

ПОСТРОЕНИЕ ДВУМЕРНЫХ НЕСЕПАРАБЕЛЬНЫХ БЛОКОВ ФИЛЬТРОВ С ПОЛНЫМ ВОСТАНОВЛЕНИЕМ ДЛЯ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Излагается теория обработки изображения несепарабельных блоков фильтров для шахматной структуры дискретизации сигнала на основе векторного представления многомерных цифровых сигналов, спектров и систем на решетках.

Ключевые слова: структура дискретизации, решетка, интерполяция, децимация, блок фильтров.

Введение. Одной из важнейших областей применения многомерных систем являются системы преобразования сигналов с целью их сжатия. Системы состоят из многомерных цифровых фильтров и устройств изменения пространственно-временной частоты изображений, дециматоров и интерполяторов. Синтез эффективных банков фильтров (БФ) позволяет наиболее полно реализовать два основных принципа, используемых при сжатии;

- перераспределения энергии для снижения статистической зависимости между соседними пикселями;

- учет особенности зрительной системы к восприятию различных пространственных структур.

Некоторые понятия теории дискретизации многомерных сигналов.

Результатом операции дискретизации многомерных сигналов является получение интенсивности сигнала в узлах регулярной решетки, как в пространстве, так и во времени. Дискретный сигнал, полученный в результате процесса дискретизации, считается определенным только в точках отсчетов.

Определение [1,2,3]. Пусть $v_1 \dots v_N$ – линейно независимые действительные векторы в N -мерном евклидовом пространстве R^N . Решеткой D в пространстве R^N называется множество всех линейных комбинаций векторов $v_1 \dots v_N$ с целочисленными коэффициентами следующего вида

$$D = \{n_1 v_1 + n_2 v_2 + \dots + n_N v_N \mid n_i \in Z, i = 1, \dots, N\}. \quad (1)$$

Векторы $v_1 \dots v_N$ называются базисом решетки D . Базис решетки удобно представить в виде матрицы V столбцы которой являются векторами v_i . Базис решетки не является единственным, для одной решетки возможно записать несколько базисов. Модуль определителя матрицы V – $|\det V|$ не зависит от выбора базиса и может использоваться для характеристики решетки. В физическом смысле определитель решетки представляет собой величину обратную плотности дискретизации. Ниже приведены примеры базисов решеток для ортогональной и шахматной структур дискретизации

$$V_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad V_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

В выражении (2) V_1 – базис решетки для ортогональной структуры дискретизации, а V_2 – для шахматной структуры.

Определение. Решетка D^* называется взаимной по отношению к решетке D , если множество всех векторов $y \in D^*$, таких что $y^T x$ есть целое для всех $x \in D$.

Понятие взаимной решетки чаще всего применяется при нахождении преобразования Фурье сигнала, дискретизированного на решетке, т.к. Фурье образ

дискретного сигнала будет также дискретным, причем определенным на решетке взаимной к решетке дискретизации исходного сигнала. Пусть V – базис решетки дискретизации сигнала, а V^* – базис решетки дискретизации его Фурье образа, то эти два образа связаны следующим выражением

$$V^* = 2\pi(V^{-1})^T. \quad (3)$$

Нередко возникают задачи, связанные с изменением частоты дискретизации дискретного сигнала, что в свою очередь влечет к изменению решетки дискретизации. Пусть V_1 является базисом исходной решетки дискретизации D_1 , а V_2 – базисом решетки дискретизации D_2 , полученной в результате изменения частоты дискретизации. В общем случае исходная и результирующая решетки дискретизации не являются подрешетками друг друга. Однако, в данной работе будет рассматриваться только случай, когда решетка D_1 является подрешеткой D_2 , либо наоборот. Преобразование решетки дискретизации можно записать с помощью матрицы субдискретизации. Пусть K – является матрицей субдискретизации, тогда получение решетки дискретизации D_2 из решетки D_1 можно записать следующим образом

$$D_2 = D_1 \cdot K.$$

В этом случае процесс изменения решетки дискретизации можно представить: операцию увеличения частоты дискретизации (upsampling) или интерполяции сигнала s следующим образом [4,5]:

$$s'(\bar{n}) = \begin{cases} s(K_1^{-1}\bar{n}), & \bar{n} = K_1\bar{m} \\ 0, & \text{в другом случае} \end{cases}, \quad (4)$$

где \bar{m}, \bar{n} – вектора целочисленных значений и $\bar{m}, \bar{n} \in Z^N$,

операцию уменьшения частоты дискретизации или децимации (downsampling) сигнала s'' следующим образом

$$s(\bar{n}) = s''(K_2\bar{n}), \quad (5)$$

где K_1 и K_2 матрицы субдискретизации содержит целочисленные значения если в результате преобразования решеток получаются подрешетки.

Спектр сигнал s' , полученного в результате интерполяции при переходе от решетки Λ_1 к решетке $\Lambda_i = \Lambda_1 \cup \Lambda_2$, будет иметь вид [4,5,6]

$$S'_{\Lambda_i}(\bar{\omega}) = S_{\Lambda_1}((K_1)^T \bar{\omega}). \quad (6)$$

В z -области процесс интерполяции запишется следующим образом

$$s'_{\Lambda_i}(\bar{z}) = s_{\Lambda_1}(\bar{z}^{K_1}). \quad (7)$$

Выражения для децимации в частотной области и в z -области полученного в результате переходе от решетки Λ_1 к решетке $\Lambda_d = \Lambda_1 \cap \Lambda_2$, будет иметь вид [5,6];

$$S_{\Lambda_d}(\omega) = \frac{1}{|\det(K_2)|} \sum_{i=0}^{|\det(K_2)|-1} S'_{\Lambda_1}((K_2)^{-T} \bar{\omega} - 2\pi \cdot (K_2)^{-T} \cdot r_i), \quad (8)$$

$$s_{\Lambda_d}(\bar{z}) = \frac{1}{|\det(K_2)|} \sum_{i=0}^{|\det(K_2)|-1} s'_{\Lambda_1}(W_{K_2}^{r_i} \cdot \bar{z}^{K_2^{-1}}), \quad (9)$$

где символ $W_{K_2}^{r_i}$ обозначает величину $e^{-j2\pi r_i / K_2}$.

Набор векторов $r_0, r_1, \dots, r_{|\det(K)|-1}$ образуют множество многофазных векторов смещения, которые находится внутри фундаментального параллелепипеда [5] и

является элементарной ячейкой пространственной взаимной решетки V^* , а $\{k_i\} = \{2\pi(K_2)^{-T} r_i\}$ множество векторов сдвига в частотной области.

Синтез двумерных блоков фильтров

Блок фильтров представляет собой набор фильтров с различными полосами пропускания. Суммарная частотная характеристика блока фильтров покрывает всю частотную область. Пример блока фильтров приведен на рис. 1. Обработка сигнала блоком фильтров делится на два этапа: этап анализа и этап синтеза. На этапе анализа блок фильтров разделяет входной сигнал на субполосы Y_i с последующей их децимацией. Децимация определяется матрицей субдискретизации K , количество фильтров в блоке равно $N+1$ и определяется матрицей K , где $N = |\det(K)| - 1$. На этапе анализа происходит интерполяция субполос Y_i , фильтрация и сложения полученных результатов для образования сигнала \tilde{X} . Если сигналы X и \tilde{X} равны, то блок фильтров, приведенный на рис. 1, называется блоком фильтров с полным восстановлением.

Для сжатия изображений чаще всего используются сепарабельные блоки фильтров, построенные по принципу двумерной пирамиды Маллата [7]. Такая схема разбивает исходное изображение на субполосы, которые в последствии отдельно обрабатываются и квантуются. В результате грубого квантования некоторых субполос и последующего кодирования кодом переменной длины получаем схему кодирования с потерями с изменяемым коэффициентом сжатия, за счет изменения шага квантования. В результате одного шага кодирования по схеме пирамиды Маллата получаем частотное разделение, на зона 1 представляет низкочастотные составляющие, зона 2 – высокочастотные горизонтальные составляющие, зона 3 – высокочастотные вертикальные составляющие и зона 4 – высокочастотные диагональные составляющие.

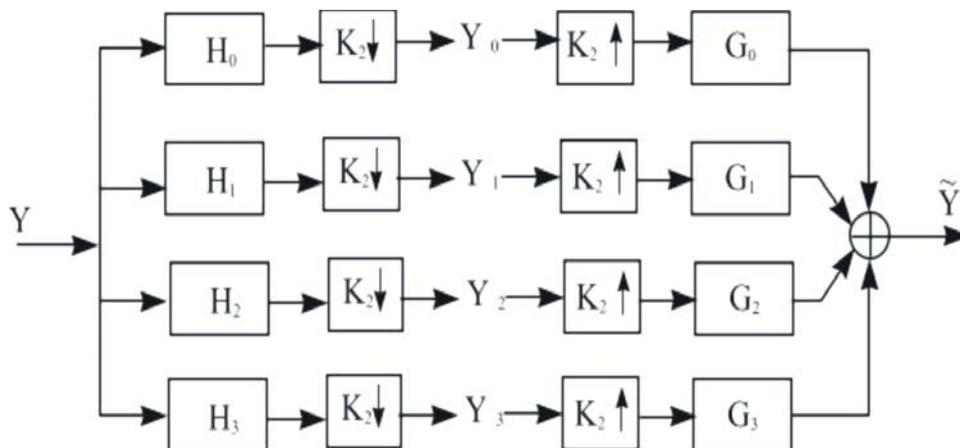
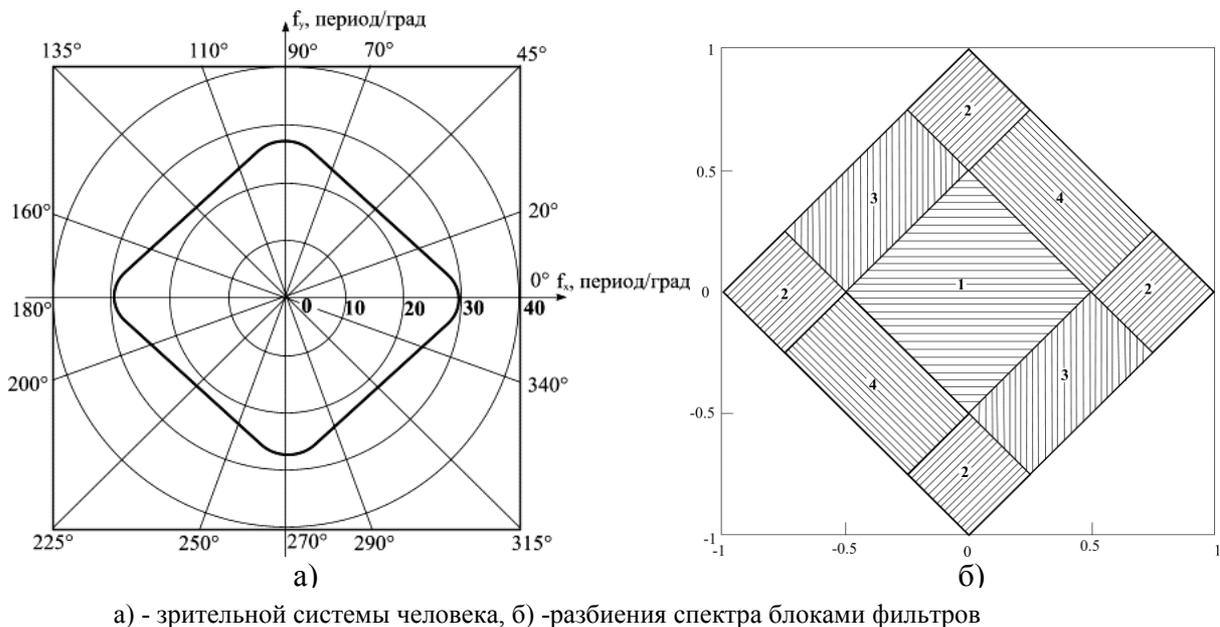


Рис. 1 – Структура четырехполосного блока фильтров для шахматной структуры дискретизации.

Основным недостатком частотного разбиения по схеме Маллата является его несовпадение с двумерной пространственно-частотной характеристикой зрительной системы человека, приведенной на рис. 2а [8,9]. Кроме этого, двумерные частотные спектры реальных изображений также имеют наибольшее количество спектральных составляющих по горизонтали и вертикали, и меньшее количество – в диагональных направлениях.

Как видно из рис. 2, границы пространственно-частотной характеристики зрения человека наиболее хорошо описываются ромбом, поэтому наиболее естественным и предпочтительным, с точки зрения зрительной системы, частотным разбиением является ромбическое разбиение. Здесь зона 1 представляет низкочастотные составляющие, зона 2 – высокочастотные горизонтально-вертикальные составляющие, зона 3 – высокочастотные составляющие, расположенные под углом 135° и зона 4 – высокочастотные составляющие, расположенные под углом 45° . Подобное частотное разбиение возможно только при представлении сигнала на шахматной структуре дискретизации [9,10]. Однако, все изображения представляются и хранятся с использованием ортогональной развертки. Следовательно, первым шагом кодирования должно быть изменение структуры дискретизации с ортогональной на шахматную.



а) - зрительной системы человека, б) -разбиения спектра блоками фильтров

Рис. 2 – Пространственно-частотные характеристики.

Найдем, каким условия должны удовлетворять частотные характеристики фильтров для выполнения условия полного восстановления. Пусть частотные характеристики фильтров, входящих в состав блока фильтров, равны $H_0(\vec{\omega}), H_1(\vec{\omega}), \dots, H_3(\vec{\omega})$ и $G_0(\vec{\omega}), G_1(\vec{\omega}), \dots, G_3(\vec{\omega})$, а дискретные сигналы Y и \tilde{Y} определены на решетке дискретизации с базисом V . Согласно выражению 6 и [4] частотная характеристика этапа анализа равна

$$\tilde{Y}(\vec{\omega}) = \sum_{j=0}^3 G_j(\vec{\omega}) \cdot Y_j((K)^T \cdot \vec{\omega}), \quad (10)$$

где $Y_j(\vec{\omega})$ – частотные характеристики каждой из субполос.

Частотные характеристики субполос $Y_j(\vec{\omega})$ получены путем фильтрации входного сигнала с последующей децимацией. Согласно выражению 8 и [4] частотная характеристика $Y_j(\vec{\omega})$ равна

$$Y_j(\vec{\omega}) = \frac{1}{|\det(K)|} \sum_{i=0}^3 Y((K)^{-T} \vec{\omega} - 2\pi(K)^{-T} r_i) \cdot H_j((K)^{-T} \vec{\omega} - 2\pi(K)^{-T} r_i). \quad (11)$$

Слагаемое при $i=0$ представляет собой результат фильтрации, а остальные представляют собой модуляционные составляющие, появившиеся в результате децимации.

Объединяя выражения 9 и 10, получим

$$\begin{aligned} \tilde{Y}(\bar{\omega}) &= \frac{1}{|\det(K)|} \left(\sum_{j=0}^3 G_j(\bar{\omega}) \cdot \sum_{i=0}^3 Y((K)^T(K)^{-T}\bar{\omega} - 2\pi(K)^{-T}r_i) \times \right. \\ &\quad \left. \times H_j((K)^T(K)^{-T}\bar{\omega} - 2\pi(K)^{-T}r_i) \right) = \\ &= \frac{1}{|\det(K)|} \left(\sum_{j=0}^3 G_j(\bar{\omega}) \cdot \sum_{i=0}^3 Y(\bar{\omega} - 2\pi(K)^{-T}r_i) \cdot H_j(\bar{\omega} - 2\pi(K)^{-T}r_i) \right) = \\ &= \frac{1}{|\det(K)|} \left(\sum_{i=0}^3 Y(\bar{\omega} - 2\pi(K)^{-T}r_i) \cdot \sum_{j=0}^3 G_j(\bar{\omega}) \cdot H_j(\bar{\omega} - 2\pi(K)^{-T}r_i) \right) = \\ &= \frac{1}{|\det(K)|} \left(Y(\bar{\omega}) \cdot \sum_{j=0}^3 G_j(\bar{\omega}) \cdot H_j(\bar{\omega}) + \sum_{i=1}^3 Y(\bar{\omega} - 2\pi(K)^{-T}r_i) \cdot \sum_{j=0}^3 G_j(\bar{\omega}) \cdot H_j(\bar{\omega} - 2\pi(K)^{-T}r_i) \right). \end{aligned}$$

Полученное выражение представляет собой сквозную частотную характеристику многомерного блока фильтров. Для получения блока фильтров с полным восстановлением мы должны избавиться от модуляционных составляющих, вызванных процессом децимации, и добиться отсутствия линейных искажений. При $k_i = 2\pi(K)^{-T}r_i$, условия полного восстановления будут выглядеть следующим образом:

$$\sum_{j=0}^3 G_j(\bar{\omega}) \cdot H_j(\bar{\omega} - k_i) = 0, \text{ для } j \in [1, \dots, 3] \text{ и } i \in Z, \quad (12)$$

$$\sum_{j=0}^3 G_j(\bar{\omega}) \cdot H_j(\bar{\omega}) = |\det(K)|. \quad (13)$$

Условие 12 гарантирует устранение модуляционных искажений, а условие 13 определяет отсутствие линейных искажений.

Запишем выражения 12 и 13 в матричном виде

$$H^T G = |\det(K)| \cdot C, \quad (14)$$

где

$$H = \begin{bmatrix} H_0(\bar{\omega}) & H_0(\bar{\omega} - k_1) & H_0(\bar{\omega} - k_2) & H_0(\bar{\omega} - k_3) \\ H_1(\bar{\omega}) & H_1(\bar{\omega} - k_1) & H_1(\bar{\omega} - k_2) & H_1(\bar{\omega} - k_3) \\ H_2(\bar{\omega}) & H_2(\bar{\omega} - k_1) & H_2(\bar{\omega} - k_2) & H_2(\bar{\omega} - k_3) \\ H_3(\bar{\omega}) & H_3(\bar{\omega} - k_1) & H_3(\bar{\omega} - k_2) & H_3(\bar{\omega} - k_3) \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} G_0(\bar{\omega}) \\ G_1(\bar{\omega}) \\ G_2(\bar{\omega}) \\ G_3(\bar{\omega}) \end{bmatrix},$$

C – некоторый столбец-вектор.

Если вектор имеет C вид: $C^T = [P(\bar{\omega}), 0, 0, 0]$, то в блоке фильтров отсутствуют модуляционные искажения, но присутствуют линейные искажения. Функция $P(\bar{\omega})$ определяет вид этих искажений. Линейные искажения могут быть скомпенсированы линейным корректором, поставленным на выходе блока фильтров и имеющего частотную характеристику винеровского фильтра минимизирующую среднее отклонение сигнал/шум. Таким образом, мы получим систему с почти полным восстановлением. Если вектор C имеет вид: $C^T = [1, 0, 0, 0]$, то блок фильтров

представляет собой систему с полным восстановлением, вносящим только постоянную задержку.

Избавиться от модуляционных искажений позволяют следующие соотношения между частотными характеристиками фильтров в блоке фильтров:

$$\begin{aligned} H_0(\vec{\omega}) = G_0(-\vec{\omega}) = H(\vec{\omega}) = -H(\vec{\omega}); \quad H_1(\vec{\omega}) = G_1(-\vec{\omega}) = e^{j\vec{\omega}s_1} H(\vec{\omega} - k_1); \\ H_2(\vec{\omega}) = G_2(-\vec{\omega}) = e^{j\vec{\omega}s_2} H(\vec{\omega} - k_2); \quad H_3(\vec{\omega}) = G_3(-\vec{\omega}) = e^{j\vec{\omega}s_3} H(\vec{\omega} - k_3), \end{aligned} \quad (15)$$

где $s_i = V \cdot r_i$. Множество векторов $\{s_i\}$ является множеством векторов сдвига в реальной области. В процессе интерполяции на этапе синтеза образуется новая решетка дискретизации. Образование этой решетки можно описать как объединение множества классов исходной решетки. Это множество получено путем сдвига исходной решетки, подвергающейся интерполяции, причем величину и направление сдвига определяет множество векторов сдвига $\{s_i\}$.

Приведенная выше запись соотношений между частотными характеристиками фильтров для выполнения условия полного восстановления записана, исходя из предположения, что фильтры блока фильтров имеют симметричную частотную характеристику. В z -области соотношения между частотными характеристиками фильтров будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} h_0(\vec{z}) = g_0(\vec{z}^{-1}) = h(\vec{z}); \quad h_1(\vec{z}) = g_1(\vec{z}^{-1}) = \vec{z}^{s_1} h(\vec{z} e^{-jk_1}); \\ h_2(\vec{z}) = g_2(\vec{z}^{-1}) = \vec{z}^{s_2} h(\vec{z} e^{-jk_2}); \quad h_3(\vec{z}) = g_3(\vec{z}^{-1}) = \vec{z}^{s_3} h(\vec{z} e^{-jk_3}). \end{aligned} \quad (16)$$

Для рассматриваемой в данной статье двумерного блока фильтров на шахматной структуре дискретизации, где исходный сигнал задан на решетке дискретизации с базисом V и матрицей субдискретизации K , причем V и K равны:

$$V = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Исходный сигнал задан на шахматной структуре дискретизации, а матрица субдискретизации выбрана таким образом, что структура дискретизации при децимации не изменяется. Определитель матрицы субдискретизации $|\det(K)| = 4$, следовательно, блок фильтров будет разделять исходный сигнал на четыре субполосы.

Набор векторов $\{r_i\}$ [5] будет состоять из четырех векторов, равных $r_0 = (0,0)$, $r_1 = (0,1)$, $r_2 = (1,0)$ и $r_3 = (1,1)$. Определим значения для множества векторов $\{k_i\}$ и $\{s_i\}$:

$$\begin{aligned} k_0 = (0,0), \quad k_1 = (\pi/2, -\pi/2), \quad k_2 = (\pi/2, \pi/2), \quad k_3 = (\pi, 0); \\ s_0 = (0,0), \quad s_1 = (2,0), \quad s_2 = (1,1), \quad s_3 = (1,-1). \end{aligned}$$

Запишем матрицы фильтров, исходя из полученных значений, учитывая, что частотная характеристика фильтра нижних частот равна $H(\omega_1, \omega_2)$. Тогда произведение матриц в выражении (14) отдельно для каждой строки вектора столбца C имеет вид:

$$\begin{aligned} C_0 = H^2(\omega_1, \omega_2) + H^2\left(\omega_1 - \frac{\pi}{2}, \omega_2 + \frac{\pi}{2}\right) + H^2\left(\omega_1 - \frac{\pi}{2}, \omega_2 - \frac{\pi}{2}\right) + H^2(\omega_1 - \pi, \omega_2); \\ C_1 = H\left(\omega_1 - \frac{\pi}{2}, \omega_2 + \frac{\pi}{2}\right)H(\omega_1, \omega_2) + H(\omega_1, \omega_2)H\left(\omega_1 - \frac{\pi}{2}, \omega_2 + \frac{\pi}{2}\right)e^{-j\pi} + \\ + H(\omega_1 - \pi, \omega_2)H\left(\omega_1 - \frac{\pi}{2}, \omega_2 - \frac{\pi}{2}\right)e^0 + H\left(\omega_1 - \frac{\pi}{2}, \omega_2 - \frac{\pi}{2}\right)H(\omega_1 - \pi, \omega_2)e^{-j\pi} = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_2 &= H\left(\omega_1 - \frac{\pi}{2}, \omega_2 - \frac{\pi}{2}\right)H(\omega_1, \omega_2) + H(\omega_1 - \pi, \omega_2)H\left(\omega_1 - \frac{\pi}{2}, \omega_2 + \frac{\pi}{2}\right)e^{-j\pi} + \\
 &+ H(\omega_1, \omega_2)H\left(\omega_1 - \frac{\pi}{2}, \omega_2 - \frac{\pi}{2}\right)e^{-j\pi} + H\left(\omega_1 - \frac{\pi}{2}, \omega_2 + \frac{\pi}{2}\right)H(\omega_1 - \pi, \omega_2)e^0 = 0; \\
 C_3 &= H(\omega_1 - \pi, \omega_2)H(\omega_1, \omega_2) + H\left(\omega_1 - \frac{\pi}{2}, \omega_2 - \frac{\pi}{2}\right)H\left(\omega_1 - \frac{\pi}{2}, \omega_2 + \frac{\pi}{2}\right)e^{-j2\pi} + \\
 &+ H\left(\omega_1 - \frac{\pi}{2}, \omega_2 + \frac{\pi}{2}\right)H\left(\omega_1 - \frac{\pi}{2}, \omega_2 - \frac{\pi}{2}\right)e^{-j\pi} + H(\omega_1, \omega_2)H(\omega_1 - \pi, \omega_2)e^{-j\pi} = 0.
 \end{aligned}$$

Итак, столбец-вектор - C имеет вид

$$C = \begin{bmatrix} H^2(\omega_1, \omega_2) + H^2\left(\omega_1 - \frac{\pi}{2}, \omega_2 + \frac{\pi}{2}\right) + H^2\left(\omega_1 - \frac{\pi}{2}, \omega_2 - \frac{\pi}{2}\right) + H^2(\omega_1 - \pi, \omega_2) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

следовательно, при выборе фильтров по методу, приведенному выше, блок фильтров позволяет избавиться от модуляционных искажений. При выполнении условия

$$H^2(\omega_1, \omega_2) + H^2\left(\omega_1 - \frac{\pi}{2}, \omega_2 + \frac{\pi}{2}\right) + H^2\left(\omega_1 - \frac{\pi}{2}, \omega_2 - \frac{\pi}{2}\right) + H^2(\omega_1 - \pi, \omega_2) = 4$$

блок фильтров не вводит линейных частотных искажений, и становится системой с полным восстановлением.

Запишем соотношения между импульсными характеристиками фильтров, учитывая, что фильтр с импульсной характеристикой $h(n_1, n_2)$ имеет частотную характеристику $H(\omega_1, \omega_2)$:

$$h_0(n_1, n_2) = g_0(-n_1, -n_2) = h(n_1, n_2);$$

$$h_1(n_1, n_2) = g_1(-n_1, -n_2) = e^{j\frac{\pi}{2}n_1} e^{-j\frac{\pi}{2}n_2} h(n_1 - 2, n_2) = e^{j\frac{\pi}{2}(n_1 - n_2)} h(n_1 - 2, n_2);$$

$$h_2(n_1, n_2) = g_2(-n_1, -n_2) = e^{j\frac{\pi}{2}n_1} e^{j\frac{\pi}{2}n_2} h(n_1 - 1, n_2 - 1) = e^{j\frac{\pi}{2}(n_1 + n_2)} h(n_1 - 1, n_2 - 1);$$

$$h_3(n_1, n_2) = g_3(-n_1, -n_2) = e^{j\pi n_1} h(n_1 - 1, n_2 + 1) = (-1)^{n_1} h(n_1 - 1, n_2 + 1),$$

где $n_1, n_2 \in Z$, n_1 – номер строки импульсной характеристики, n_2 – номер столбца импульсной характеристики.

На первый взгляд присутствие множителя $e^{j\frac{\pi}{2}}$ в представленных выше выражениях может привести к комплексным коэффициентам в импульсных характеристиках фильтров, однако, учитывая, что n_1 и n_2 целые числа и импульсные характеристики определены на шахматной структуре дискретизации, коэффициенты будут располагаться на плоскости (n_1, n_2) , так как это показано в таблице.

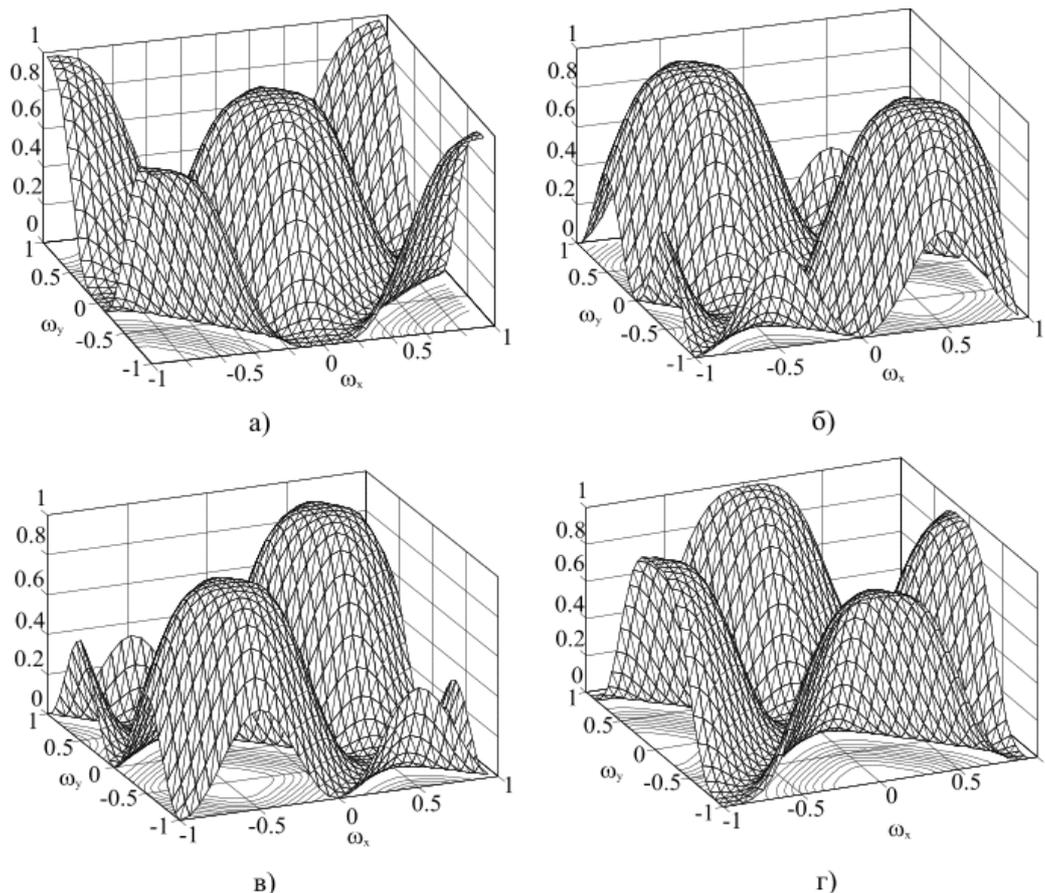
Как видно из таблицы, для обозначения каждого коэффициента импульсной характеристики фильтра используется пара чисел (n_1, n_2) , состоящая либо только из четных чисел, либо только из нечетных чисел, ноль считается четным. Как легко проверить сумма и разность двух четных чисел дает четное число. Сумма и разность двух нечетных чисел также дает в результате четное число. Для практического применения, при расчетах по приведенным выше выражениям, позициям (n_1, n_2) , где

не определены коэффициенты импульсной характеристики фильтра, т.е. одно число из пары (n_1, n_2) является четным, а другое – нечетным, можно присвоить значение ноль. Несимметричная импульсная характеристика дает возможность учитывать все задержки необходимые для построения блока фильтров и выполнения соотношения между фильтрами для полного восстановления (12,13).

Таблица

Значения коэффициентов импульсной характеристики фильтра прототипа $H(\omega_1, \omega_2)$ четырехполосного блока фильтров						
0	0	0	0,016747	0	0	0
0	0	-0,029006	0	-0,029006	0	0
0	-0,10825	0	0,05024	0	-0,10825	0
-0,0625	0	0,1875	0	0,1875	0	-0,0625
0	0,10825	0	0,69976	0	0,10825	0
0	0	0,40401	0	0,40401	0	0
0	0	0	0,23325	0	0	0

На рис. 3 приведены двумерные амплитудно-частотные характеристики блока фильтров анализа.



- а) – низкочастотный фильтр (H_0);
- б) – высокочастотный для диагональных составляющих по углом 135° (H_1);
- в) – высокочастотный для диагональных составляющих по углом 45° (H_2);
- г) – высокочастотный для горизонтальных и вертикальных составляющих (H_3).

Рис. 3 – Двухмерные амплитудно-частотные характеристики фильтров анализа четырехполосного блока фильтров .

Выводы. В статье приведен математический аппарат, описывающий двумерные четырех полосные блоки фильтров для шахматной структуре дискретизации изображений. Получены выражения, описывающие соотношения между фильтрами, образующими блок фильтров для выполнения условия полного восстановления. Выражения соотношений между фильтрами представлены как для спектральной области, так и для z -области и могут быть обобщены для произвольной многомерной структуры дискретизации. Исходя из полученных соотношений между фильтрами показано, что для расчета многомерного блока фильтров с полным восстановлением достаточно произвести расчет низкочастотного многомерного фильтра прототипа. Все остальные фильтры блока можно получить из фильтра-прототипа, используя соотношения между фильтрами. Приведены также требования, которым должен удовлетворять низкочастотный фильтр-прототип, для выполнения условий полного восстановления.

Список литературы

- 1 Даджион Д., Мерсеро Р. Цифровая обработка многомерных сигналов. – М.: Мир, 1988. – 488с.
- 2 Горьев С.А. Метод описания дискретизации телевизионных изображений // Электросвязь. – 1992. – № 2. – С.43-49.
- 3 Дюбуа Э. Дискретизация и восстановление движущегося изображения в применении к видеосигналам // ТИИЭР. – 1985. – №4.-С.7-30.
- 4 Горьев С.А. Выбор пространственной структуры дискретизации телевизионного изображения // Техника средств связи. Сер. Техника телевидения. – 1989. – №2. – С.98-104.
- 5 Kovacevic J., Vetterli M. Nonseparable Multidimensional Perfect Reconstructionl Filter Banks and Wavelet Bases // IEEE Transactions on Information Teory, – 1992. – Vol. 38. – P.533-555.
- 6 Горьев С.А. Интерполяция и децимация цифровых многомерных сигналов //Вісник Одеського Екологічного Університету. - 2011.- Вип.11.-.С.219-227.
- 7 Малла С. Вейвлетты в обработке сигналов. – М.: Мир, 2005. – 658с.
- 8 Бондаренко В.М., Данилова М.В., Красильников Н.Н., Леушина Л.И., Невская А.А. Шелестин Ю.Е. Пространственное зрение. – СПб.: Наука, 1999.- 238с.
- 9 Цифровое кодирование телевизионных изображений, Под ред. И.И. Цукермана. – М.: Радио и связь, 1981.-240с.
- 10 С.А. Горьев, С.А. Попов, Б.Ф. Рядинский, Система цветного телевидения с временным уплотнением компонентных сигналов изображения // Труды Ракетно-Космической Корпорации «Энергия» им. С.П. Королёва. – 2004. – Т. XII, №3. – С.63-74.

Розробка двомірних несепарельних блоків фільтрів з повним відновленням для обробки зображень. Гор'єв С.А.

Викладається теорія обробки зображення блоком фільтрів для шахової структури дискретизації сигналу на основі векторного представлення багатовимірних цифрових сигналів, спектрів і систем на ґратах.

Ключові слова: *структура дискретизації, ґрати, інтерполяція, децимація, блок фільтрів.*

Construction of two-dimensional nonseparable blocks of filters with full restoration for processing images. Goriev S.

The theory of processing of the image by the block of filters for chess structure of digitization of a signal on the base of vector representation of multidimensional digital signals, spectra and systems on lattices is stated.

Keywords: *structure of digitization, a lattice, interpolation, децимація, the block of filters.*