

КІНЕМАТИКА ДИСКРЕТНОГО ГРУНТОВОГО СЕРЕДОВИЩА ЗА МГЕ

А.С. Моргун, д.т.н., професор,
alla@morgun.com.ua, ORCID: 0000-0002-4701-339X

В.О. Задорожнюк, аспірант,
zadorozhnyuk.vita@ukr.net, ORCID: 0000-0001-9184-5372

А.С. Сідлецький, магістрант
Вінницький національний технічний університет

Анотація. В статті запрогнозовано за числовим методом граничних елементів (МГЕ) поведінку під навантаженням матеріалу, що не опирається розтягу (грунту), в якому при навантаженні здійснюється перерозподіл напружень з більш навантажених ділянок на менш навантажені, і тому метод розв'язку задач деформативності ґрунту аналогічний методу рішення задач теорії пластичності.

За МГЕ з позицій механіки дисперсного середовища викладено уявлення про особливості поведінки під навантаженням фундаментів із буронабивних паль висотної будівлі. Розроблена пружно-пластична математична модель враховує вісім фізико-механічних характеристик ґрунтової основи та дозволяє в рамках однієї розрахункової схеми об'єднати розрахунки за двома групами граничних станів.

Ключові слова: напружено-деформований стан, метод граничних елементів, пластична течія ґрунту.

Вступ. Важливою областю прикладання МГЕ до нелінійних задач є задачі пружно-пластичних середовищ, до яких відносяться ґрунтові основи. Величина навантаження на основи споруд згідно діючих нормативів підбирається таким чином, щоб не була перевищена межа пропорційності між напруженнями і деформаціями і лише з'являлись локальні пластичні зони. Величина таких напруг складає біля 4 кг/см^2 – це величина, що менше структурної міцності ґрунтів. А в сучасних висотних будівлях тиски сягають 0,3-1 МПа.

Тому виникає потреба зробити розвідку ситуації напружено-деформованого стану (НДС) ґрунтів сучасними методами з урахуванням можливості роботи основ в граничному стані, виявити резерви міцності.

Аналіз останніх досліджень. На протязі усього існування людства питанням фундаментобудування приділялась значна увага. На сьогодні математичне прогнозування є основним і найбільш економічним засобом теоретичних і прикладних досліджень актуальних задач фундаментобудування. Дослідженням поведінки під навантаженням буронабивних паль присвятили роботи Бахолдін Б.В., Догадайло А.І., Бойко І.П., [1] Зоценко М.Л., Винников Ю.Л. та інші.

Мета роботи. Розв'язати нелінійну задачу процесу осідання буронабивної палі $L=8$ м діаметром $d=50$ см методом «пружних» розв'язків О. А. Льюшина.

Методи досліджень. Нелінійну роботу системи «буронабивна паля – основа» змодельовано з використанням сучасного числового методу граничних елементів (МГЕ). Для реалізації цього методу використано інтегральний синтез рівнянь рівноваги, геометричних та фізичних рівнянь. Таким чином, поведінка ґрунту під навантаженням описувалась інтегральним рівнянням, отриманим К. Бребія [2]:

$$c_{ij} \cdot u_j + \int_{\Gamma} p^*_{ij} u_{ij} d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}^* p_i d\Gamma + \int_{\Omega} \sigma^* \varepsilon_{jk}^p d\Omega, \quad (1)$$

де u, p – шукані вектори переміщень та напружень на границі фундаментної конструкції; інтеграл по області Ω (Ω – активна зона навколо фундаментної основи) включає вектор пластичних деформацій ε_p ; Γ – границя досліджуваного об'єкта; u^*, p^* – сингулярні фундаментальні рішення Р. Міндіна, що відповідають одиничним взбуджуючим впливам в півпросторі [2, 3]; C – постійна, з'являється при переводі крайової задачі до інтегрального рівняння (1) для отримання єдиного рішення. В зв'язку з тим, що шукана функція напружень розраховується відносно нульового значення напружень на границі півпростору (граничні умови) "С" вибирається таким чином, щоб сумарне "випромінювання" від всіх джерел оберталось в нуль на границі півпростору, знаходилось із умов руху тіла як цілого.

Фундаментальні рішення в МГЕ при розгляді нелінійних задач мають той же вигляд, що і в задачах теорії пружності. В роботі в якості фундаментального рішення взято розв'язки Р. Міндіна для півплощини, які обертають в нуль інтеграли по області, зводячи задачу до визначення граничних функцій розрахункового рівняння стану (1). Саме тому в МГЕ використовується дискретне подання лише границі досліджуваного об'єкта, що є суттєвою перевагою числового МГЕ. По визначенню, фундаментальне рішення еквівалентне потенціалу поля, утвореного одиничним джерелом [2] і являє собою по суті матрицю впливу.

Замість спроби знайти розв'язок рівняння (1) в явному вигляді, що є важкою задачею, розв'язок якої можливий лише для тіл простої геометрії і нескладних граничних умов, в МГЕ використовується числовий підхід:

– для наближеного розв'язку (1) проводилась дискретизація границі області, що розглядається. Аналогічно МСЕ, розбиття границі на елементи можна здійснювати різними способами. В найпростішому випадку, прийнятому в роботі, границя апроксимувалась лінійними елементами. Окремий елемент визначається координатами своєї середньої точки. Інтенсивність шуканих функцій в межах граничного елемента приймалась постійною.

В МГЕ було визначено, що серед різних типів граничних елементів (ГЕ), які використовуються при числовому рішенні дискретного аналога рівняння (1), лінійні елементи дають прийнятну точність, не потребуючи значних зусиль з точки зору числової реалізації.

Рівняння (1) записувалось в дискретній формі для кожної точки ξ границі Γ та обраховувались інтеграли по схемі Гауса. В результаті було отримано систему n алгебраїчних рівнянь (СЛАР) відносно n напружень та n переміщень в вузлах.

Наступним кроком було додавання граничних умов і завдання n величин вузлових переміщень в кожному вузлі. Для знаходження решти граничних величин (вектора напружень по бокові поверхні палі та вістря палі) розв'язувалась СЛАР. За знайденим вектором напружень визначалась величина несучої спроможності палі при конкретному значенні переміщень.

Після знаходження невідомих на границі палі (нормальних та дотичних напружень по бокові поверхні палі), шукані функції в довільній внутрішній точці знаходяться із відомих співвідношень теорії пружності [1, 2]. Якби (1) вдалось проінтегрувати аналітично, то для вихідної задачі було б знайдено точне рішення. На практиці інтеграли в (1) визначались з залученням числових методів інтегрування, що є єдиним джерелом похибок МГЕ. А як відомо, числове інтегрування є більш точний процес, ніж числове диференціювання.

Для оцінки приходу граничного стану (початку порушення рівноваги між частинками ґрунту і його агрегатами, перехід ґрунту в стан пластичної течії) використано октаедричну теорію міцності та критерій текучості Мізера-Шлейхера-Боткіна, який вказує на те, що при пластичному стані ґрунту дотичне октаедричне напруження є функцією від нормального октаедричного напруження.

$$\tau_{\text{окт}} = f(\sigma_{\text{окт}}); f(\sigma_{\text{окт}}, \tau_{\text{окт}}) = 0 \quad (2)$$

У координатах головних осей $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ та меридіальному перерізі в площині гідростатичного тиску, рис. 1, поверхня текучості:

$$\begin{aligned} f &= \sigma_i + \sigma_m \operatorname{tg}\psi - \tau_s && \text{при } \sigma_m \leq p_0, \\ f &= \sigma_i + p_0 \operatorname{tg}\psi - \tau_s && \text{при } \sigma_m > p_0, \end{aligned} \quad (3)$$

де σ_i – інтенсивність девіатора напруг; σ_m – гідростатичний тиск; ψ , τ_s – кут внутрішнього тертя та зчеплення на октаедричній площині, p_0 – межа переходу від конуса до циліндра.

Поверхня текучості дає співвідношення між $\sigma_{\text{окт}}$ та T на октаедричній площині і разом з рівняннями рівноваги забезпечує кількість рівнянь і кількість невідомих для замикання моделі. В (3) T – другий інваріант девіатора напружень D_σ , $\sigma_{\text{окт}}$ – перший інваріант тензора напружень $T\sigma$.

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p \quad (4)$$

де $d\varepsilon_{ij}^e$ – приріст пружних деформацій, $d\varepsilon_{ij}^p$ – приріст пластичних деформацій.

При поході ґрунту в пластичний стан в роботі замість вимог ортогональності вектора приросту пластичних деформацій ґрунтової основи $d\varepsilon_{ij}^p$ до поверхні пластичності f використано неасоційований закон пластичної течії:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}}, \quad F \neq f, \quad (5)$$

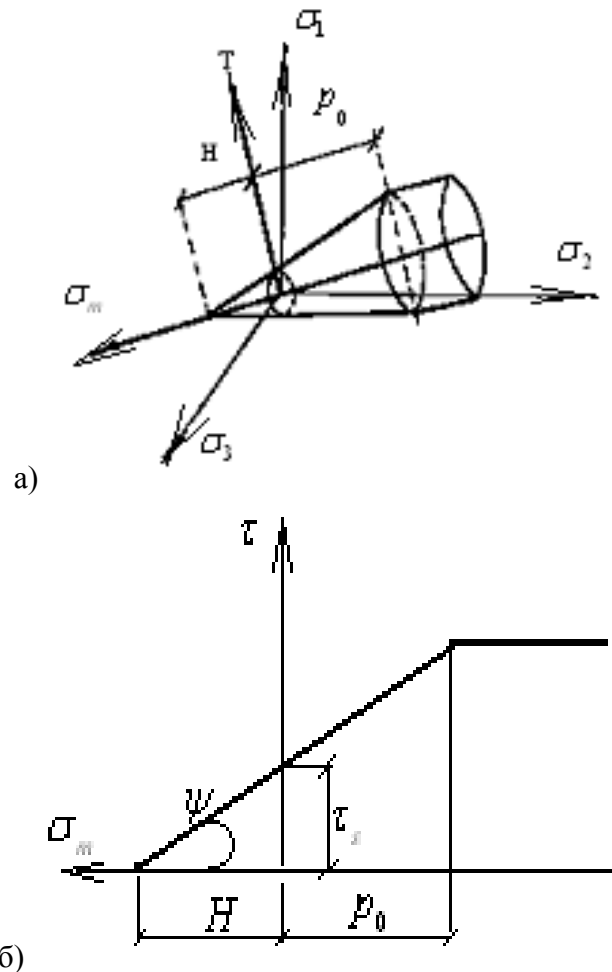


Рис. 1. Критерій текучості Мізера-Шлейхера-Боткіна в координатах головних напружень (а), меридіональний переріз в площині гідростатичного тиску (б)

та дилатансійні співвідношення В.М. Ніколаєвського, І.П.Бойка[4]:

$$d\varepsilon_{ij}^e = d\varepsilon_{\text{шарове}}^p + d\varepsilon_{\text{девіаторне}}^p, \quad (6)$$

$$d\varepsilon_{\text{шарове}}^p = \lambda(x)d\gamma^p, \quad (7)$$

де $d\gamma^p$ – скалярна характеристика формозміни, другий і інваріант девіатора деформацій $I_2(D_\varepsilon)$; $\lambda(x)$ – коефіцієнт дилатансії:

$$d\varepsilon_{\text{девіаторне}}^p = D_{ij}d\lambda, \quad (8)$$

де D_{ij} – девіатор напруг; $d\lambda$ – скалярний коефіцієнт простого навантаження.

Результати досліджень. В роботі прийнято покроковий процес навантаження буронабивної палі $L=8$ м діаметром $d=50$ см. Для поступового крокового процесу навантаження швидкість стає нехтуюче малою на шляху навантаження. Після кожного приросту навантаження стає постійним і, таким чином, система отримує можливість прийти в стаціонарний стан.

Розв’язок такої нелінійної задачі процесу осідання буронабивної палі проведено методом «пружних» розв’язків О.А. Ільюшина, який є дієвим наближеним методом, що дозволяє звести рішення нелінійної пружно-пластичної задачі до послідовного розв’язку лінійних задач.

Для обрахунків інтегралів в (1) використано квадратурні формули Гауса. При інтегруванні трикутних осередків дискретизованої активної зони основи залучено метод Хаммера, рис. 2, б.

На кожному n -му етапі наближення ітераційного процесу пружних розв’язків Ільюшина розв’язувалась СЛАР з щоразу уточненою правою частиною. На наступному кроці навантаження використовувались дані з попереднього кроку. Процес навантаження основи розглядався як квазістатичний, який характеризувався нескінченно повільною течією. Саме такі процеси відповідають термінам забудови споруди.

Оскільки ступінь придатності моделі суттєво залежить від вхідних параметрів, в якості характеристик стану використано середньозважені фізико-механічні показники ґрунтової основи (табл. 1).

Таблиця 1 – Середньозважені фізико-механічні показники ґрунтової основи

Назва шару	H, м	E, МПа	γ , $\kappa H / м^3$	C, КПа	φ°
Суглинок жовтувато-коричневий	0,4	10	20,2	23	20
Супісь	2,3	11	19,9	10	29
Пісок середньої крупності	4,2	30	20,1	1	35
Суглинок коричневий	5,1	28	22,3	35	25

Сумісна робота фундаменту з основами виражається у взаємодії між зовнішнім навантаженням і внутрішніми силами опору ґрунту в межах активної зони (рис. 2, б) (зони впливу додаткового навантаження). Зона деформацій є активною робочою зоною основи фундаменту, в рамках якої протягом деякого часу розвивається динамічний процес ущільнення ґрунту, який відображає суть сумісної роботи фундаменту і основи до приходу її в стан рівноваги. На рис. 2 подано числовий прогноз за МГЕ результату навантаження буронабивної палі.

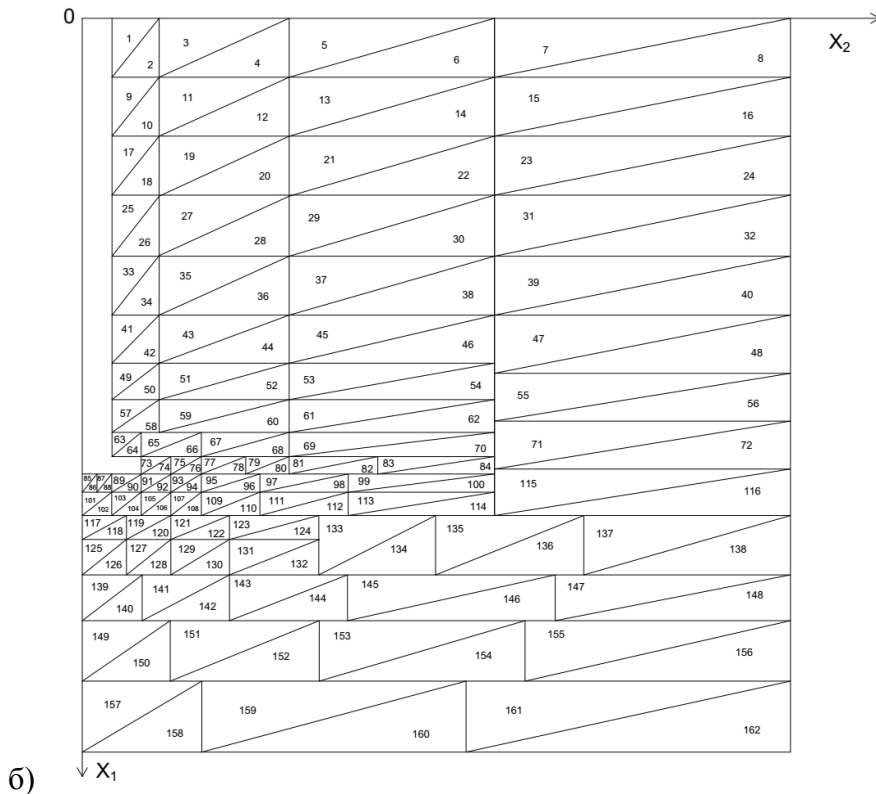
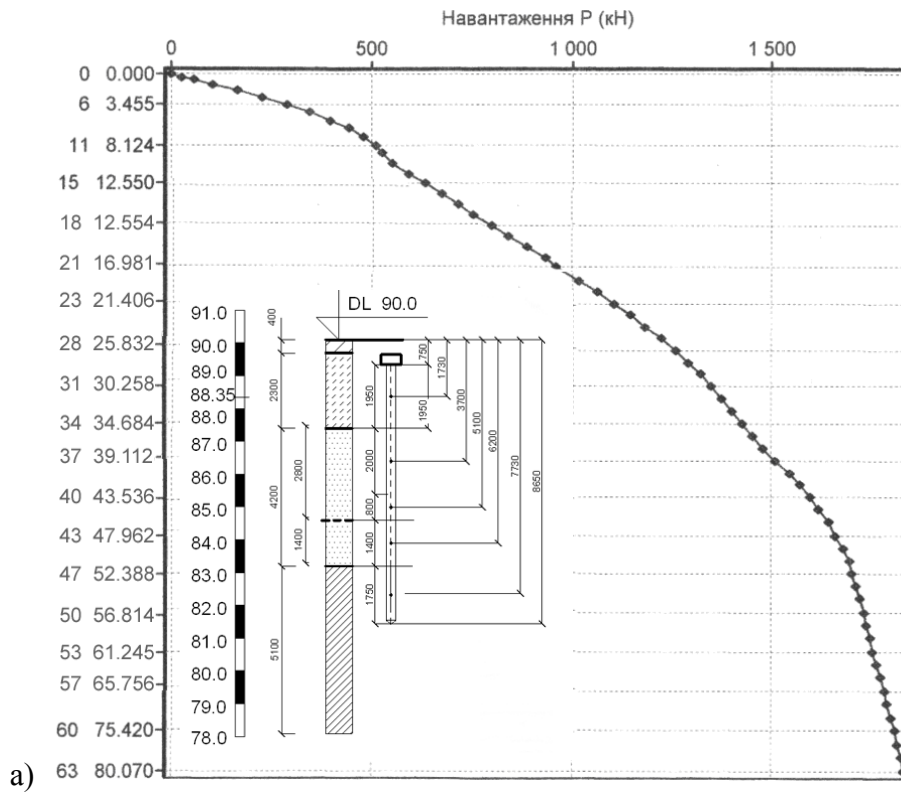


Рис. 2. Числовий прогноз за МГЕ результату навантаження буронабивної палі (а) та схема дискретизації активної зони навколо пальової основи (б)

Висновки. По даних експерименту при $s=3,6$ см $P=1397$ кН, числовий прогноз фіксує $P=1375$ кН.

Результати розрахунку деформування буронабивної палі по запропонованій дилатансійній моделі дають можливість ще на стадії проектування зробити прогноз кінцевих осідань основи в конкретних інженерно-геологічних умовах та відслідкувати відповідні

значення несучої спроможності.

Модель дозволяє розглянути граничний стан основи за двома групами граничних станів (несучої здатності та деформацій) в рамках однієї розрахункової моделі.

Результати числових розрахунків підтверджують ефективність проведених за МГЕ процедур.

Література

1. Бойко І.П. Напружено-деформований стан ґрунтового масиву при побудові нових фундаментів поблизу існуючих будинків / І.П. Бойко, В.О. Сахаров // Основи і фундаменти. Міжвідомчий науково – технічний збірник. – К.: КНУБА, 2004. – С. 3 – 10.
2. Бреббия Карлос. Методы граничных элементов: пер. з англ. / К. Бреббия, Ж. Теллес, Ж.К. Врובел. – М.: Мир, 1988. – 523 с.
3. Моргун А.С. Деформативність ґрунту при пластичній формозміні та дилатансії: монографія / А.С. Моргун. – Вінниця: ВНТУ, 2017. – 103 с.
4. Николаевский В.Н. Современные проблемы механики грунтов / В.Н. Николаевський // Определяющие законы механики грунтов. – М.: Стройиздат, 1975. – С. 210 – 227.

References

- [1] I.P. Boyko, V.O. Sakharov, "Napruzhenno-deformovanyu stan gruntovoho masyvu pry pobudovi novykh fundamentiv poblyzu isnuuyuchykh budynkiv", *Osnovy i fundamenti. Mizhvidomchyu naukovu – tekhnichnyu zbirnyk*, K.: KNUBA, pp. 3-10, 2004.
- [2] Brebbia Carlos, J. Telles, L.K. Vroubel, *Metody hranychnykh elementiv*: per. z anhl. Moscow: World, 1988.
- [3] A.S. Morgun, *Deformatyvnysh' gruntu pry plastychniy formozmini ta dylatansiyi*: monohrafiya. Vinnitsa: VNTU, 2017.
- [4] V.N. Nikolayevsky, "Sovremennye problemy mekhanyky hruntov", *Opredelyayushchye zakony mekhanyky hruntov*, M. Stroyizdat, pp. 210-227, 1975.

КИНЕМАТИКА ДИСКРЕТНОЙ ПОЧВЕННОЙ СРЕДЫ ПО МГЭ

А.С. Моргун, д.т.н., професор,

alla@morgun.com.ua, ORCID: 0000-0002-4701-339X

В.О. Задорожнюк, аспірант,

zadorozhnyuk.vita@ukr.net, ORCID: 0000-0001-9184-5372

А.С. Сидлецкий, магістрант

Винницький національний технічний університет

Аннотация. В статье спрогнозировано, при использовании численного метода граничных элементов, поведение под нагрузкой материала, который не опирается растяжению (грунта), в котором при нагрузке осуществляется перераспределение напряжений из более нагруженных участков на менее нагруженные, и поэтому метод решения задач деформативности грунта аналогичен методу решения задач теории пластичности. В связи с постоянным развитием строительной отрасли, практика все чаще требует от инженера и исследователя в области механики грунтов умение строить новые модели дисперсных сред, решать задачи о поведении таких сред под нагрузкой. Наличие в почвах дилатансии и контракции вносит коррективы в расчет процессов деформирования и приводит к перестройке полей напряжений и деформаций. Отечественная геотехника находится на пути интенсивного развития – широкое применение численных методов, основанных на упруго-пластических моделях, совершенствование нелинейных методов расчета позволяет более достоверно оценивать несущую способность грунтов и увеличить нагрузку на основание, то есть проектировать более экономичные варианты фундаментов.

По методу граничных элементов с позиций механики дисперсной среды изложены представления об особенностях поведения под воздействием нагрузок фундаментов с буронабивных свай высотного здания. Разработанная упруго-пластическая математическая модель учитывает восемь физико-механических характеристик грунтового основания и позволяет в рамках одной расчетной схемы объединить расчеты по двум группам предельных состояний, а именно по несущей способности и деформациям. В качестве границы перехода почвы к пластической стадии работы использованы критерий Мизеса-Шлейхера-Боткина и неассоциированный закон пластического течения. Для решения поставленной задачи использован пошаговый метод Ильюшина Алексея Антоновича. Прикладывание числового метода граничных элементов к решениям задач геомеханики проиллюстрировано данными численного расчета, который дополняет и закрепляет основные идеи наработанной математической модели.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, метод граничных элементов, пластическое течение почвы.

KINEMATICS OF THE DISCRETE GROUND ENVIRONMENT FOR THE MBE

A. Morgun, Doctor of Science, Professor,
alla@morgun.com.ua, ORCID: 0000-0002-4701-339X

V. Zadorozhniuk, post-graduate student
zadorozhnyuk.vita@ukr.net, ORCID: 0000-0001-9184-5372

A. Sidletsky, student
Vinnitsia National Technical University

Abstract. The numerical method of the boundary elements of behavior under the load of a material that is not supported by the tension (soil) under the numerical method, in which the stress is redistributed from the loaded areas to the less loaded, and therefore the method of solving the deformability problems of the soil is similar to the method of solving the problems of theory plasticity is predicted in the article. In recent years, practice has increasingly required the engineer and researcher in the field of soil mechanics to build new models of dispersed media, to solve problems of the behavior of such environments under load. The presence in the soil of dilatation and contraction makes adjustments to the calculation of deformation processes and leads to the restructuring of stress and deformation fields. Patriotic geotechnics are on the way of intensive development – the widespread use of numerical methods based on elastic-plastic models, the improvement of nonlinear methods of calculation makes it possible to more reliably assess the bearing capacity of soils and raise the load on the basis, that is, to design more economical foundations.

By the method of boundary elements from the standpoint of the mechanics of the disperse environment, an idea of the peculiarities of behavior under the loading of effective foundations from the drill of high-rise buildings piles is presented. The developed elastic-plastic mathematical model takes into account eight physical and mechanical characteristics of the soil basis and allows, within the framework of one calculation scheme, to combine calculations by two groups of boundary states, namely, with carrying capacities and deformations. The Mises-Schleicher-Botkin criterion and the non-associative law of plastic flow are used as the limit of the transition of the soil to the plastic stage of the work. To solve the problem, we use the step-by-step method of Ilyushin Alexei Antonovich. The attachment of the numerical method of boundary elements to the solutions of the problems of geomechanics is illustrated by numerical calculations, which supplement and consolidate the basic ideas of the developed mathematical model.

Key words: stress-deformed state, method of boundary elements, plastic flow of soil.

Стаття надійшла 27.02.2019