

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНОГО ТИПА СЕЧЕНИЯ  
ВЕРХНЕГО ЖЕСТКОГО ПОЯСА В КОМБИНИРОВАННЫХ АРОЧНЫХ СИСТЕМАХ**

**П.М. Сингаевский**, к.т.н., доцент,  
mdipk@ukr.net, ORCID: 0000-0003-1268-414X

**Ю.В. Купченко**, к.т.н., доцент,  
steelconpro@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1480-6884

**О.М. Коршак**, к.т.н., доцент,  
mdipk@ukr.net, ORCID: 0000-0001-7346-252X

*Одесская государственная академия строительства и архитектуры*

**Аннотация.** В статье авторы исследуют вопрос назначения рационального типа сечения верхнего пояса из условия минимального расхода материала всей конструкции большепролетных арочных систем с жестким верхним поясом и решеткой из гибких элементов. Особенностью таких конструкций является рациональное использование прочностных характеристик стали: высокопрочные стали в растянутых элементах гибкой решетки, а стали обычной прочности в сжато-изогнутом верхнем поясе. По терминологии строительной механики их следует считать как системы с односторонними связями, имеющие следующие свойства: 1) когда все односторонние связи включены в работу, она должна быть геометрически неизменяемой; 2) когда она находится под действием заданных расчетных нагрузок, все ее гибкие элементы (односторонние связи) должны испытывать растягивающие усилия. Эти требования приходится выполнять путем попыток. Общего прямого метода создания таких систем не существует [1].

**Ключевые слова:** комбинированная арочная система, верхний пояс, решётка, конструкция, параметры, нагрузка.

**Введение.** Одной из важных задач в области совершенствования строительных конструкций, в том числе стальных, является снижение их материалоемкости, что может быть достигнуто на основе дальнейшего изучения действительной работы конструкций, совершенствования расчетных схем, развития конструктивной формы, применения высокопрочных сталей. Прогрессивным направлением развития стальных конструкций в настоящее время является создание и применение таких конструкций, в которых наилучшим образом используются прочностные характеристики. К таким конструкциям можно отнести висячие и комбинированные системы, на прочность и жесткость этих систем влияет не количество расходуемого материала, а выбор рациональной формы и искусственное регулирование усилий. Поэтому вопрос изучения комбинированных арочных систем, в которых материал рационально используется (в сжато-изогнутом верхнем поясе сталь обычной прочности и высокопрочная сталь в элементах гибкой решетки), является прогрессивным. Нормы проектирования стальных конструкций [2] рекомендуют «обирати оптимальні за техніко-економічними показниками конструктивні схеми споруд; застосовувати прогресивні конструкції...вантові...комбіновані; передбачати технологічність і найменшу трудомісткість виготовлення конструкцій; застосовувати конструкції, що забезпечують технологічність і найменшу трудомісткість монтажу». Идея создания таких конструкций и их особенности изложены в [3].

**Анализ последних исследований и публикаций.** В работах [3, 4, 5] разработана методика назначения геометрической формы гибкой решетки из условия минимального расхода материала всей конструкции и работоспособности всех ее гибких элементов на растяжение с учетом снеговой односторонней нагрузки в различном (имеющем инженерный смысл) соотношении ее с постоянной равномерно-распределенной по всему пролету.

**Целью работы** есть определение рационального типа сечения верхнего жесткого пояса

комбінованих арочних систем із умовия мінімального расхода матеріала конструкції.

**Результати досліджень.** В даному дослідженні комбінованої арочної системи (рис. 1) для порівняння були прийняті три типи сечень жорсткого верхнього пояса: балочний двутавр, широкополочний двутавр і трубчасте сечення. В якості перемінних прийняті:  $n$  – кількість панелей верхнього пояса,  $l$  – пролет,  $q$  – розрахункова погонна навантаження, де:  $n = 4, 5, 6, \dots, 12$ ;  $l = 50, 60, 70, \dots, 200$  м;  $q = 10, 20, 30, 40, 50$  кН/м. Таким образом, для кожного з 3-х типів сечення для визначення залежності між площею прийнятого сечення (расход матеріала конструкції на одиницю довжини) необхідно задавшись двома параметрами змінювати третій. Наприклад,  $q$  і  $l$  постійні, а величина  $n$  змінна. Поставлену задачу можна розв'язати звичайним чисельним (ітераційним) методом. При цьому кількість варіантів в рівнопрочних конструкціях для кожного типу сечення, яке необхідно було б розглянути, рівно  $9 \cdot 16 \cdot 5 = 720$ .

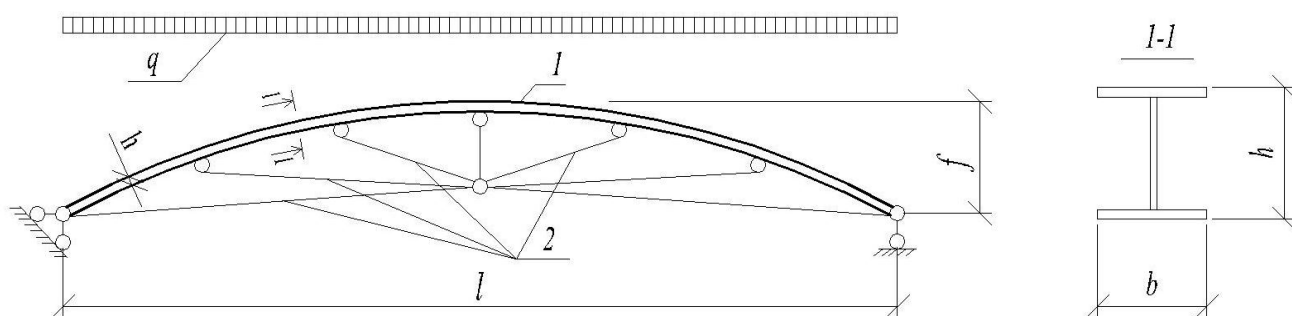


Рис. 1. Схема конструкції ( $f/l = const = 1/6$ )  
 1 – жорсткий верхній пояс; 2 – елементи гнучкої решітки

Для рішення цієї задачі величезну допомогу надає планований експеримент, значно скорочуючий трудомісткість і даючий можливість виявити найбільш суттєві параметри, впливаючі на шукану величину.

Матриця планованого експеримента (3-х факторного), по якій необхідно розрахувати всього 15 варіантів рівнопрочних систем з вибраними по методикі планованого експеримента параметрами для кожного з варіантів представлена в таблиці 1.

Таблиця 1 – Матриця планування

N п/п	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y = A, \text{см}^2$	$l, \text{м}$	$n$	$q, \text{кН/м}$
1	-1	-1	-1	88.8	50	4	10
2	+1	+1	-1	176.0	200	12	10
3	+1	-1	-1	758.4	200	4	10
4	-1	+1	-1	56.0	50	12	10
5	-1	-1	+1	555.6	50	4	50
6	+1	+1	+1	980.0	200	12	50
7	+1	-1	+1	1568.0	200	4	50
8	-1	+1	+1	331.8	50	12	50
9	+1	0	0	784.0	200	8	30
10	-1	0	0	180.0	50	8	30
11	0	+1	0	384.0	125	12	30
12	0	-1	0	623.0	125	4	30
13	0	0	+1	911.0	125	12	50
14	0	0	-1	160.0	125	8	10
15	0	0	0	70.0	125	8	30

$$X_1 = \frac{l-125}{75}; \quad X_2 = \frac{n-8}{4}; \quad X_3 = \frac{q-30}{2}.$$

$X_i$	- 1	0	+ 1
$X_1 - l$	50	125	200
$X_2 - n$	4	8	12
$X_3 - q$	10	30	50

Для каждого варианта расчетным путем методом последовательных приближений (итераций) получаем равнопрочную (по принятым условиям) конструкцию. Принятые допущения:

1. Устойчивость конструкции из плоскости обеспечена.
2. Распределенные нагрузки приведены к сосредоточенным, приложенным в узлах верхнего пояса.
3. Постоянные нагрузки (собственный вес конструкции и покрытия) приняты равномерно распределенными по пролету, временные согласно [6].
4. Участки верхнего пояса между точками крепления к нему элементов гибкой решетки (панели) приняты спрямленными.
5. Расчетная длина верхнего пояса в плоскости арочной системы равна расстоянию между узлами.
6. Очертание оси, на которой «лежат» узлы верхнего пояса – квадратная парабола.
7. Сечение верхнего пояса постоянно по длине.
8. Конструкцию считаем равнопрочной, если недонапряжение в каждом элементе гибкой решетки при проверке прочности и в верхнем жестком поясе при проверке устойчивости как внецентренно сжатого стержня в наиболее напряженном сечении не превышают 5%.

Построим математическую модель изменения площади сечения верхнего пояса в зависимости от нагрузки, пролета и количества панелей верхнего пояса, полагая, что эти зависимости описываются полиномом второй степени вида [7]:

$$y = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + b_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + b_{13} \cdot x_1 \cdot x_3 + b_{23} \cdot x_2 \cdot x_3 + b_{11} \cdot x_1^2 + b_{22} \cdot x_2^2 + b_{33} \cdot x_3^2 \quad (1)$$

где  $y$  – искомая величина (площадь сечения верхнего пояса);  $x_i$  – параметры ( $x_1$  – пролет,  $x_2$  – количество панелей верхнего пояса,  $x_3$  – нагрузки);  $b_0, b_1, b_2, b_3, b_{12}, b_{13}, b_{23}, b_{11}, b_{22}, b_{33}$  – линейные, квадратичные эффекты и эффекты взаимодействия.

Как показала проверка адекватности с помощью  $F$ -критерия Фишера, искомые зависимости не в полной мере описываются полиномом 2-й степени. Далее выполняем попытку получения математической модели в предположении, что искомая зависимость хорошо описывается неполным полиномом 3-й степени:

$$y = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + b_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + b_{13} \cdot x_1 \cdot x_3 + b_{23} \cdot x_2 \cdot x_3 + b_{11} \cdot x_1^2 + b_{22} \cdot x_2^2 + b_{33} \cdot x_3^2 + b_{123} \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3. \quad (2)$$

Полученная новая математическая модель имеет вид:

$$y = 490.8 + 346.6 \cdot x_1 - 223.7 \cdot x_2 + 337.9 \cdot x_3 - 112.1 \cdot x_1 \cdot x_2 + 198.0 \cdot x_1 \cdot x_3 - 159.0 \cdot x_2 \cdot x_3 + 42.8 \cdot x_1^2 + 98.0 \cdot x_2^2 + 24.2 \cdot x_3^2 - 68.0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3. \quad (3)$$

Проверка адекватности математической модели в виде неполного полинома 3-й степени дала положительный результат. По полученной модели вычисляем теоретические значения  $y$  (площади поперечного сечения верхнего пояса) для каждого из вариантов матрицы планирования. Сечение верхнего пояса в данном случае принято из составного сварного широкополочного двутавра с шириной полки, равной высоте сечения и соотношением толщины полки к толщине стенки равным 2, что находится в пределах

требований конструювання. Местная устійчивість елементів сечення перевірялась при его підборі.

Аналіз отриманих закономірностей показав, що залежність площі сечення верхнього пояса від пролету і навантаження – лінійна, і відповідно, її аналіз не має інженерного значення. Що стосується кількості панелей верхнього пояса, то тут залежність площі сечення верхнього пояса від пролету і навантаження – нелінійна (рис. 2, 3, 4). На кривих, що описують цю залежність, спостерігається екстремум, що представляє інтерес для пошуку оптимальних значень кількості панелей.

Продиференціювавши отриману математичну модель по шуканій змінній і прирівнявши її до нуля, знайдемо значення змінної, при якій функція площі сечення верхнього пояса обертається в мінімум. Таким чином, по отриманій залежності для всіх прийнятих параметрів визначимо оптимальну кількість панелей верхнього пояса з мінімальним витратом матеріалу для прийнятого типу сечення.

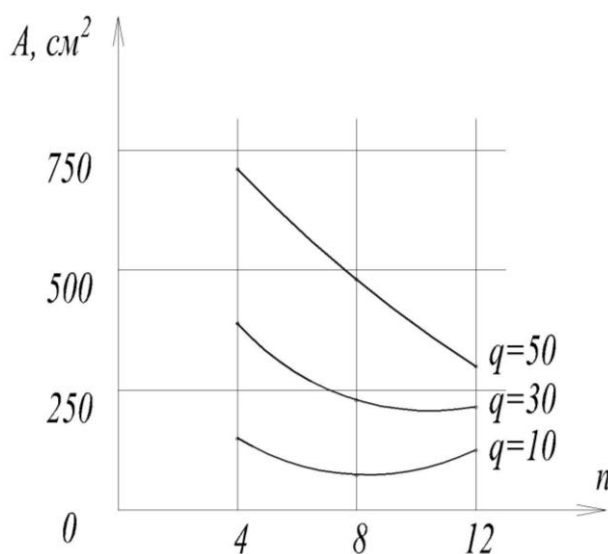


Рис. 2. Зміна площі сечення верхнього пояса в залежності від кількості панелей верхнього пояса при пролеті  $l = 50$  м

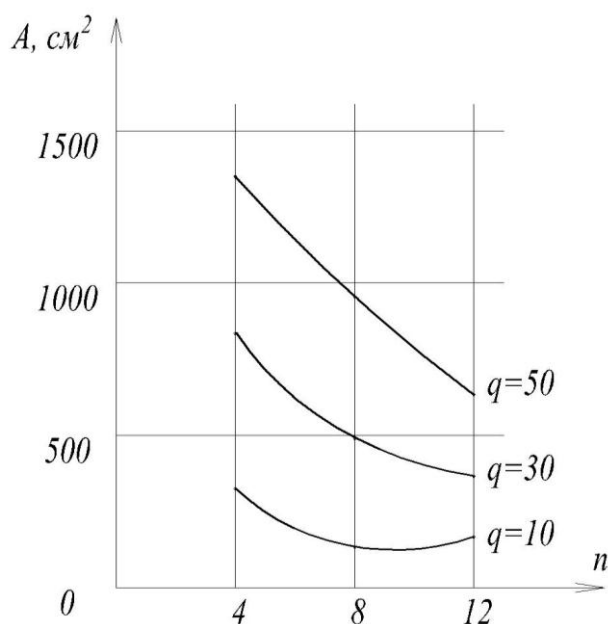


Рис. 3. Зміна площі сечення верхнього пояса в залежності від кількості панелей верхнього пояса при пролеті  $l = 125$  м

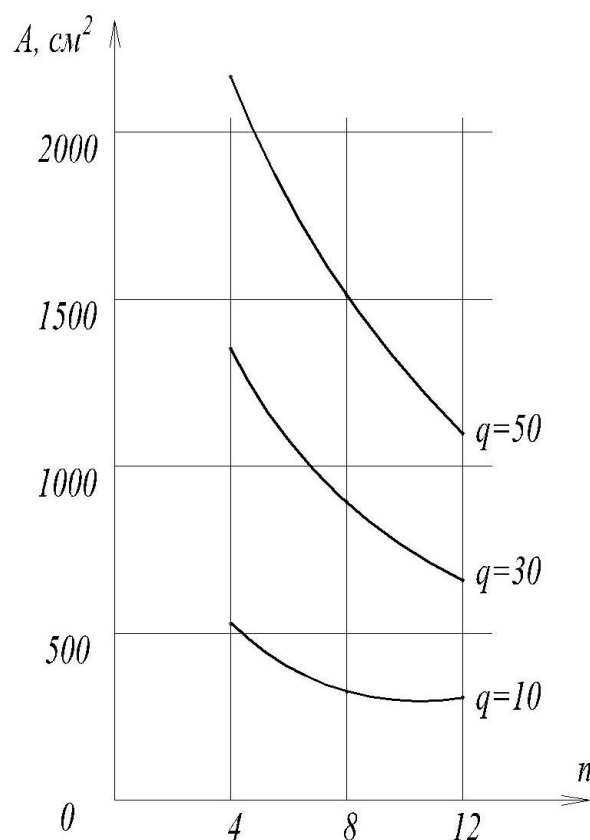


Рис. 4. Изменение площади сечения верхнего пояса в зависимости от количества панелей верхнего пояса при пролете  $l = 200$  м

Аналогічно, по вище изложенной методике, выполнены исследования для сечений верхнего пояса из балочного двутавра (с соотношением ширины пояса к высоте сечения равном 1/4) и трубчатым. Результаты исследований трех типов сечений верхнего пояса приведены в систематизированном виде в таблице 2, где площадь сечения при параметрах  $l$ ,  $q$  и  $n^{opt}$  определены по полученным уравнениям, описывающим зависимость  $A = f(l, n, q)$  для каждого типа сечения.

На основании таблицы 2 построен график (рис. 5) в системе координат  $l - q$ , на котором области эффективного использования каждого из рассмотренных типов сечений очерчены минимумом массы всей конструкции. Граница между разнотипными сечениями определялась линейной интерполяцией.

#### **Выводы и перспективы дальнейших исследований:**

1. Площадь сечения верхнего пояса (объем материала конструкции на единицу длины) линейно зависит от нагрузки и пролета при постоянном количестве панелей верхнего пояса.

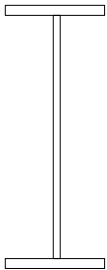
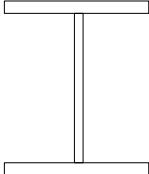
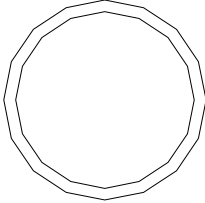
2. Зависимость объема конструкции от количества панелей верхнего пояса нелинейная. Получены аналитические зависимости для определения оптимального по расходу материала количества панелей в зависимости от пролета и нагрузки.

3. Получены аналитические зависимости расхода материала конструкции от проектировочных параметров.

4. На основании анализа зависимостей по трем типам сечений верхнего пояса получен график, позволяющий при проектировании таких конструкций назначать рациональный тип сечения с минимальным расходом материала на конструкцию.

В перспективе планируется рассмотрение других типов сечений, например: сплошных ассиметричных, сквозных симметричных и ассиметричных и увеличение числа варьируемых параметров.

Таблиця 2 – Площадь сечення верхнього пояса в залежності від його типу, пролета  $l$ , навантаження  $q$  при оптимальному кількості панелей

Тип сечення	Параметри			Площадь сечення, $A, \text{см}^2$	Раціональний тип сечення
	$x_1(l)$	$x_2^{opt.}(n)$	$x_3(q)$		
1	2	3	4	5	6
	-1	0.21	-1	40.2	+
	-1	0.24	0	133	+
	-1	0.37	+1	242.4	+
	0	0.31	-1	129	-
	0	0.96	0	374	-
	0	1.5	+1	615.3	-
	+1	0.54	-1	220.5	-
	+1	1.68	0	564	-
	+1	2.82	+1	852.3	-
	-1	0.06	-1	48.8	-
	-1	0.73	0	140.7	-
	-1	1.4	+1	359.3	-
	0	1.99	-1	67.5	+
	0	2.33	0	256.4	+
	0	2.68	+1	573.2	-
	+1	3.91	-1	97.8	+
	+1	3.93	0	414.2	+
	+1	3.95	+1	895.8	-
	-1	0.11	-1	56.8	-
	-1	0.57	0	155.2	-
	-1	1.03	+1	305.8	-
	0	0.33	-1	106.4	-
	0	1.14	0	363.2	-
	0	1.95	+1	539.2	+
	+1	0.56	-1	277.8	-
	+1	1.71	0	592.6	-
	+1	2.87	+1	692.9	+

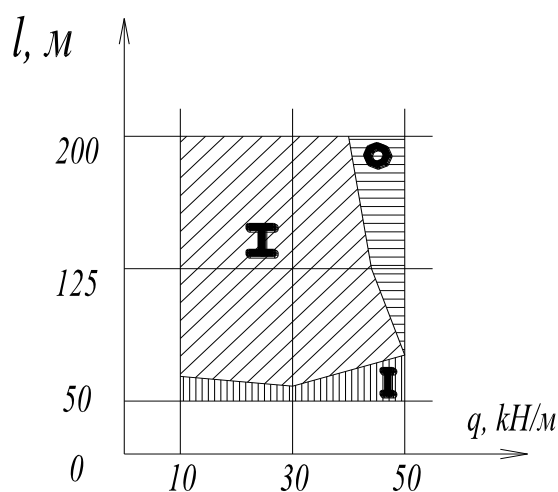


Рис. 5. Графік для визначення раціонального типу сечення верхнього пояса в залежності від пролета і навантаження

**Литература**

1. Рабинович И.М. Вопросы теории статического расчета сооружений с односторонними связями / И.М. Рабинович. – М.: Стройиздат, 1975. – 145 с.
2. Сталеві конструкції. Норми проектування. ДБН В.2.6 – 198:2014. – К.: Мінрегіон України, 2014. – 199 с.
3. Сингаевский П.М. Определение оптимальной геометрической формы решетки в комбинированной арочной системе / П.М. Сингаевский // Вісник ОДАБА, Одеса: ОДАБА, 2017. – Вип. 66. – С. 54-58.
4. Singayevsky P.M. Influence of snow loading character on optimal lattice`s geometric shape of the combined arch system / P.M. Singayevsky, Y.V. Kupchenko, S.M. Chuchmay // Вісник ОДАБА, Одеса: ОДАБА, 2018. – Вип. 70. – С. 75-79.
5. Сингаевский П.М. Определение оптимальной геометрической формы решетки в комбинированной арочной системе для круглых в плане зданий / П.М. Сингаевский, Ю.В. Купченко, А.Ю. Гилодо // Вісник ОДАБА, Одеса: ОДАБА, 2018. – Вип. 71. – С. 78-83.
6. Навантаження і впливи. ДБН В.1.2-2:2006. – К.: Мінрегіонбуд України, 2006. – 77 с.
7. Адлер Ю.П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. Программированное введение в планирование эксперимента / Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановский. – М.: Наука, 1971. – 490 с.

**References**

- [1] I.M. Rabinovich, *Voprosyi teoriistaticheskogo rascheta sooruzheniy s odnostoronnimi svyazyami*. Moscow: Stroyizdat, 1975.
- [2] *Stal'nyye konstruksii. Normy proyektirovaniya. DBN V.2.6–198:2014* [chynnyi vid 2015-01-01]. K.: Minrehion Ukrainy, 2014.
- [3] P.M. Singayevsky, "Opredeleniye optimal'noy geometricheskoy formy reshetki v kombinirovannoy arochnoy sisteme", *Zbirnyk naukovykh prats «Visnyk Odeskoi derzhavnoi akademii budivnytstva ta arkhitektury»*, Odessa: ODABA, Vol. 66, pp. 54-58, 2017.
- [4] P.M. Singayevsky, Y.V. Kupchenko, S.M. Chuchmay, "Influence of snow loading character on optimal lattice`s geometric shape of the combined arch system", *Zbirnyk naukovykh prats «Visnyk Odeskoi derzhavnoi akademii budivnytstva ta arkhitektury»*, Odessa: ODABA, Vol. 70, pp. 75-79, 2018.
- [5] P.M. Singayevsky, Y.V. Kupchenko, O.Y. Gilodo, "Opredeleniye optimal'noy geometricheskoy formy reshetki v kombinirovannoy arochnoy sisteme dlya kruglykh v plane zdaniy", *Zbirnyk naukovykh prats «Visnyk Odeskoi derzhavnoi akademii budivnytstva ta arkhitektury»*, Odessa: ODABA, Vol. 71, pp. 78-83, 2018.
- [6] *Navantazhennia i vplyvy. DBN V.1.2-2:2006* [chynnyi vid 2007-01-01]. K.: Minrehionbud Ukrainy, 2006.
- [7] Yu.P. Adler, E.V. Markova, Yu.V. Granovskiy *Planirovanie eksperimenta pri poiske optimalnykh usloviy. Programmirovannoe vvedenie v planirovanie eksperimenta*. Moscow: Nauka, 1971.

**ВИЗНАЧЕННЯ РАЦІОНАЛЬНОГО ТИПУ ПЕРЕРІЗУ  
ВЕРХНЬОГО ЖОРСТКОГО ПОЯСУ В КОМБІНОВАНИХ АРОЧНИХ СИСТЕМАХ**

**П.М. Сінгаївський**, к.т.н., доцент,  
mdipk@ukr.net, ORCID: 0000-0003-1268-414X

**Ю.В. Купченко**, к.т.н., доцент,  
steelconpro@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1480-6884

**О.М. Коршак**, к.т.н., доцент,  
mdipk@ukr.net, ORCID: 0000-0001-7346-252X  
*Одеська державна академія будівництва та архітектури*

**Анотація.** У статті автори досліджують питання призначення раціонального типу перерізу верхнього поясу з умови мінімальної витрати матеріалу усієї конструкції великопрольотних аркових систем з жорстким верхнім поясом і решіткою з гнучких елементів. Особливістю таких конструкцій є раціональне використання міцностних характеристик сталі: високоміцної сталі у розтягнутих елементах гнучкої решітки, а сталі звичайної міцності у позацентрово-стиснутому верхньому поясі. За термінологією будівельної механіки їх прийнято рахувати як системи з односторонніми зв'язками і маючими наступні властивості: 1) коли всі односторонні зв'язки включені у роботу, система повинна бути геометрично незмінною; 2) коли система знаходиться під дією заданих розрахункових навантажень, усі її гнучкі елементи (односторонні зв'язки) повинні мати зусилля на розтяг. Ці вимоги необхідно виконувати шляхом проб. Загального прямого методу створення таких систем не існує [1].

Урахування усіх факторів, які повинні бути прийняті до вишукування раціональної форми конструкції, є надзвичайно важким. У зв'язку з цим завдання доводиться розумно спрощувати, обмежуючись хоча б забезпеченням мінімальної ваги конструкції, маючи на увазі, що невеликі відступи від оптимального, можуть забезпечити і інші вимоги.

Найбільш точним шляхом визначення мінімальної ваги статично невизначеної системи є варіаційне числення. Однак, отриманні на основі цього методу рядом авторів результатів навіть для таких, відносно простих статично невизначених конструкцій, як однопролітна балка з жорстко закріпленими опорами, були непридатні як до виготовлення, так і до експлуатації: металева балка коробчастого або двотаврового перерізу по своїй довжині змінювала як висоту, так і ширину перерізу.

У цій роботі для рішення поставленої задачі розглядаються три характерні типи перерізів з дотриманням умов конструювання та місцевої стійкості елементів перерізу. Для порівняння кожного з трьох типів перерізів прийнято три змінних параметра: проліт конструкції, кількість панелей верхнього поясу та навантаження. Прийнята кількість варіантів з визначеним інтервалом змінних визначають велику кількість розрахунків таких конструкцій, з послідуочим аналізом отриманих залежностей витрат матеріалу конструкції у залежності від прийнятих параметрів. Спрощення цієї задачі автори намагаються отримати шляхом використання методики планованого експерименту, яка дозволяє значно скоротити трудомісткість та дає можливість виявити найбільш суттєві параметри, які впливають на шукану величину. Рівномісну конструкцію для кожного варіанту планованого експерименту отримуємо ітераційним методом.

**Ключові слова:** комбінована аркова система, верхній пояс, решітка, конструкція, параметри, навантаження.

## **THE RATIONAL TYPE'S DETERMINATION OF THE COMBINED ARCH SYSTEMS RIGID UPPER BELT CROSS SECTION**

**P.M. Singayevsky**, PhD., Assistant Professor,  
mdipk@ukr.net, ORCID: 0000-0003-1268-414X

**Y.V. Kupchenko**, PhD., Assistant Professor,  
steelconpro@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1480-6884

**O.M. Korshak**, PhD., Assistant Professor,  
mdipk@ukr.net, ORCID: 0000-0001-7346-252X  
*Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture*



**Abstract.** The authors of the article investigate the addition of the rational type's function of the upper belt cross section of large-beam arched systems with a rigid upper belt and a flexible elements grid and the entire structure material's minimum flow. The peculiarity of this structures is the rational use of strength characteristics of steel: high-strength steel in the stretched elements of a flexible lattice, and normal steel in the non-centered-compressed upper belt. According to the terminology of construction mechanics, they are taken as systems with unilateral ties and having the following properties: 1) the system must be geometrically unchanged when all unilateral bonds are included in the work; 2) all system flexible elements (one-sided connections) must be stretched when they are under the action of the specified loads. These requirements must be met by sampling. There is no general direct method for creating such systems [1].

Taking into account all the factors, that must be taken to find a rational form of construction, is very complicated. In this regard, the problem must be reasonably simplified, limited to at least the minimum design weight ensuring, bearing in mind that the small deviations from the optimal, can meet other requirements.

The variation calculus is the most accurate way to determine the minimum weight of a statically undetermined system. However, the results of a number of authors obtained on the basis of this method, even for such relatively simple statically unspecified structures, such as a single-edged beam with rigidly supported supports, were unsuitable for manufacture and exploitation: the section width and the height of the box or I-beam cross-sections metal beam changed by its length.

Three specific types of sections for the solution of this problem, with the observance of the design conditions and the local stability of the cross section elements are considered in this work. To compare each of the three types of cross-sections, three variables are taken: design flip, number of the upper belt's panels and load. The accepted number of variants with a definite interval of variables determines the large number of calculations of such structures with subsequent analysis of the received dependencies of the construction material cost depending on the accepted parameters. The authors try to simplify this task by using the method of a planned experiment, which allows to reduce the complexity significantly and allows to identify the most significant parameters that affect the unknown value. An equal strength construction for each variant of the planned experiment is obtained by an iterative method.

**Key words:** combined arch system, upper belt, lattice, structure, parameters, load.

Стаття надійшла 27.02.2019