЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ**

Іваник Ю.І., аспірант,
Національний університет "Львівська політехніка"
k-spb@ukr.net

Анотація. Розроблені математична модель, методика й алгоритм розрахунку просторових сталезалізобетонних комбінованих попередньо-напружених шпренгельних конструкцій (ПНШК) дали можливість сконструювати систему, несуча здатність якої є більшою за аналогічні конструкції. Методика розрахунку ПНШК включає в себе: 1) розрахунок оптимальних параметрів комбінованої металевої шпренгельної конструкції (МШК); 2) розрахунок МШК, як металевої конструкції з врахуванням регулювання зусиль в її елементах за допомогою затяжки нижньої підвіски; 3) розрахунок МШК на стадії проектування, як сталезалізобетонної конструкції з врахуванням попереднього напруження; 4) розрахунок ПНШК при завантаженні постійним і корисним навантаженням.

Ключові слова: комбіновані системи, рівняння зусиль і переміщень, лінійні алгебраїчні рівняння, шпренгельні конструкції, попереднє напруження.

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОМБИНИРОВАННЫХ
ПРЕДВАРИТЕЛЬНО-НАПРЯЖЕННЫХ СТАЛЕЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ
ШПРЕНГЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

Иванык Ю.И., аспирант,
Национальный университет "Львовская политехника"
k-spb@ukr.net

Аннотация. Разработаны математическая модель, методика и алгоритм расчета пространственных сталежелезобетонных комбинированных предварительно-напряженных шпренгельных конструкций (ПНШК) позволили сконструировать систему, несущая способность которой больше аналогичных конструкций. Методика расчета ПНШК включает в себя: 1) расчет оптимальных параметров металлической комбинированной шпренгельной конструкции (МШК); 2) расчет МШК, как металлической конструкции с учетом регулирования усилий в ее элементах с помощью затяжки нижней подвески; 3) расчет МШК на стадии проектирования, как сталежелезобетонной конструкции с учетом предварительного напряжения; 4) расчет ПНШК при загрузке постоянной и полезной нагрузкой.

Ключевые слова: комбинированные системы, уравнения усилий и перемещений, линейные алгебраические уравнения, шпренгельные конструкции, предварительное напряжение.

**MATHEMATICAL MODEL COMBINED PRESTRESSED STEEL TRUSSING
CONCRETE STRUCTURES**

Ivanyk Y.I., postgraduate
Lviv Polytechnic National University
k-spb@ukr.net

Abstract. The combined pre-stressed steel-concrete truss structure when designing replaced by a simplified discrete physical model in a statically indeterminate rod systems. Elements of the system are represented geometric axes of composite beams, concrete slabs and steel hangers. The initial stiffness of elements in a static scheme corresponds to their actual stiffness.

Methods of calculating the combined pre-stressing a composite truss structure is as follows: 1) the calculation of the optimal parameters of the combined metal truss structure; 2) the calculation of the combined metal truss structure based on control efforts in its elements; 3) the calculation of the combined metal truss structure based on pre-stress; 4) the calculation of the combined pre-stressing a composite truss structure under the action of constant and payloads.

On the basis of mathematical model for calculating the combined pre-stressing a composite truss structure theoretically investigated the strength and deformation elements to the action of symmetric and asymmetric loads.

Keywords: combined systems, the equation forces and displacements, linear algebraic equations, truss structure, pre-stressing.

Вступ. Сучасні умови зведення будівель та споруд, які характеризуються впровадженням новітніх та ефективних конструкцій, невід'ємно пов'язані з проблемами розроблення методики дослідження й проектування цих конструкцій. До таких конструкцій належить комбіновані сталезалізобетонні шпренгельні системи. Історичний досвід із застосування в практиці будівництва комбінованих сталезалізобетонних конструкцій показав їх ефективність, що полягає у зменшенні витрат бетону й сталі порівняно з аналогічними запроєктованими залізобетонними чи металевими конструкціями [1-4] і, як наслідок, загальної ваги. Враховуючи вищезазвані переваги, а також раціональну просторову роботу та високу техніко-економічну ефективність сталевих шпренгельних конструкцій перекриття чи покриття, об'єднання їх по балці жорсткості з залізобетоном для сумісної роботи є перспективним напрямом розвитку будівельних конструкцій.

Особливістю запропонованих конструкцій є те, що верхні сталезалізобетонні елементи сприймають зусилля стиску і згину, а елементи підвіски сприймають зусилля розтягу або стиску (рис.1). Для ефективної роботи таких конструкцій необхідно визначити їх раціональні геометричні характеристики, міцність та деформативність елементів.

Вирішення питання розроблення методики дослідження і проектування комбінованих сталезалізобетонних шпренгельних попередньо-напружених конструкцій за умови забезпечення високого рівня несучої здатності при низькій масі є актуальною проблемою.

Методика розрахунку натурної комбінованої попередньо-напруженої сталезалізобетонної шпренгельної конструкції наступна:

- 1) розрахунок оптимальних параметрів металевої комбінованої шпренгельної конструкції (МШК);
- 2) розрахунок МШК як металевої конструкції з врахуванням регулювання зусиль в її елементах (балці жорсткості) за допомогою зтяжки нижньої підвіски;
- 3) розрахунок МШК на стадії проектування як сталезалізобетонної конструкції з врахуванням попереднього напруження в її елементах (рис.1, в);
- 4) розрахунок комбінованої попередньо-напруженої сталезалізобетонної шпренгельної конструкції при завантаженні постійним і корисним навантаженням (рис.1, г).

У порівнянні із залізобетонними конструкціями регулювання напруження в металевих шляхом створення попереднього напруження має ту перевагу, що в металевих відсутні втрати попереднього напруження, які мають місце в залізобетоні, де вони виникають через повзучість бетону. Нечисленні експериментальні дослідження попередньо-напружених металевих конструкцій підтверджують, що повзучість сталі незначна і швидко затухає з часом.

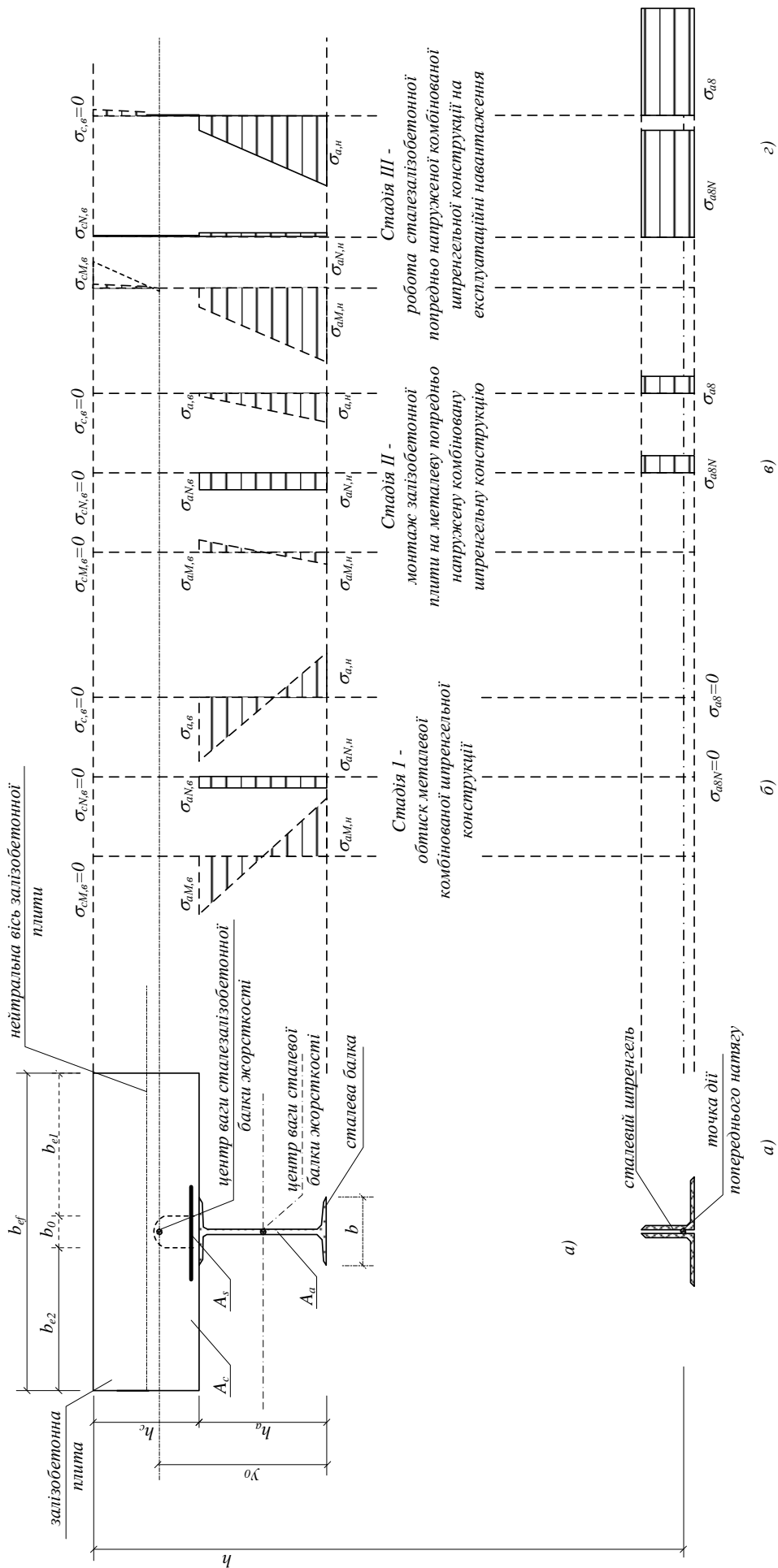


Рис. 1. Епюри напружень при різних стадіях навантаження балки жорсткості: а – розрахункова схема сталезалізобетонного перерізу; б – епора напружень у першій стадії; в – епора напружень у другій стадії; г – епора напружень у третій стадії

Постановка задачі. Сталезалізобетонну комбіновану попередньо-напружену шпрингельну конструкцію, зображену на рис. 2, при розрахунку замінимо спрощеною дискретною фізичною моделлю у вигляді стержневої статично невизначеної системи, елементи якої представляють геометричні осі сталезалізобетонної балки, уявно розчленованої залізобетонної плити і підвіски, жорсткість яких у статичній схемі відповідає їхнім фактичним жорсткостям.



Рис. 2. Просторова сталезалізобетонна комбінована попередньо-напружена шпрингельна конструкція

Найбільш ефективними в використанні є конструкції, в елементах яких досягнена умова рівнонапруженого стану, при цьому напруження в кожному елементі, з одного боку, не перевищують допустимих, з іншого – різниця в напруженнях є незначною.

Розглянемо сталезалізобетонну конструкцію, що складається з $n_l=2$ поздовжніх металевих статично невизначених комбінованих попередньо-напружених шпрингельних конструкцій, які об'єднані в сумісну просторову роботу за допомогою монолітної залізобетонної плити розмірами $B \times A=3 \times 6$ м (рис. 3).

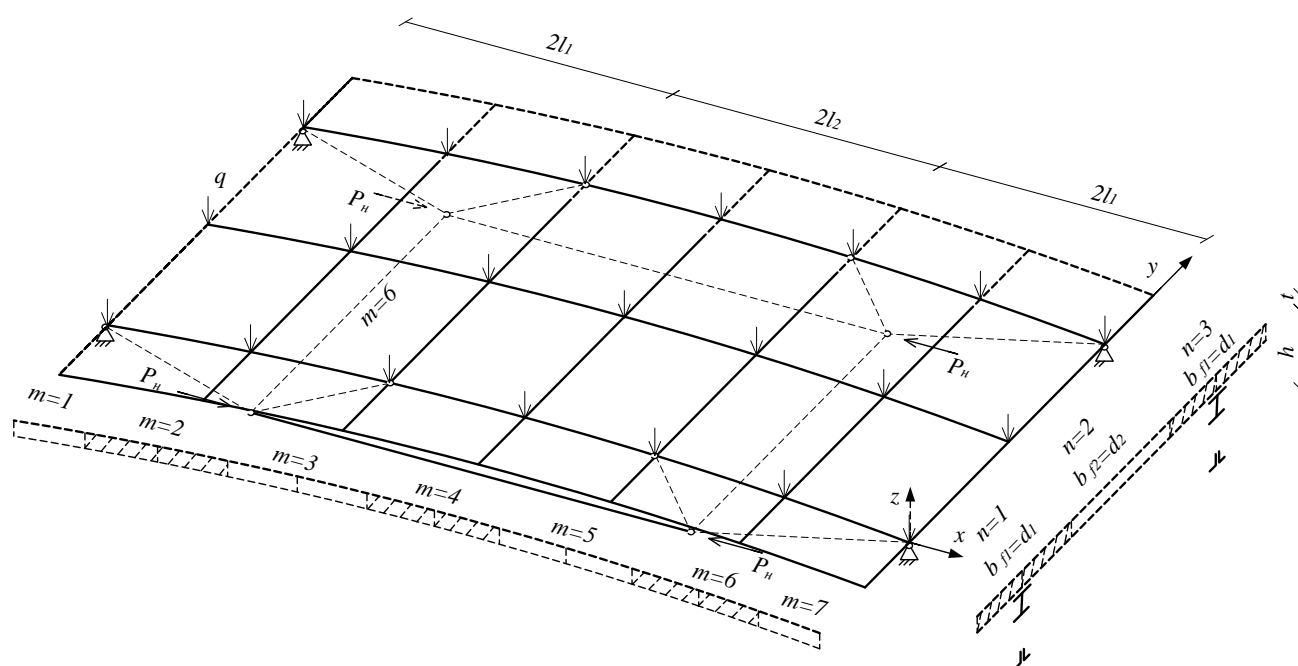


Рис. 3. Дискретна фізична модель просторової комбінованої попередньо-напруженої сталезалізобетонної шпрингельної конструкції

Враховуючи положення п. 8.4.1.1.3 «Сталезалізобетонні конструкції. Основні положення» ДБН В.2.6-160:2010 [4] щодо визначення приведеної ширини бетонних полиць, прийемо, що частина залізобетонної плити шириною $d_1=b_{f1}$ над сталеву балку жорсткості комбінованої металевої попередньо-напруженої шпренгельної конструкції є її складовою. Решту частини плити шириною $d_2=B-2\cdot b_{f1}=b_{f2}$ відобразимо як балку або балки, які входять в склад просторової конструкції. Також уявно розділимо плиту в поперечному напрямку на окремі $m_j=j$ ($j=1, \dots, k$) частини відповідних розмірів.

Таким чином отримуємо просторову перехресно ребристу комбіновану попередньо-напружену сталезалізобетонну шпренгельну конструкцію, яка складається:

- а) в повздовжньому напрямі OX з двох попередньо-напружених сталезалізобетонних балок і попередньо напруженої залізобетонної балки;
- б) в поперечному напрямку OY з $m = 7$ залізобетонних балок.

Математична модель металевої статично невизначеної комбінованої шпренгельної конструкції (МШК). Окремо взята комбінована металева шпренгельна конструкція, що складається з балки жорсткості і елементів ферми, завантажена рівномірно розподіленим навантаженням $q=q_1 \cdot d_1$ (рис. 4).

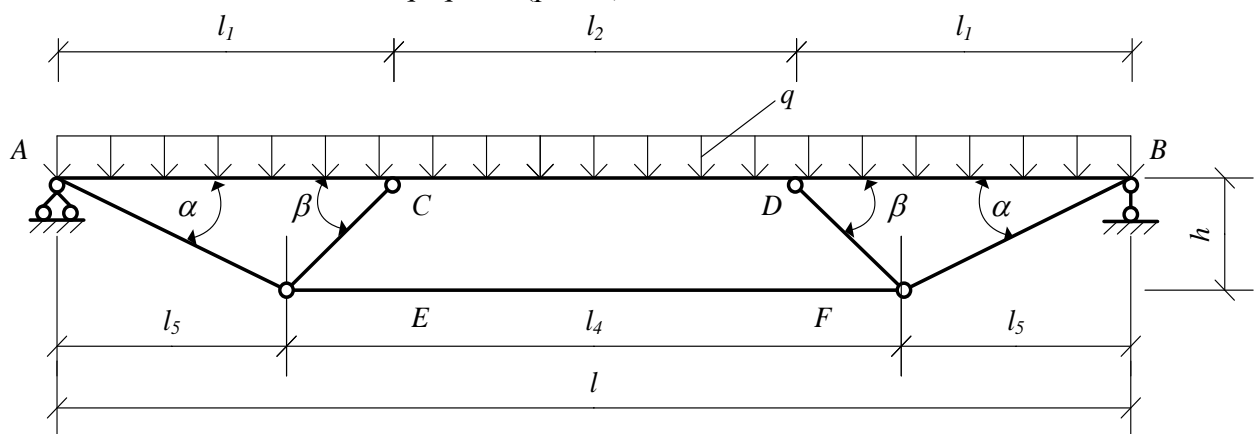


Рис. 4. Дискретна фізична модель комбінованої статично невизначеної металевої шпренгельної конструкції

У розрахунковій схемі від дії одиночного моменту, прикладеного в вузлі n балки, виникають пружні реакції $1/l_{n-1}$ і $1/l_n$, які передаються на суміжні вузли $n-1, \dots, n+1$ балки, від дії яких виникають поздовжні сили N_u в усіх елементах комбінованої конструкції (рис. 5).

Рівняння нерозривності деформацій (рівняння i -тих зусиль) для балки жорсткості матимуть вигляд:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \delta_{14}X_4 + \delta_{15}X_5 + \delta_{16}X_6 + \delta_{17}X_7 - \frac{2y_1}{l_1} + \frac{y_2}{l_2} = 0$$

.....

$$\delta_{71}X_1 + \delta_{72}X_2 + \delta_{73}X_3 + \delta_{74}X_4 + \delta_{75}X_5 + \delta_{76}X_6 + \delta_{77}X_7 + y_7 = 0 \tag{1}$$

Рівняння нерозривності деформацій (1) відображають взаємозалежність невідомих згинальних моментів по довжині балки жорсткості, відкинутих невідомих поздовжніх сил у відкосах шпренгельної системи та вертикальних переміщень всіх вузлів комбінованої конструкції. До рівнянь нерозривності деформацій (1), яких недостатньо для знаходження невідомих X і U , додаємо рівняння статички, які знаходимо з рівноваги панелей і вузлів ферми [5].

Отримані рівняння нерозривності деформацій (1) і статички формують систему лінійних алгебраїчних рівнянь, яка достатня для знаходження невідомих згинальних моментів M_i ($i=1, \dots, 5$), прогинів y_j ($j=1, \dots, 7$) і поздовжніх сил N_u ($u=1, \dots, 8$).

Коефіцієнти при невідомих рівнянь i -тих зусиль (1), наприклад, запишуться у вигляді:

$$\delta_{11} = \frac{2l_1}{3EI_1} - \mu \frac{2}{l_1 6A_1} + \frac{2\bar{N}_{11}^2 l_1}{6EA_1} + \frac{2\bar{N}_{12}^2 l_2}{6EA_2} + \frac{2\bar{N}_{13}^2 l_1}{6EA_3} + \frac{\bar{N}_{14}^2 h}{6 \sin \alpha EA_4} + \frac{\bar{N}_{15}^2 h}{6 \sin \beta EA_5} + \frac{\bar{N}_{16}^2 h}{6 \sin \beta EA_6} + \frac{\bar{N}_{17}^2 h}{6 \sin \alpha EA_7} + \frac{\bar{N}_{18}^2 (l - 2h \times \text{ctg} \alpha)}{6EA_4} \quad (2),$$

де \bar{N}_{ij} – величини поздовжніх сил від дії одиничних моментів у вузлах балки металеві комбінованої шпренгельної конструкції.

На основі розробленої математичної методики розрахунку комбінованої конструкції складений алгоритм і програма розрахунку на ЕОМ.

Розв'язок скінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь передбачає одержання розподілу згинальних моментів, вертикальних переміщень і параметрів напружено-деформованого стану елементів просторової конструкції під дією зовнішнього навантаження.

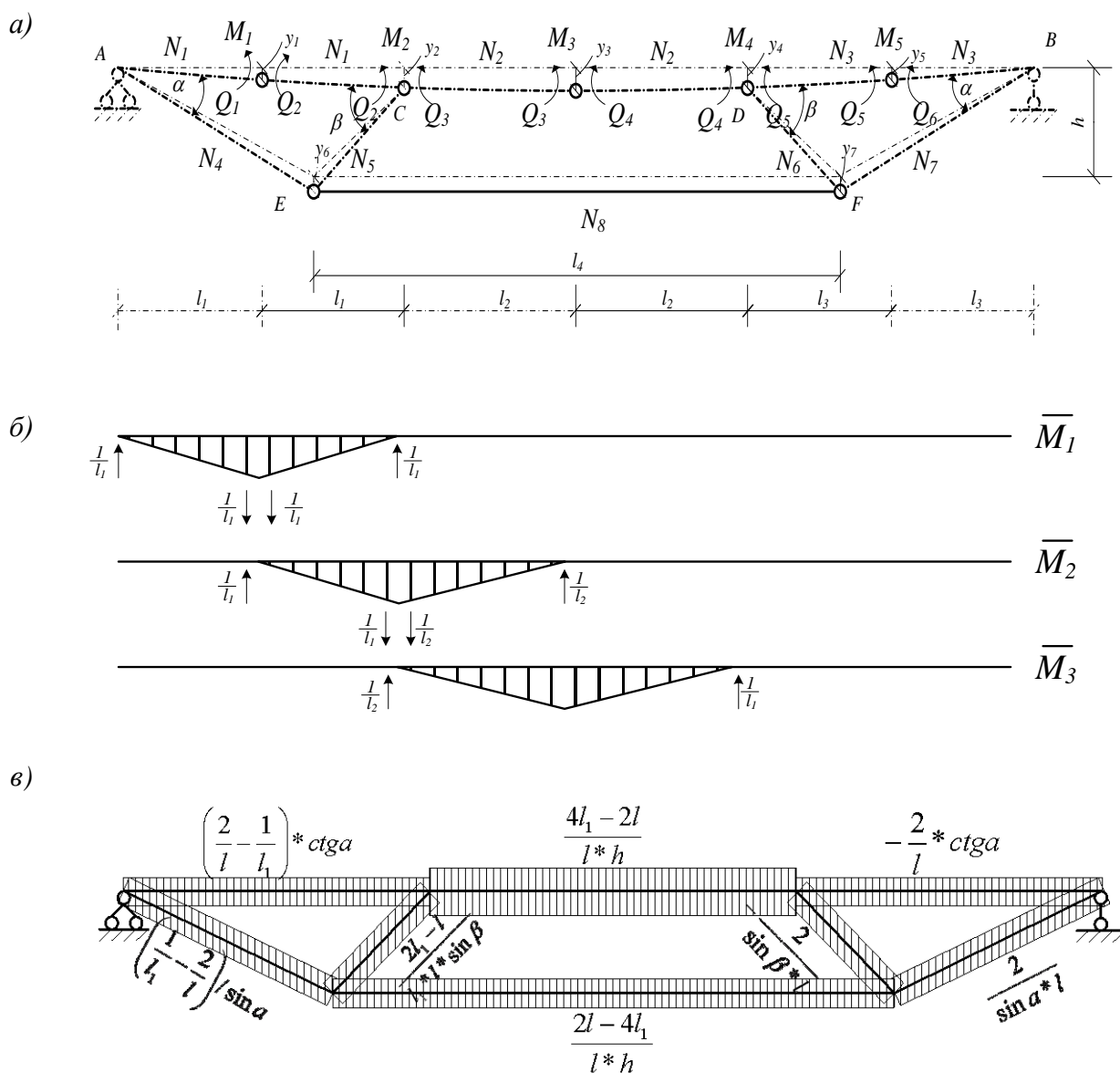


Рис. 5. Розрахункова схема комбінованої металеві шпренгельної конструкції: а – розрахункова схема, б – одиничні епюри згинальних моментів; в – епюри поздовжніх сил від дії пружних реакцій, викликаних одиничним моментом

В рамках розробленого алгоритму ведеться пошук мінімуму цільової функції рівнонапруженого стану в елементах просторової конструкції в залежності від геометричних параметрів конструкції (висоти комбінованої конструкції h , кутів нахилу α і β відповідно крайніх і проміжних підкосів, зовнішнього навантаження, фізико-механічних параметрів елементів).

Враховуючи результати проведених теоретичних досліджень, розроблено статично невизначену комбіновану конструкцію, показано на рис. 6.

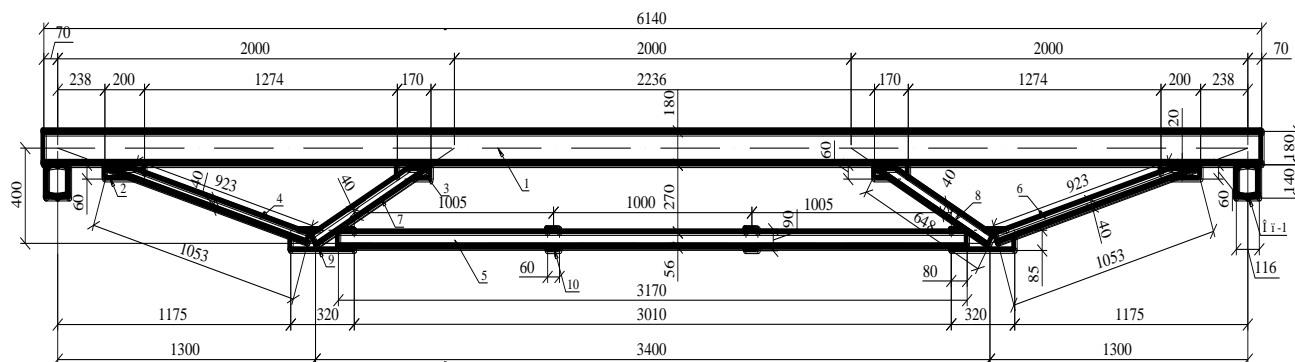


Рис. 6. Металева комбінована статично невизначена шпренгельна конструкція, отримана згідно теоретичних досліджень на основі рівнонапруженого стану

Маса балки жорсткості в складі комбінованої шпренгельної конструкції становить 66.3% від загальної маси.

Висновок. За результатами проведених теоретичних досліджень встановлено:

1. Розрахунок комбінованої конструкції, як сталезалізобетонної з врахуванням просторової роботи, яка забезпечується головними комбінованими сталезалізобетонними і другорядними залізобетонними балками, показує, що резерв несучої здатності в порівнянні з розрахунком в двохосному напруженому стані становить 16%;

2. Недонапруження перетинів сталезалізобетонної конструкції, в порівнянні з металевими, дає можливість зменшити величину прокату балки жорсткості на 25%.

Література

1. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування: ДСТУ Б В.2.6 – 156:2010. Національний стандарт України. – Мінрегіонбуд України. – К., 2009. – (Нормативний документ Мінрегіонбуду України). – 118 с.
2. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення: ДБН В.2.6-98:2009. Національний стандарт України. – Мінрегіонбуд України. – К., 2009. – (Нормативний документ Мінрегіонбуду України). – 71 с.
3. Конструкції будівель і споруд. Сталеві конструкції. Норми проектування, виготовлення і монтажу. Друга редакція (остаточна): ДБН В.2.6-163:2010. – Мінрегіонбуд України. – К., 2010. – (Нормативний документ Мінрегіонбуду України). – 127 с.
4. ДБН В.2.6-160:2010. Конструкції будинків і споруд. Сталезалізобетонні конструкції. Основні положення: чинний з 2011-09-01. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 55 с.
5. Кваша В.Г. Інженерний метод просторового розрахунку плитно-ребристих залізобетонних систем. Проблеми теорії і практики залізобетону / В.Г. Кваша, І.Г. Іваник// Ювілейна науково-технічна конференція, присвячена 100-річчю від дня народження д.т.н., проф. М.С. Торяника: зб. наук. статей. – Полтавський ДТУ ім. Кондратюка. – Полтава, 29-31 жовтня 1997 р. – С.186-189.