УДК 624.04

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КОЛИВАЛЬНОГО РУХУ СЕЙСМОСТІЙКОЇ КОНСТРУКЦІЇ

Азізов Т.Н., д.т.н., професор,
Мельник О.С., к.т.н., доцент,
Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини
naukatpf@meta.ua

Анотація. В статті представлена нова конструкція сейсмічно стійкої будівлі, в якій вертикальні елементи каркаса працюють на розтягнення, на відміну від традиційних будівель, в яких вони працюють на стиск зі згином, в результаті чого матеріал каркаса працює з напруженням, значно менше напруження при чистому стиску через гнучкість елементів і дії згинальних моментів. Розглянуто задачу розрахунку такої будівлі за схемою еліптичного маятника, що дозволяє отримати рівняння руху системи і динамічні сили, що діють на неї. Наведена методика наближеного розрахунку дозволяє обчислити динамічні сили, що діють на опорну конструкцію підвішеної будівлі.

Ключові слова: сейсмічно стійка будівля, еліптичний маятник, рівняння Лагранжа, рівняння руху коливань, сейсмічні навантаження, закон руху.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ СЕЙСМОСТОЙКОЙ КОНСТРУКЦИИ

Азизов Т.Н., д.т.н., профессор,
Мельник А.С., к.т.н., доцент,
Уманский государственный педагогический университет имени Павла Тычины
naukatpf@meta.ua

Аннотация. В статье представлена новая конструкция сейсмически устойчивого здания, в котором вертикальные элементы каркаса работают на растяжение, в отличие от традиционных зданий, в которых они работают на сжатие с изгибом, в результате чего материал каркаса работает с напряжением, значительно меньше напряжения при чистом сжатии через гибкость элементов и действия изгибающих моментов. Рассмотрена задача расчета такого здания по схеме эллиптического маятника, что позволяет получить уравнение движения системы и динамические силы, действующие на нее. Приведенная методика приближенного расчета позволяет вычислить динамические силы, действующие на опорную конструкцию подвешенного здания.

Ключевые слова: сейсмически устойчивое здание, эллиптический маятник, уравнения Лагранжа, уравнения движения колебаний, сейсмические нагрузки, закон движения.

MATHEMATICAL MODEL OF VIBRATING MOTION OF THE EARTHQUAKE RESISTING CONSTRUCTION

Taljat Azizov., Doctor of Engineering, Professor,
Olexiy Melnyk, PhD., Assistant Professor,
Pavlo Tychyna Uman State Pedagogical University
naukatpf@meta.ua

Abstract. The traditional scheme of a building, which is fixed in the foundation, is a console rod rigidly fixed in the foundation and storeys mass is concentrated at the level of floors. These buildings have significant shortcomings under the action of seismic loads. The article presents a new construction of the earthquake resisting building in which the vertical frame members are working in tension, in contrast to traditional buildings in which they operate in compression with a bend, and as the result the frame material works with stress, much less stress in pure compression through flexibility of elements and the action of bending moments. The problem of calculation of such buildings under the scheme elliptical pendulum is considered to provide equation of the system motion and the dynamic forces acting on it. The advantages of the constructive scheme as compared with the traditional pattern are shown in terms of seismic safety. The proposed technique of the approximate calculation allows to calculate the dynamic forces acting on the support structure of a suspended building.

Keywords: seismically resistant building, elliptical pendulum, Lagrange equation, equations of motion fluctuations, seismic load, law of motion.

Вступ. Традиційна схема будівлі, яка кріпиться у фундаменті, представляється як консольний стержень, жорстко закріплений у фундаменті, а маси поверхів зосереджуються в рівні перекриттів. Такі будівлі мають суттєві недоліки при дії сейсмічних навантажень. Максимальні зусилля і напруження виникають на рівні фундаментів, що веде до значної дії згинальних моментів на елементи конструкції. Ці зусилля можуть багаторазово перевищувати зусилля при дії корисних навантажень на несучі елементи будівель. Недоліком такої будівлі є її низька стійкість при максимальних навантаженнях, а також низький опір енергіям сейсмічних навантажень.

Аналіз останніх джерел досліджень і публікацій. Поставлена задача вирішується конструкцією сейсмічно стійкої будівлі [1].

Каркас будівлі *1* шарнірно підвішений до трикутної несучої рами *2* за допомогою підвіски *3*, яка може бути як гнучкою (трос), так і жорсткою (стрижень з прокатного профілю тощо). При цьому в місці кріплення підвіски до рами і підвіски до будівлі є шарніри. Між ґрунтом і низом будівлі існує зазор, який дозволяє будівлі вільно коливатися відносно поверхні ґрунту. Для запобігання коливань будівлі від дії вітрових навантажень є обмежувачі горизонтального переміщення *4*, які повинні виключитися (наприклад, розірватися) при дії сейсмічних сил, але сприймати повне вітрове навантаження (рис. 1).

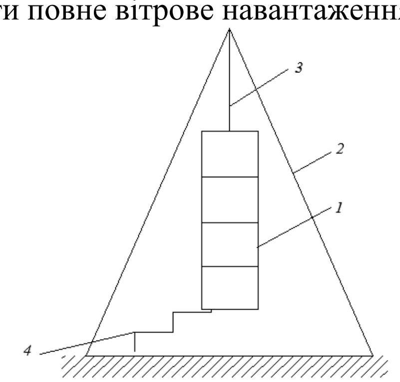

Рис. 1. Конструкція сейсмостійкої будівлі

В будівлі, що пропонується, динамічну схему можна представити однією масою величиною $M=n\times m$. Динамічна сила, що діє на споруду $F=n\times m\times a$ [2, 3]. Проте, з огляду на те, що будівля підвішена на гнучкій підвісці, то в горизонтальному напрямі на несучу раму діятиме дуже мала сила. Дійсно, схему такої будівлі можна приблизно розглянути як схему еліптичного маятника.

Тому **метою** статті є представлення розрахункової схеми запропонованої конструкції та наведення загального вигляду та розв'язку рівняння малих коливань еліптичного маятника, яке можна використати для дослідження руху даної конструкції при сейсмічних навантаженнях.

Основний матеріал і результати. Розглянемо переваги пропонованої конструктивної схеми в порівнянні з традиційною схемою з точки зору сейсмічної безпеки. Динамічну розрахункову схему запропонованої споруди представлено на рис. 2.

У традиційній споруді при сейсмічній дії на рівні перекриття кожного поверху будуть діяти динамічні сили $F = m \cdot a$, де m – маса одного поверху; a – прискорення коливання ґрунту від землетрусу. У рівні обрізу фундаменту сумарний згинальний момент в умовній консольній схемі традиційної будівлі з числом поверхів, рівним n дорівнює (при рівних висотах і масах поверхів):

$$M_{tot} = m \cdot a \cdot h \cdot (1 + 2 + ... + n). \tag{1}$$

У запропонованій будівлі динамічну схему (з точки зору розрахунку несучих опор, на яких висить будівля) можна представити (рис. 2), як одну масу величиною $M = m \cdot n$. Динамічна сила, що діє на споруду $F = n \cdot m \cdot a$. При цьому, по-перше, центр мас підвішеної будівлі буде знаходитися на висоті $H < n \cdot h$, по-друге, з огляду шарнірної підвіски на несучу раму буде прикладена вельми мала горизонтальна сила. Схему такого будинку можна наближено представити у вигляді маятника, що коливається з точкою підвісу. Горизонтальна складова зусиль, що діють на опорну раму, буде малою (рис. 2).

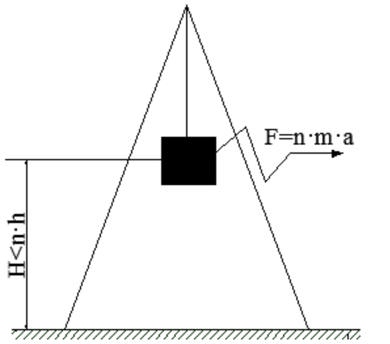

Рис. 2. Динамічна розрахункова схема запропонованої конструкції

Крім цього, прикладання горизонтальної сили до несучої рами за описаною схемою кріплення буде в верхньому вузлі несучої рами. При цьому, як відомо, згинальні моменти в рамі будуть відсутні (або матимуть достатньо малі значення в разі жорстких вузлів рами).

Перетин елементів несучої рами слід підбирати розрахунком. Горизонтальні сейсмічні зусилля будуть виникати тільки від маси самих стійок рами, яка, очевидно, буде значно меншою маси будівлі. Таку конструкцію можна представити у вигляді еліптичного маятника.

Розглянемо схему еліптичного маятника, що складається з повзуна *I* та переміщається без тертя по горизонтальній прямій і кульки *II*, підвішеної до повзуна *I* нерозтяжним стержнем (рис. 3). Маса повзуна *I* рівна *M*, маса кульки *II* – *m*, довжина нерозтягнутого стрижня – *l*.

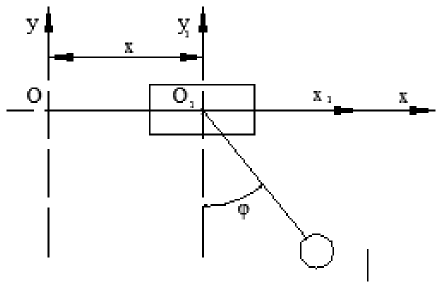

Рис. 3. Розрахункова схема руху еліптичного маятника

В розрахунковій схемі (рис. 3) приймемо, що в початковий момент кут $\varphi=\varphi_0\neq0$, а кутова швидкість $\varphi'=\varphi'_0\neq0$. Знайдемо закон руху повзуна і кульки в залежності від заданих початкових умов, при яких $\varphi'=\omega_0\neq0$. Для рішення скористаємось рівнянням Лагранжа. Приймемо, що $sin^2\varphi=\varphi^2$, на маятник не діють сили тяжіння і потенціальна енергія системи. Система має два ступені свободи, а отже двома узагальненими координатами X та φ. Тоді рівняння Лагранжа набудуть вигляду:

$$\frac{d}{dt}\frac{dT}{dx'}-\frac{dT}{dx}=0,$$
$$\frac{d}{dt}\frac{dT}{d\varphi'}-\frac{dT}{d\varphi}=0. \qquad (2)$$

Кінетична енергія системи рівна сумі кінетичної енергії першого тіла та кінетичної енергії другого тіла. В роботі [4] отримані рівняння, які виражають закон руху повзуна в залежності від кута нахилу стрижня l від вертикальної осі та часу, та залежність кутової швидкості оберту маятника від кута відхилення стрижня l від вертикальної осі:

$$x=\frac{ml(\varphi_0't-\sin\varphi)}{M+m} \qquad (3)$$

$$\varphi'=\frac{\varphi_0'}{\sqrt{1+\frac{m}{M}\sin^2\varphi}}. \qquad (4)$$

Виконавши певні математичні перетворення, отримаєм закон руху малих коливань маятника:

$$\varphi=\sqrt{\sqrt{\frac{4M}{m}}\varphi_0't}. \qquad (5)$$

Отримана формула (5) з визначення закону руху малих коливань маятника значно спрощується в порівнянні з формулою, отриманої в роботі [4], яка має вигляд:

$$\varphi=\frac{M}{m}\left[\sqrt[3]{(\frac{3m}{2M}\varphi_0't+1)^2}-1\right]. \qquad (6)$$

Формула (6) може бути застосована при дослідженні малих коливань маятника із заданою початковою кутовою швидкістю його руху при діапазоні зміни кута φ від -40̊ до +40̊. При розрахунку рівняння руху малих коливань еліптичного маятника із заданою початковою кутовою швидкістю його руху з урахуванням заданих вихідних параметрів, моменту інерції кульки щодо точки підвісу $O_1 - I$ (рис.3) і умови, що $sin^2\varphi=\varphi$, рівняння руху маятника має вигляд [5, 6]:

$$\varphi=\sqrt{\sqrt{\frac{4\left[(ml)^2-I(M+m)\right]}{(ml)^2\varphi}}\phi_0't}. \qquad (7)$$

Задача по визначенню періоду і частоти коливань еліптичного маятника (рис. 3) має просте рішення. При цьому використовується рівняння Лагранжа. Так, наприклад, якщо маса повзуна m_1, і кульки m_2, з’єднаного з повзуном стержнем довжиною l (рис. 3) і маятник відхилений на початковий кут φ_0 від вертикалі, то кінетична енергія всієї системи визначається за формулою [3]:

$$T=\frac{1}{2}\left(m_1+m_2\right)\cdot \dot{x}_1^2+\frac{1}{2}m_2l^2\dot{\phi}^2-m_2l\dot{x}_1\dot{\phi}\cdot\cos\varphi. \qquad (8)$$

Рівняння малих коливань маятника:

$$\varphi=\varphi_0\cdot\cos kt, \qquad (9)$$

де частота коливань маятника:

$$k=\sqrt{\frac{m_1+m_2}{m_1}\cdot\frac{g}{l}}. \qquad (10)$$

Період коливань:

$$T=2\pi\cdot\sqrt{\frac{m_1}{m_1+m_2}\cdot\frac{l}{g}}. \qquad (11)$$

В нашому випадку рух повзуна (рис. 3) не може бути безперешкодним. Тому схему еліптичного маятника слід прийняти, як показано на рис. 4.

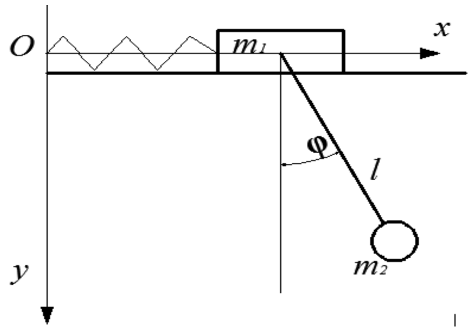

Рис. 4. Схема руху еліптичного маятника з пружиною

Жорсткість умовної пружини підбирається з умови рівності переміщень цієї фіктивної пружини переміщенням точки підвісу рами від одиничного горизонтального навантаження. В цьому випадку вираз кінетичної енергії системи залишиться таким же як і на рис. 3 (вираз 8). А у вираз потенціальної енергії слід додати складову енергії деформації пружини.

Таким чином можна отримати рівняння руху системи і динамічні сили, зокрема динамічну силу стиснення (розтягування) пружини на рис. 4. Ця сила і буде тією силою, яка діє в горизонтальному напрямку на опорну раму запропонованої будівлі. При цьому ця сила буде істотно меншою за сили, які виникли б у колонах будівлі в традиційному їх виконанні.

Слід зазначити, що в реальності будівля не є зосередженою масою в одній точці. Однак з точки зору впливу на опорну раму (на якій підвішена будівля) таке наближення для попередніх розрахунків цілком допустимо. Врахування деформацій самої будівлі при русі в підвішеному стані є предметом подальших досліджень.

Висновки та перспективи досліджень. Наведена методика наближеного розрахунку дозволяє обчислити динамічні сили, що діють на опорну конструкцію підвішеної будівлі. Знаючи масу повзуна, масу маятника (будівлі), довжину підвішувального стержня і жорсткість пружини (жорсткість деформування опорної рами в горизонтальному напрямку), можна отримати повну картину коливань системи. У перспективі передбачається врахувати деформації самої будівлі, тобто розгляд його не як одного зосередженого в точці вантажу, а як багатоповерхову рамну систему.

Література

1. Патент 54247 UA, МПК E04B 1/18 (2009) Конструкція сейсмічно стійкої будівлі / Азізов Т.Н. – № u201011260; заявл. 21.09.2010 ; опубл. 25.10.2010, Бюл. № 20/2010 р.

2. Смирнов А.Ф. Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений / А.Ф. Смирнов и др. – М.: Стройиздат, 1984. – 416 с.

3. Яблонский, А.А. Курс теоретической механики. В 2 т. Т.2 / А.А. Яблонский. – Москва: Высшая школа, 1971. – 488 с.

4. Локтионов А.В. К вопросу составления дифференциального уравнения при сложном движении эллиптического маятника / А.В. Локтионов, С.А. Сеньков // Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки: междунар. сб. науч. тр. / Вып. 4 / М-во образования Республики Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп.; под ред. А.О. Шимановского. – Гомель: БелГУТ, 2010. – С. 162-166.

5. Локтионов А.В. Расчет уравнения движения малых колебаний эллиптического маятника с заданной начальной угловой скоростью его движения / А.В. Локтионов, С.А. Сеньков // Теоретическая и прикладная механика: междунар. науч.-техн. журнал. – Минск, 2011. – № 26. – С. 138-143.

6. Москалев С.А. Методы расчета малых колебаний эллиптического маятника / С.А. Москалев, А.В. Локтионов // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности: материалы междунар. науч.-техн. конф. молод. ученых / М-во образования Респ. Беларусь, М-во образования и науки Рос. Федерации, Белорус.-Рос. ун-т. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2013. – С. 40.

Стаття надійшла 29.09.2016