УДК.629.12.03

Конева С.А.

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА УПРАВЛЕНИЯ ТЕПЛООБМЕНОМ В ОБМОТКЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ

Рассматривается построениее решения математической модели динамики процесса теплообмена в обмотке электрической машин.

Ключевые слова: *электрическая машина, теплообмен, температура обмотки, дифференциальное уравнение.*

Процесс электромеханического преобразования электроэнергии сопровождается ее потерями, ведущими к нагреву элементов машины.

Возникают две задачи: определение потерь энергии и определение температуры элементов машины.

В первую очередь следует говорить о нагреве ее обмоток. Материал изоляции обмоток имеют критические пределы нагрева (допустимую температуру нагрева).

Небольшие превышения допустимой температуры не означает обязательного возгорания обмоток, но при этом происходит интенсивное старение изоляции и снижение срока эксплуатации машины. Температура обмотки определяется уровнем внутренних тепловыделений и температурой окружающей (охлаждающей) среды.

Обмотка рассматривается как электрическая катушка. Описание распределения температуры в таких проводниках, а также расчет максимальной температуры в тачках перегрева, представляет для расчета электрических машин большой интерес, тем более, что часто максимально допустимый ток нагрузки заранее предопределяется фиксированным значением допустимой пиковой температуры для материала катушки (обмотки). Важен расчет безопасной границы перегрузки.

Длина продольной оси катушки велика по сравнению с размерами профильного поперечного сечения. Все выделяемое тепло в обмотке отводится к ее поверхности. В разрезе, нормальном к продольной оси, наблюдается следующая картина: т.к. площадь сечения каждого проводника составляет небольшой процент общей площади сечения, то процесс выделения тепла можно считать равномерным по всей площади поперечного сечения (т.е. зависит только от расстояния точки от центра сечения). В конечном счете, допустима замена катушки однородным проводником круглого сечения [4]. Исходя из этого допущения, рассматриваем распределение температуры в плоском круглом сечении.

При данном механизме теплообмена температура охлаждающей среды при естественном либо искусственном охлаждении хладагентом (воздух, водород, вода), является функцией градиента температуры поверхности, разграничивающей обе среды (для элемента поверхности). Уравнение теплопроводности для любого сечения обмотки имеет следующий вид

$$c_T \gamma_T \frac{\partial T_T}{\partial t} = \mathrm{Div}(\lambda \mathrm{grad}\, T_T) + q(r, x, t). \qquad (1)$$

Уравнение теплового баланса для хладагента записывается как

$$\mathrm{cG}dT = \frac{\alpha f}{\ell}(T_{T_R}(x, R, t) - T)dx. \qquad (2)$$

Начальные условия принимаем нулевые, т.е.

$$T_T(x, r, 0) = T(x, r, 0) = 0;$$

при этом, граничные условия

$$-\lambda \frac{\partial T_T}{\partial r}\bigg|_{r=R} = \alpha\left[T_{TR}(x,R,t) - T(x,t)\right]; \quad \frac{\partial T_T(0,x,t)}{\partial r}\bigg|_{r=0} = 0. \tag{3}$$

Здесь принято, что влияние теплопроводности воздуха пренебрежимо мало и обозначено через λ – коэффициент теплопроводности материала обмотки; T_{T_R} – температура при $r=R$; c,γ,G – соответственно удельная теплоемкость, плотность и расход хладагента; α – коэффициент теплоотдачи хладагента; q – тепловой поток, f – поверхность теплообмена.

Уравнение (1) справедливо для плоской и цилиндрической геометрии, т.е.

$$c_T \gamma_T \frac{\partial T_T}{\partial t} = q(x,..,y,t) + \lambda\left(\frac{\partial^2 T_T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_T}{\partial y^2} + \ldots\right) + \frac{\partial \lambda}{\partial x}\frac{\partial T_T}{\partial x} + \frac{\partial \lambda}{\partial y}\frac{\partial T_T}{\partial y} + \ldots .$$

Так как для твердого тела при $\lambda = const$ $\frac{\partial \lambda}{\partial x} = W_x = 0; \frac{\partial \lambda}{\partial y} = W_y = 0, \ldots,$

то выражение (1) перепишется в виде

$$c_T \gamma_T \frac{\partial T_T}{\partial t} = \frac{q}{\lambda}(x,..,y,t) + \nabla^2 T_T,$$

где $\nabla^2 = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right)$ – оператор Лапласа для цилиндрической геометрии. Раскрывая $\nabla^2 T_T$, получаем

$$\nabla^2 T_T = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 T_T}{\partial x^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T_T}{\partial \varphi^2}.$$

Для некоторого упрощения решения задачи, введем следующие предположения: распределение температуры по радиусу принимаем осесимметричное; теплопроводность обмотки и охлаждающей среды в осевом направлении потока принимаем пренебрежимо малой; наружная поверхность аппарата теплоизолирована; тепловыделение по сечению и длине обмотки принимается равномерное.

Вместо r и x вводятся безразмерные величины, $\frac{r}{R}, \frac{x}{l},$ которые меняются от 0 до 1. Для них сохраняются принятые обозначения r, x .При указанных допущениях исходные уравнения (1),(2) приводятся к виду

$$\begin{cases} c_T \gamma_T \frac{\partial T_T}{\partial t} = \lambda_T\left(\frac{\partial^2 T_T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T_T}{\partial r}\right) + q(t), \\ cm\frac{\partial T}{\partial t} + \mathrm{c}G\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\alpha f}{\ell}(T_{T_R} - T) \end{cases} \tag{4}$$

при $t > 0$ и $0 \le x \le \ell;\ 0 \le r \le R.$

После преобразования Лапласа по переменной t система уравнений (4) и граничные условия запишутся в относительных величинах:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 T_T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T_T}{\partial r} - apT_T = -\frac{a_1}{p}q; \\ \frac{\partial T}{\partial x} + (b_1 p + b_2)T = b_2 T_T(x,R,p) - b_4 G \end{cases} \tag{5}$$

где

$$a = \frac{c_T \gamma_T R^2}{\lambda_T}; \quad a_1 = \frac{R^2}{\lambda_T}; \quad b_1 = \frac{m}{G}; \quad b_2 = \frac{\alpha f}{cG}.$$

Сделав замену $z=i\sqrt{a\mathrm{p}}\cdot r$ в первом уравнении системы (5), приходим к уравнению Бесселя нулевого порядка [1]

$$\frac{\partial^2 T_T}{\partial z^2}+\frac{1}{z}\frac{\partial T_T}{\partial z}+T_T=\frac{a_1}{ap}q. \qquad (6)$$

Общее решение уравнения (6) имеет вид

$$T_T(x,r,p)=C_1(x)J_0(z)+C_2(x)Y_0(z)+C_0,$$

где $J_0(z)$ - функция Бесселя нулевого порядка; $Y_0(z)$- функция Вебера нулевого порядка; $C_1(x), C_2(x), C_0$ - функции интегрирования.

Так как функция T_T должна быть ограничена при $r\to 0$, а $Y_0(\sqrt{ap}\cdot r)$ при $r\to 0$ стремится к бесконечности [2], то функция $C_2(x)$ должна равняться нулю. С учетом второго граничного условия, получим окончательное решение в форме изображения при $r=R=1$

$$T_T(x,1,\mathrm{p})=T_{T_R}=C_1(x)I_0(\sqrt{a\mathrm{p}})+\frac{a_1}{a\mathrm{p}}q, \qquad (7)$$

где $I_0(\sqrt{ap})$- модифицированная функция Бесселя нулевого порядка [3], определяемая, как $I_0(\sqrt{ap})=J_0\left(i\sqrt{ap}\right)$. Для определения постоянной интегрирования $C_1(x)$ преобразуем второе уравнение системы (5), подставив в него второе граничное условие (3) (при r=1). При этом получим

$$\frac{\partial T}{\partial x}+Tb_1p=-b\left(\frac{\partial T_T}{\partial r}\right)\bigg|_{r=1}-b_4G, \qquad (8)$$

где $b=b_2\frac{\lambda}{\alpha}$. Продифференцировав по r выражение (7), находим

$$\frac{\partial T_T}{\partial r}\bigg|_{r=1}=\frac{\partial T_{T_R}}{\partial r}=C_1(x)\sqrt{ap}I_1\sqrt{(ap)}\,.$$

Используя первое граничное условие при r=1 с учетом выражения (2), находим

$$T=T_T+b\frac{\partial T_T}{\partial r}=C_1(x)I_0(\sqrt{a\mathrm{p}})+\frac{a_1}{ap}q+bC_1(x)\sqrt{ap}I_1(\sqrt{a\mathrm{p}})=$$
$$=C_1(x)\left[I_0(\sqrt{a\mathrm{p}})+b\sqrt{ap}I_1(\sqrt{a\mathrm{p}})\right]+\frac{a_1}{ap}q. \qquad (9)$$

Продифференцировав последнее выражение по x, получим

$$\frac{dT}{dx}=\frac{dC_1}{dx}\left[I_0(\sqrt{ap})+b\sqrt{ap}\cdot I_1(\sqrt{ap})\right].$$

Подставив найденные значения производных в уравнение (9), получим обыкновенное дифференциальное уравнение относительно $C_1(x)$

$$\frac{dC_1}{dx}\left[I_0(\sqrt{ap})+b\sqrt{ap}I_1(\sqrt{ap})\right]+C_1(x)\left[I_0(\sqrt{ap})+b\sqrt{ap}I_1(\sqrt{ap})\right]b_1p+bC_1(x)\sqrt{ap}I_1(\sqrt{ap})=-\frac{a_1\,b_1}{ap^2}q-b_4G.$$

После соответствующих преобразований последнего выражения запишем в виде

$$\frac{dC_1}{dx}+C_1(x)\left[b_1p+\frac{b\sqrt{ap}I_1(\sqrt{ap})}{I_0(\sqrt{ap})+b\sqrt{ap}I_1(\sqrt{ap})}\right]=$$
$$=-\frac{a_1b_1p}{apI_0(\sqrt{a\mathrm{p}})+b\sqrt{ap}I_1(\sqrt{a\mathrm{p}})}q-\frac{b_4G}{I_0(\sqrt{a\mathrm{p}})+b\sqrt{ap}I_1(\sqrt{a\mathrm{p}})}.$$

Решение этого неоднородного уравнения относительно q, имеет вид

$$C_1(x) = -\frac{B(p)}{A(p)} + C(p)e^{-A(p)}, \tag{10}$$

где

$$B(p) = \frac{a_1 b_1}{a\left[I_0(\sqrt{ap}) + b\sqrt{ap}I_1(\sqrt{ap})\right]}; \quad A(p) = b_1 p + \frac{b\sqrt{ap}I_1(\sqrt{ap})}{I_0(\sqrt{ap}) + b\sqrt{ap}I_1(\sqrt{ap})}.$$

Подставляя выражение (10) в (9) и используя граничное условие при $x=0$, $T(0,p)=T_1(p)$, находим

$$T_1(p) = \left[C(p) - \frac{B(p)}{A(p)}\right]\left[I_0(\sqrt{ap}) + b\sqrt{ap}I_1(\sqrt{ap})\right] + \frac{a_1}{ap}q.$$

Откуда

$$C(p) = \frac{T_1(p)}{\left[I_0(\sqrt{ap}) + b\sqrt{ap}I_1(\sqrt{ap})\right]} + \frac{B(p)}{A(p)} - \frac{a_1}{ap\left[I_0(\sqrt{ap}) + b\sqrt{ap}I_1(\sqrt{ap})\right]}q. \tag{11}$$

С учетом выражения (10) и (11), решение в форме изображения для температуры хладагента принимает вид

$$T(x,p) = C_1(x)\left[I_0(\sqrt{ap}) + b\sqrt{ap}I_1(\sqrt{ap})\right] + \frac{a_1}{ap}q = \left[-\frac{B(p)}{A(p)} + C(p)e^{-A(p)x}\right]\left[I_0(\sqrt{ap}) + b\sqrt{ap}I_1(\sqrt{ap})\right] + \frac{a_1}{ap}q =$$

$$= \frac{a_1 q}{ap}\left(1 - e^{-A(p)x}\right)\left[1 - \frac{b_1 p\left[I_0(\sqrt{ap}) + b\sqrt{ap}I_1(\sqrt{ap})\right]ap \cdot a_1 q}{a_1 q\left[I_0(\sqrt{ap}) + b\sqrt{ap}I_1(\sqrt{ap})\right] \cdot ap \cdot A(p)}\right] + T_1(p)e^{-A(p)x}.$$

или

$$T(x,p) = \frac{a_1}{ap}\left[1 - \frac{b_1 p}{A(p)}\right]\left(1 - e^{-A(p)x}\right)q + e^{-A(p)x}T_1(p). \tag{12}$$

Для температуры обмотки

$$T_T(x,r,p) = C_1(x)I_0(\sqrt{ap}\cdot r) + \frac{a_1}{ap}q = \left[-\frac{B(p)}{A(p)} + C(p)e^{-A(p)x}\right]I_0(\sqrt{ap}\cdot r) + \frac{a_1}{ap}q =$$

$$= \frac{I_0(\sqrt{ap}\cdot r)}{\left[I_0(\sqrt{ap}) + b\sqrt{ap}I_1(\sqrt{ap})\right]}e^{-A(p)x}T_1(p) + \frac{a_1}{ap}\left\{\left[1 - \frac{I_0(\sqrt{ap}\cdot r)}{\left[I_0(\sqrt{ap}) + b\sqrt{ap}I_1(\sqrt{ap})\right]}e^{-A(p)x}\right] - \right.$$
$$\left. - \frac{b_1 p}{A(p)}\frac{I_0(\sqrt{ap}\cdot r)}{I_0(\sqrt{ap}) + b\sqrt{ap}I_1(\sqrt{ap})}\left[1 - e^{-A(p)x}\right]\right\}q. \tag{13}$$

Выражения (12) и (13) справедливы при $\alpha = \text{const}$ и связывают переменные в любой точке рассматриваемого пространства системы, поведение которой описывается дифференциальными уравнениями в частных производных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики /А. Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Физматгиз, 1966. – 724 с.
2. Ватсон Г.Н. Теория бесселевых функций /Г.Н. Ватсон. - М.: Изд-во иностр. лит., – 1989.– 220 с.
3. Шевяков А.А. Управление тепловых объектов с распределенными параметрами / А.А. Шевяков, Р.В. Яковлева. – М.: Энергоатомиздат, 1986. –208 с.

4. Шнейдер П. Инженерные проблемы теплопроводности /П. Шнейдер. – М.: 1980. – 478 с.

Koneva S.A.

Construction of mathematical model of management process of heat exchange in loop of electric a machine

*Construction of mathematical model solution of process dynamics of heat exchange in a loop of electric machine is observed***.**

Key words*: electric machine, heat exchange, temperature of loop, differential equation.*

Конєва С.А.

Побудова математичної моделі процесу управління теплообміном в обмотці електричної машини

Розглядається побудова вирішення математичної моделі динаміки процесу теплообміну в обмотці електричної машин.

Ключові слова: *електрична машина, теплообмін, температура обмотки, диференціальне рівняння.*

УДК 656.61.052

Кузнецов М.С., Малышев И.С., Афонин И.Л.

ЭКОЛОГИЧЕСКАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ НА СУДНЕ – ОСНОВА ЖИЗНИ МОРЯКА

Современный морской флот увеличивается а с ним и количество грузов перевозимых данным видом транспорта, причем с увеличением объёмов перевозок увеличиваются и сами суда в разы и, следовательно, все более новые и ужесточенные требования применяются к этой области грузоперевозок. Международная конвенция SOLAS-74/88 сформулировала новые требования к радиооборудованию и к электромагнитной совместимости судового электро и радиооборудования.

Ключевые слова: *радиооборудование, ГМССБ, FECO, электромагнитная обстановка.*

В современной обстановке любой из нас интуитивно понимает, что нас окружает огромное количество радиооборудования, а следовательно, мы имеем огромное количество сигналов различных диапазонов длин волн, влияющих на нас и на используемую аппаратуру. Если на берегу сбой в работе аппаратуры может быть быстро устранен, то в море это чревато тяжелыми последствиями, а иногда на карту может быть поставлена и жизнь моряков. Поэтому тратится огромное количество времени, сил и средств при проектировании оборудования и при его технической эксплуатации на анализ функционирования, взаимовлияния и воздействия на организм человека, как на своем ходовом мостике, так и на палубе судна.

Современно морское судно – это воплощение новейших технологий, а это, как правило, огромный комплекс средств безопасности мореплавания, радиооборудование Глобальной морской системы связи и для обеспечения безопасности мореплавания – ГМССБ и навигационное оборудование, интегрированные системы управления судном, а также средства телекоммуникаций, как правило, спутниковые телефоны, *INTERNET*, телевидение, системы позиционирования (*GPS* стандарта, системы ГЛОНАСС или ГАЛИЛЕО) и многое другое.