

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РОЗРАХУНКУ КОЛІЇ В АСФАЛЬТОБЕТОННОМУ ПОКРИТТІ АВТОДОРОЖНІХ МОСТІВ

Онищенко А.М., к.т.н., доцент,
Національний транспортний університет
artur_onish@bigmir.net

Анотація. В статті запропоновано математичну модель з прогнозування глибини колії в асфальтобетонному покритті на автодорожніх мостах, яка враховує: температурний вплив; інтенсивності руху транспортних засобів, вплив тертя пневматичної шини колеса в колії; враховується термо-реологічні властивості асфальтобетону, а саме: функцію релаксації; функцію деформації; функцію пластичності; функцію температурно-часової аналогії; зміна товщини покриття; коефіцієнт колієстійкості; коефіцієнт пропорційності; врахування явища мікро-просковзування через параметр $Fp(\beta, De)$, і особливостей проектування покриття на автодорожніх мостах. Виконано числове моделювання утворення глибини колії в асфальтобетонному покритті від його різної товщини, що передається від пневматичного колеса транспортного засобу.

Ключові слова: асфальтобетонне покриття, колія, модель, навантаження, температура.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА КОЛЕИ В АСФАЛЬТОБЕТОННОМ ПОКРЫТИИ АВТОДОРОЖНЫХ МОСТОВ

Онищенко А.Н., к.т.н., доцент,
Национальный транспортный университет
artur_onish@bigmir.net

Аннотация. В статье предложена математическая модель по прогнозированию глубины колеи в асфальтобетонном покрытии на автодорожных мостах, которая учитывает: температурное воздействие; интенсивности движения транспортных средств, влияние трения пневматической шины колеса в колее; учитываются термо-реологические свойства асфальтобетона, а именно: функцию релаксации; функцию деформации; функцию пластичности; функцию температурно-временной аналогии; изменение толщины покрытия; коэффициент колеестойкости; коэффициент пропорциональности; учета явления микро-проскальзывание через параметр $Fp(\beta, De)$ и особенностей проектирования покрытия на автодорожных мостах. Выполнено численное моделирование образования глубины колеи в асфальтобетонном покрытии от его различной толщины, что передается от пневматического колеса транспортного средства.

Ключевые слова: асфальтобетонное покрытие, путь, модель, нагрузка, температура.

MATHEMATICAL MODEL OF CALCULATION CIRCLE IN ASPHALT PAVEMENT ROAD BRIDGE

Onishchenko A.M., PhD., Assistant Professor,
National Transport University
artur_onish@bigmir.net

Abstract. The article proposed mathematical model of forecasting of depth track gauge in the asphalt pavement on the road bridge, which takes into account: the impact of temperature; traffic

vehicles, the effect of friction pneumatic tire wheel tracks; Torma Parish counted-rheological properties of asphalt, namely relaxation function; function of strain; function plasticity; function temperature-time analogy; changing the coating thickness; *koliyestiykosti* factor; proportionality factor; *mikroproskovzuvannya* accounting effects of the parameters $F_p(\beta, De)$ and design features covering on road bridges. Made the conclusion that the well-known theory of Karl Johnson and EJ Ishlinskoho reasonably can be used as a prerequisite to the development of the theory of rutting in asphalt pavement on road bridges. Done numerical modeling of formation depth gauge in the asphalt pavement on its different thicknesses transmitted from the pneumatic tires of the vehicle. The proposed equation used Function strain and relaxation of asphalt that specified by the coefficient, which depends on the properties of the bituminous binder, namely penetration, softening temperature and the penetration index.

Keywords: asphalt pavement, track, model, load, temperature.

Сутність і стан наукової проблеми. Автодорожні мости є невід'ємною складовою мережі автомобільних доріг транспортної інфраструктури України. Транспортно-експлуатаційний стан переважної більшості, автодорожніх мостів не відповідає сучасним вимогам і потребує поліпшення з урахуванням соціально-економічних потреб держави відповідно розпорядження КМУ [1].

Останнім часом все частіше постає нагальна проблема у запобіганні виникнення колії в асфальтобетонному покритті на автодорожніх мостах. Ця проблема полягає в тому, що автодорожні мости перебувають у такому транспортно-експлуатаційному стані, за якого не можуть бути повною мірою забезпечене швидке, комфортне, економічне та безпечне перевезення пасажирів і вантажів, розвиток транзитних перевезень, подальший соціально-економічний розвиток держави та її інтеграція до європейської спільноти.

Існуючі теоретичні підходи щодо вирішення методів запобігання колії в асфальтобетонному покритті на мостах не в повній мірі враховується вплив термореологічних властивостей, різної інтенсивності руху великовагових транспортних засобів та високої температури.

Актуальність роботи полягає у підвищенні довговічності асфальтобетонного покриття на автодорожніх мостах за рахунок колієстійкості.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Великий внесок з розв'язку проблем деформування та колієутворення в матеріалах дорожніх одягів та асфальтобетонному покритті від дії пневматичних коліс транспорту та режимів їх роботи внесли такі вчені як: А.С. Александров, І.О. Барашков, І.М. Бартенев, А.М. Богуславського, Г.О. Бонченко, О.М. Бурмистрова, А.П. Васильєв, Л.Б. Гезенцвей, К. Джонсон, А.Ю. Ішлінській, Д.Д. Івлев, І.Р. Шегельман, Б.С. Радовський, А.В. Руденська, Б.Б. Телтаєв, І.А.Золотарь, В.О. Золотарьов, В.В. Жданюк, М.М. Іванов, В.Д. Казарновський, Г.М. Кірюхін, В.П. Матуа, В.В. Мозговий, І.Г. Овчиников, М.Я.Хархута, В.Б. Фадеєв, М. О. Цитович [2-18] та інші дослідники. Аналіз цих робіт показав, що на даний час математичні моделі з використанням реологічних основ механіки матеріалу дуже складні, пов'язані з його показниками, які визначаються в лабораторних умовах. У цьому випадку авторами в своїх роботах [5, 10] запропоновано спрощені математичні моделі колієутворення в матеріалі дорожнього одягу від дії жорсткого та пневматичного колеса. В даних моделях одночасно не враховується термореологічні властивості матеріалу, різний час дії навантаження пневматичних коліс від транспортного засобу та температури, а також товщина покриття.

Постановка задачі полягає у розробці математичної моделі з розрахунку колії в асфальтобетонному покритті на автодорожніх мостах.

Виклад основного матеріалу дослідження.

Теоретичні передумови розрахунку колієутворення в асфальтобетонному покритті на автодорожніх мостах. Існуючі моделі колієутворення для асфальтобетонного покриття на автодорожніх мостах потребують додаткового дослідження. Серед низки різноманітних факторів, які впливають на колієутворення в матеріалі дорожнього одягу, найбільш суттєвішим

є поведінка матеріалу під навантаженням. Математичні моделі з описом реологічної поведінки матеріалу під навантаженням різноманітні. Аналізуючи значну кількість відомих закономірностей поведінки матеріалу під навантаженням [16-21] їх можна згрупувати. Існують дві основні групи поведінки матеріалу під навантаженням – з лінійним, або ж нелінійним деформуванням матеріалу, що мають пружні або не пружні властивості. В залежності від величини прикладеного навантаження з урахуванням часу його дії розрізняють матеріали з наступними властивостями: пружними, в'язко-пружними, в'язко-пластичними. Для опису закономірностей поведінки матеріалів з такими властивостями існує множина законів. Але всі вони основані на трьох основних моделях: Гука (пружня поведінка матеріалу), Ньютона (в'язка поведінка матеріалу) та Сен-Венана (характеризує тертя матеріалу). Комбінація цих елементів дозволяє наглядно відобразити поведінку матеріалу як пружного, в'язко-пружного або в'язко-пластичного тіла. Наявність малого набору цих елементів не завжди точно відтворює поведінку матеріалу, наявність великої кількості елементів – більш точно відображає процес деформування матеріалу, але суттєво ускладнює його математичний розрахунок. Крім того, існує думка, що ці моделі не відображають особливостей структури і молекулярної природи в'язко-пружних властивостей матеріалу [22], а в роботах [23] рішуче стверджується про недоцільність спроб описання поведінки матеріалу моделями, що складаються з класичних елементів. Тому для вирішення практичних задач безпосередньо пов'язаних з взаємодією пневматичних коліс транспортних засобів з асфальтобетонним покриттям необхідно враховувати пружно-в'язко-пластичні особливості поведінки асфальтобетону під навантаженням. Варто зазначити, що поведінка асфальтобетону під навантаженням та утворення в ньому колії від дії транспортних засобів, за процесами які відбуваються в зоні контакту тісно пов'язані з процесами утворення колії в матеріалі з пружно-в'язко-пластичними характеристиками – ґрунті. Аналіз теорії пристосованості [24], яка описує реологічну поведінку в'язко-пластичних деформацій в умовах напружено-деформованого стану, що мають циклічну природу, а також теорії Джонсона К. [6] та Ішлінського О.Ю. [10], з урахуванням низки передумов [2-21] дозволив зробити наступні висновки: 1) шар асфальтобетонного матеріалу під дією навантаження та температури, як і ґрунт земляного полотна, залежно від вологості і температури, відповідають пружно-в'язко-пластичній поведінці під навантаженням. Особливий пружно- в'язко-пластичний стан відповідає області, коли для перевезення асфальтобетону в текучий стан слід подолати межу пластичності. Існування цієї межі пов'язано з наявністю каркасу з високо структурованого асфальтов'язучого для асфальтобетону, а для ґрунту – зв'язної глинисто-пилуватої фракції. 2) Як асфальтобетон так і ґрунт, як основа дорожнього одягу, мають явища релаксації та повзучості. Тому обом матеріалам властиве пластичне деформування під впливом діючих зусиль. Основною особливістю цього процесу є відсутність розривів суцільності (утворення тріщин). Прикладом таких процесів може слугувати сама колія, яка утворюється під дією руху колеса, як на поверхні ґрунту земляного полотна так і на покритті асфальтобетонного шару. Реологічні процеси, що протікають як в ґрунтах, так і в асфальтобетоні, описуються близькими математичними моделями, з різницею в кількісному вираженні реологічних та розрахункових характеристик. 3) крива накопичення залишкових деформацій для асфальтобетону має всі ті самі характерні ділянки, що і при повзучості ґрунтів, про що може свідчити однаковий математичний опис емпіричними рівняннями наростання сумарної деформації від кількості числа прикладених навантажень або часу дії навантаження обох матеріалів. 4) Розподілення напружень в багатошарових системах основане на методі еквівалентності шару, що було розроблено проф. Покровським Г.І., в тому числі і на основі проведених випробувань різно-шаруватих ґрунтів. Проф. М.М. Іванов застосував цю залежність не тільки для ґрунтів, а й для інших шарів дорожнього одягу, в тому числі і асфальтобетонів. Це відображено в нині діючому нормативному документі [25]. Таким чином, виходячи з концепції цього методу асфальтобетонний шар певної товщини може бути замінений еквівалентним шаром ґрунту. Важливим фактором при розгляді взаємодії колеса з асфальтобетонним покриттям є вплив присутності квазінедеформованих поверхонь (залізобетонної основи мосту). Аналіз порівнянь зміни напружень в середовищі, при різній відстані до недеформованого

об'єкту дає підстави стверджувати, що присутність близько розташованої недеформованої поверхні змінює значення напружень в асфальтобетоні, причому збільшуючи їх на границі контакту. При цьому дія деформацій розповсюджується на глибину активної зони. Ця зона становить 3-3,5 діаметра штамп, що передає навантаження [15]. Наявність жорсткої основи у вигляді залізобетонної плити лише викликати вирівнювання напружень по товщині асфальтобетонних шарів. Також важливим фактором є швидкість розповсюдження напружень та деформацій по глибині (рис. 1, а), з урахуванням відомого факту, що асфальтобетон розташовуючись на різних шарах має різну розподільчу здатність. З рис. (1, б) видно, що, якщо верхній шар матеріалу має більший модуль деформації E_1 , то еюра σ_z під навантаженням буде з глибиною швидше затухати (осадка мінімальна). І навпаки, якщо верхній шар матеріалу має менше значення модуля деформації, то еюра σ_z під навантаженням зі зміною глибини проникнення буде затухати повільніше. Це дозволяє зробити заключення про те, що відомі теорії Джонсона К. [6] та Ішлінського О.Ю. [10] цілком обґрунтовано можна використовувати, як передумови до розробки теорії колієутворення в асфальтобетонному покритті на автодорожніх мостах.

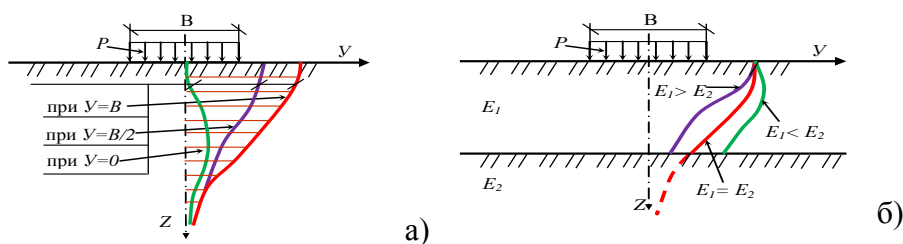


Рис. 1. Зміна еюри вертикальних стискаючих напружень:
а – по глибині; б – з різними властивостями матеріалу в шарах

Модель колієутворення в асфальтобетонному покритті на автодорожніх мостах.

В якості моделі для розрахунку колійності в асфальтобетонному покритті на мостах приймаємо за основу розрахункові схеми [19]. У відповідності запропонованої гіпотези розглядається питання про накопичення залишкових деформацій вигляді колії при русі по асфальтобетонному покритті, що влаштоване на проїзній частині мосту пневматичного колеса при різному часі дії навантаження і високої температури [19]. При побудові теорії кочення по асфальтобетонному покриттю колеса з пневматичною шиною необхідно враховувати деформацію самого пневматика, як запропоновано в роботах [10, 19]. Ця задача є достатньо складною навіть, після введення деяких припущень. В якості моделі кочення пневматичного колеса по в'язко-пружно-пластичному асфальтобетонному покритті, що влаштоване на мосту, враховуючи співвідношення розмірів конструкції, приймаємо модель пластини в якості асфальтобетонного покриття, яке зчеплене з залізобетонною основою відповідно до моделей, що наведені на рис. 2.

З даних моделей (рис. 2) для розрахунку колієутворення в асфальтобетонному покритті на автодорожніх мостах, можна сказати наступне, що як і на практиці по асфальтобетонному покриттю рухається пневматичне колесо (радіусом R) транспортного засобу зі швидкістю V_p з ліва на право з навантаженням на колесо силою (P), тиском $p(\xi, t)$, який залежить від часу t дії навантаження та плями контакту колеса (ξ). Це призводить до геометричних співвідношень, що пов'язує переміщення x будь-якої точки поверхні асфальтобетону в залежності від її відстані ξ від вертикальної площини (рис. 2), що рухається через вісь колеса. При русі пневматичного колеса транспортного засобу виникає мінімальна y_0 і максимальна y деформація у пневматику, а в асфальтобетонному покритті товщиною H утворюється глибина колії на величину h_N , після (N -го) проходу колеса. При цьому відстань a залежатиме від найбільш віддалених передніх точок поверхні контакту колеса з покриттям від тієї ж вертикальної площини. Контакт пневматичного колеса з асфальтобетонним покриттям буде зупинятися по заду цієї вертикалі площини на деяку відстань d від неї, при

цьому глибина колії h_{N+1} , після проходження пневматичного колеса транспортного засобу пов'язана з величинами h_N , a і a' співвідношенням (рис. 2) [19]. Відстань l від границі, яка розділяє цю межу, до вертикальної площини, що проходить через вісь пневматичного колеса, може бути визначена за відомим рівнянням [10].

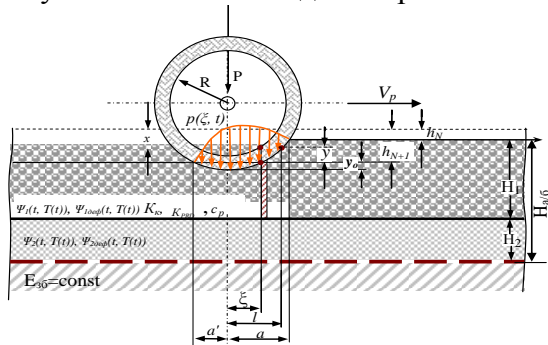


Рис. 2. Модель кочення пневматичного колеса по асфальтобетонному покритті, яке міцно зчеплене з другим шаром, а другий шар асфальтобетону міцно зчеплений з основою із залізобетону при підвищенні температури

Відповідно до моделей (рис. 2) міцність зчеплення забезпечується умовою коефіцієнта колієстійкості $K_k \leq 1$. Прийняті припущення зводяться до наступного: 1 – закон деформування асфальтобетону, що нижче описаний та в роботі [10]; 2 – деформація пневматика в кожній точці рахується пропорційною тиску пневматика на асфальтобетонне покриття; 3 – поверхня пневматика приймається циліндричною; 4 – пропонується застосувати коефіцієнт колієстійкості K_k , який дозволяє враховувати умову міцності зчеплення асфальтобетонного покриття з основою мосту і встановлюється експериментально; 5 – пропонується застосувати коефіцієнт пропорційності K_{PRD} , який відповідає за характер кута нахилу кривої колії даного виду асфальтобетону [26] і встановлюється експериментально. З урахуванням вищенаведених припущень закони деформування матеріалу [10, 19], можуть бути використані для створення прогностичної моделі колієутворення для асфальтобетону.

Питання про колієутворення тісно пов'язане з механічними властивостями асфальтобетону, що знаходить підтвердження в багатьох роботах [2, 4, 6-9, 12, 14, 16-26]. У відповідності до роботи [19] пропонується теоретичне рівняння для розрахунку колії в асфальтобетонному покритті, яке складається з двох шарів (рис. 2.), необхідно використовувати рівняння [19], що враховує термореологічні властивості та сумарну кількість прикладання розрахункового навантаження за залежністю:

$$h_{N+1}^2 = \frac{1}{2} \cdot (\beta \cdot c_p \cdot R)^{\frac{1}{3}} \cdot \left[\frac{3 \times \bar{\Psi}_{\text{Деф}}(t, T) \cdot a^3}{b \times R \times \sum_{i=1}^n H_{abi}} \cdot Fp \cdot \left(\sqrt{\frac{c_p + \beta}{c_p \cdot \beta}} - 1 \right) \right]^{\frac{2}{3}} \cdot \left(h_1 \cdot \delta_{N+1} - \frac{h_1}{\delta_{N+1}} \right) \cdot K_k \cdot K_{PRD} \quad (1)$$

де $\bar{\Psi}_{\text{Деф}}(t, T)$ – середньо-інтегральне значення функції деформації, яке визначається за залежністю [19];

h_N – глибина колії після N проходження колеса, м;

h_1 – величина приросту глибини колії, м;

β – постійна пневматика, Па/м;

b – ширина пневматика, м;

a – показник області контакту і визначається за залежністю [19];

c_p – пластична постійна, визначається за залежністю [19];

H_{abi} – товщина i -го шару асфальтобетонного покриття ($i=2$), м;

Fp – коефіцієнт тертя між пневматичною шиною і поверхнею асфальтобетонного покриття;

K_k – коефіцієнт колієстійкості;

K_{PRD} – коефіцієнт пропорційної глибини колії, визначається експериментально після 10000 циклів прикладання навантажень огумленого колеса на зразок [26].

У відповідності рівняння (1) виконуємо моделювання утворення колії, а саме від впливу різної товщини асфальтобетонного покриття, що передається від пневматичного колеса транспортного засобу, що представлено на рис. 3. Збільшення товщини покриття (рис. 3) призводить до зменшення глибини колії в асфальтобетонному покритті. Із результатів аналізу слідує, що із збільшенням товщини покриття, а саме глибина колії становить 20,0 мм при мінімальній товщині $H=0,06$ м, а при максимальній товщині $H=0,16$ м становить 1,8 мм, що в 11,1 разів менша ніж при товщині $H=0,06$ м. Подальше збільшення товщини асфальтобетонного покриття понад $H=0,16$ м, є не доцільним тому, що глибина колії суттєво не збільшується у порівнянні з товщиною $H=0,16$ м.

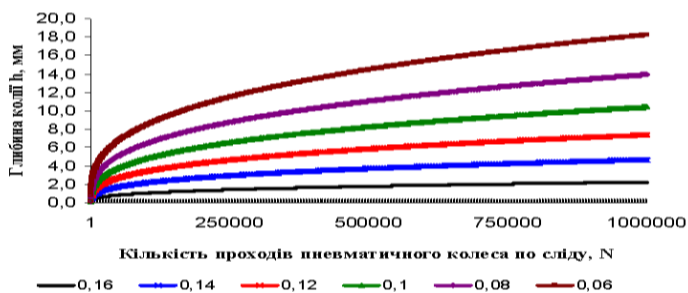


Рис. 3. Залежність глибини колії від навантаження $p=1,0$ МПа, що передається від пневматичного колеса транспортного засобу при швидкості руху $V=40$ км/год на асфальтобетон типу А-20 (на бітумному в'язучому БНД 60/90) з різною товщиною покриття при температурі 50°C

Висновки. Створена модель з прогнозування колієутворення в асфальтобетонному покритті, яка враховує температурний вплив на асфальтобетонному покритті мостів з урахуванням інтенсивності руху транспортних засобів; в якій вперше враховано фактор додаткового джерела теплового впливу за рахунок тертя шин в колії [20].

Отримане вперше теоретичне рівняння розрахунку колії в асфальтобетонному покритті на автодорожніх мостах, яке включає в себе: термореологічні властивості досліджуваних асфальтобетонів; функцію релаксації; функцію деформації; функцію пластичності; функцію температурно-часової аналогії, коефіцієнта колієстійкості, коефіцієнт пропорційної, зміна товщини покриття; врахування явища мікропросковзування через параметр $Fp(\beta, De)$, і особливостей проектування покриття на автодорожніх мостах (зокрема в двошаровому наближенні). У рівнянні (1) використовується функції деформації та релаксації асфальтобетону, яка уточнена за рахунок коефіцієнту, який залежить від властивостей бітумного в'язучого, а саме: пенетрації, температури розм'якшення та індексу пенетрації [19].

Література

1. Розпорядження КМУ від 3 вересня 2012 р. № 719-р. Про схвалення Концепції Державної цільової економічної програми розвитку автомобільних доріг загального користування на 2013-2018 роки / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: URL: zakon3.rada.gov.ua/laws/show/719-2012-р.
2. Александров А.С. Применение теории наследственной ползучести к расчету деформаций при воздействии повторных нагрузок: монография / А.С. Александров. – Омск: СибАДИ, 2014. – 152 с.
3. Асфальтовый бетон / [Гезенцвей Л.Б., Горельшев Н.В., Богуславский А.М., Королев И.В.]. – М.: Транспорт, 1985. – 350 с.
4. Радовский Б.С. Вязкоупругие характеристики битума и их оценка по стандартным показателям / Б.С. Радовский, Б.Б.Телтаев. – Алматы: «Білім», 2013. – 152 с.
5. Базаров С.М. Математическая модель колееобразование в почвогрунтах под воздействием лесных машин / С.М. Базаров, И.А. Барашиков, А.И. Никофорова, А.М. Хахина // Известия: СПГЛТА, 2011. – № 197. – С. 54 – 65.
6. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон: Пер. с англ. – М.: Монография: Мир, 1989. – 510 с.

7. Богуславский А.М. Дорожные асфальтобетонные покрытия / А.М. Богуславский. – М.: Высшая школа, 1965. – 115 с.
8. Золотарев В.А. Долговечность дорожных асфальтобетонов / В.А. Золотарев. – Харьков: Вища школа, 1977. – 116 с.
9. Матуа В.П. Методы прогнозирования, развития и учета накопления остаточных деформаций при конструировании дорожных одежд / В.П. Матуа, Е.М. Баранов, Д.Р. Джанашия // Дороги і мости. – 2006. – вип. 4. – С. 181-199.
10. Ишлинский А.Ю. Математическая теория пластичности / А.Ю. Ишлинский, Д.Д. Ивлев. – М.: Монографія : ФИЗМАТЛИТ, 2001, 2003. – 704 с. – ISBN 5-9221-0141-2.
11. Бабков В.Ф. Основы грунтоведения и механики грунтов / В.Ф. Бабков, В.М. Безрук. – М.: Высшая школа, 1986. – 239 с.
12. Золотарь И.А. К определению остаточных деформаций в дорожных конструкциях при многократных динамических воздействиях на них подвижных транспортных средств / И.А. Золотарь. – Санкт-Петербург: Изд-во "ВАТТ", 1999. – 31 с.
13. Барашков И.А. Повышение эффективности эксплуатации колесных лесозаготовительных машин на переувлажненных почвогрунтах: автореф. дис. канд. техн. наук / И.А. Барашков. Изд-во Санкт – Петербург. – 2012. – 20 с.
14. Дорожно-строительные материалы / [Грушко И.М., Королев И.В., Борщ И.М., Мищенко Г.М.]. – М.: Транспорт, 1991. – 357 с.
15. Хархута Н.Я., Прочность, устойчивость и уплотнение грунтов земляного полотна автомобильных дорог / Н.Я. Хархута, И.М. Васильев. – М., Транспорт, 1975. – 385 с.
16. Богомолов В.А. Общее решение для четырехэлементных, линейных, вязкоупругих, 3 D моделей / В.А. Богомолов, В.К. Жданюк, С.В. Богомолов // Автомобильный транспорт, 2011. – вып. 29. – С. 43-47.
17. Казарновский В.Д. Проблема колеобразования на дорогах с асфальтобетонным покрытием / В.Д. Казарновский // Наука и техника в дорожной отрасли. – М.: Изд-во "Дороги", 2000. – № 2. – С. 3-4.
18. Кирюхин Г.Н. Остаточные деформации в асфальтобетонных покрытиях / Г.Н. Кирюхин // Наука и техника в дорожной отрасли. – 1998. – № 3. – С. 14-16.
19. Онищенко А.М. Теорія колієутворення в асфальтобетонному покритті на автодорожніх мостах / А.М. Онищенко // Автомобільні дороги і дорожнє будівництво, 2016. – Вип. 96. – С. 163-191.
20. Онищенко А.М. Математична модель температурного впливу на асфальтобетонне покриття автодорожніх мостів від дії коліс транспортних засобів / А.М. Онищенко // Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. – К.: НТУ, 2015. – Вип. 94. – С. 168-191.
21. Методи нелінійного моделювання взаємодії робочих органів машин з середовищем / М.П. Кузьмінець, П.А. Орловський // В кн.: наук. конф. проф.-викл. складу і студ. ун-ту: тези доп. – К.: НТУ, 2010. – № 66. – С. 20.
22. Руденская И.М. Реологические свойства битумов / И.М. Руденская, А.В. Руденский. – М.: Высшая школа, 1967. – 118 с.
23. Губач Л.С. Состояние и перспективы развития теории термовязкоупругости асфальтобетона / Л.С. Губач // В Сб. «Повышение эффективности применения цементного и асфальтового бетонов Сибири», Омск, 1977. – С. 16-35.
24. Crockford W.W. Modeling stress and strain states in pavements structures incorporating thick granular layers. / Crockford W.W., Bendana L.J. Yang W.S. Rhee S.K., Senadheera S.P. // Final report, The Transportation Institute, College station Texas. – 1990. – P. 57-71.
25. ВБН В.2.3-218-186-2004. Дорожній одяг нежорсткого типу. Відомчі будівельні норми України. Київ: Державна служба автомобільних доріг України «УКРАВТОДОР», 2004. – 71 с.
26. Онищенко А.Н. Причины образования колеи на асфальтобетонном покрытии автодорожных мостов и способы повышения колеестойкости / А.Н. Онищенко // Дорожна техника. – Санкт-Петербург, 2013. – С. 134-144.

Стаття надійшла 24.04.2017