

---

Взагалі репрезентативність вибірки необхідна лише в тому випадку, якщо ціллю дослідження є отримання сумарних даних по відношенню до об'єкта, що вивчається. Тому не потрібно нехтувати індивідуальним підходом до оцінки результатів статистичних досліджень генеральної сукупності. Також зрозуміло, що дане прогнозування має короточасну характеристику, але іншого інструменту дослідження, як правило, у фахівців даної галузі немає.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 1977. – 47-79 с.
2. Ядов В.Я. Стратегия социологического исследования - М.: Академкнига, Добросвет, 2003. – 596 с.

Ляшко О.В., Вялая Ю.Э.

#### ОДИН ИЗ СЛУЧАЕВ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОБЪЕМА РЕПРЕЗЕНТАТИВНОЙ ВЫБОРКИ ГЕНЕРАЛЬНОЙ СОВОКУПНОСТИ

*В работе рассмотрен один из случаев вычисления объема репрезентативной выборки генеральной совокупности, который применяется при обработке статистических данных некоторых задач экономики, а также при построении математических моделей и прогнозирования.*

*Ключевые слова:* репрезентативная выборка, объем выборки, математическая модель, прогнозирование.

Lyashko O., Viala Y.

#### ONE OF THE CASES THE CALCULATIONS OF A REPRESENTATIVE SAMPLE OF THE GENERAL TOTALITY

*In work considered one of the cases examined by calculating the volume of a representative sample of the general totality, which is used in the processing of statistical data some problems of the economy, as well as at construction of mathematical models and forecasting.*

*Keywords:* representative sample, sample size, mathematical model, forecasting

УДК 629.78

**Ожінський В.В.**

#### ОБРОБКА НАВИГАЦІЙНОЇ ІНФОРМАЦІЇ АПАРАТУРОЮ КОСМІЧНИХ АПАРАТІВ В УМОВАХ ВІДХИЛЕНЬ ВІД ПРИПУЩЕНЬ

*Проведено аналіз процесу визначення параметрів руху навігаційною апаратурою космічних апаратів. Запропоновано підхід, який базується на використанні статистичних процедур з чуттєвістю до невеликих відхилень від припущень про закон розподілу похибок визначення параметрів руху космічних апаратів.*

*Ключові слова:* супутникова навігація, параметри руху, похибки, статистична обробка.

**Вступ.** Використання на борту космічних апаратів (КА) різних типів апаратури супутникової навігації дозволило не тільки покращити якість балістико-навігаційного забезпечення польотів, але й уможливило використання нових методів управління КА, заснованих на використанні якісної координатної інформації [1].

---

При використанні координатно-часового методу управління операції управління виконуються [1] в залежності від місцеположення КА - в заданій частині простору; в заданий час; в заданій точці простору та в заданий час.

Виходячи з цього, керування КА може здійснюватись в структурі «час-подія», «координати-подія» та «час-координати-подія». Тому на якість функціонування прямо впливає якість навігаційної інформації. КА - надскладний об'єкт управління, функціонуючий в особливому середовищі - космічному просторі, постійно перебуває під впливом збурень, які досить погано прогножуються через недосконалість моделей. Вплив цих збурень на навігаційну інформацію частково компенсується технічними методами, але практика експлуатації вітчизняних КА вказує на наявність значних похибок, які ними не компенсуються.

**Огляд основних досліджень та публікацій.** У період повсякчасного використання різноманітної інформації, яка отримується за допомогою КА навіть у побуті, досить інтенсивно ведуться дослідження та існує велика кількість публікацій, які стосуються балістико-навігаційного забезпечення КА. Автори [2-4] повно і зрозуміло описують основні принципи і моделі збуреного і незбуреного руху КА, моделі, які використовуються в умовах застосування однопунктної технології управління КА. В роботах типу [5] автори якісно описують принципи функціонування супутникових радіонавігаційних систем та пропонують процедури обробки даних навігаційної апаратури. Автори [2-4] вказують на те, що найбільш використовувані статистичні процедури (в тому числі й ті, які оптимальні в умовах припущення про нормальний закон розподілу) досить чутливі до незначних відхилень про припущення та освітлюють напрямки зниження цієї чутливості [6-7], що, нажаль, не використовуються в вітчизняній практиці при обробці навігаційної інформації.

**Метою статті** є аналіз процесу визначення параметрів руху навігаційною апаратурою космічних апаратів. Запропоновано підхід, який базується на використанні статистичних процедур з нечутливістю до невеликих відхилень від припущень про закон розподілу похибок визначення параметрів руху КА.

**Викладення основного матеріалу.** Навігаційний приймач в складі апаратури автономної супутникової навігації КА приймає сигнали з навігаційних КА, обробляє їх та обчислює параметри руху КА у Гринвіцькій системі координат.

Якісній роботі навігаційної апаратури КА перешкоджають ряд факторів, через які виникають похибки визначення параметрів руху. Розглянемо якісний характер цих похибок [5]:

- ефемеридні похибки, пов'язані з неточністю визначення параметрів орбіт навігаційних супутників, а також непередбачуваним зміщенням параметрів КА на орбіті через різні випадкові фактори;
- іоносферні похибки, зумовлені проходженням електромагнітного сигналу на трасі «навігаційний КА-споживач».
- похибки за рахунок шумів, пов'язані з якістю технічних рішень, закладених в апаратуру споживача;
- похибки, зумовлені завадами, один з найбільш значущих видів похибок, бувають природними та штучно створеними;
- похибки через багатопроменеве поширення;
- похибки частотно-часового забезпечення.

При розрахунку координат використовують ряд методів:

- псевдо далекомірний метод розрахунку;
- ітеративний метод розрахунку;
- диференціальний метод розрахунку.

Дані методи частково враховують різноманітні похибки, але на практиці значне зниження точності відбувається за рахунок завад. Значні відхилення від реальних значень відкидаються за рахунок фільтрування за правилом [2-5]. Незначні ж відхилення при припущенні щодо нормального розподілу похибок погіршують точність визначення параметрів руху КА.

Одним з головних елементів апаратури супутникової навігації є навігаційний обчислювач, у якому розв'язуються задачі первинного та вторинного оброблення навігаційної інформації, що надходить від КА, а також він здійснює керування потоками інформації між складовими апаратури супутникової навігації. Навігаційний обчислювач фізично поділяється на сигнальний та цифровий процесори. Сигнальний процесор працює з сигналами під час первинного оброблення інформації. Цифровий процесор виконує обчислювальні процедури, передбачені алгоритмами навігаційних визначень [5]. За принципом дії – це обчислювальна машина, що працює в реальному часі і тому може реалізовувати додатково робастні процедури. Дамо визначення терміну робастність. Посилаючись на [6-8], робастністю вважатимемо *нечутливість до малих відхилень від припущень*.

У загальному процедури статистичної обробки навігаційної інформації мають [6-8]:

- мати достатню (оптимальну чи близьку до неї) ефективність;
- бути робастними, тобто малі відхилення від припущень про модель мають погіршувати якість процедури лише в малій мірі (наприклад асимптотика дисперсії чи рівень значимості та потужність критерію мають бути близькими до номінальних величин, обчислених для прийнятої моделі);
- дещо більші відхилення від моделі не мають призводити до катастрофічних наслідків.

Найпоширенішим способом згладжування результатів спостереження є метод найменших квадратів [2-10]. Нехай ми маємо  $n$  вимірів координати, для  $p$  оцінок координати  $\hat{x}_1 \dots \hat{x}_p$  і вони пов'язані співвідношенням [2,3,9,10]

$$x_i = \sum_{j=1}^p \alpha_{ij} \hat{x}_j + u_i \quad (1)$$

де  $\alpha_{ij}$  - певні відомі коефіцієнти, а  $u_i$  - незалежні випадкові величини, які мають приблизно однакові функції розподілу.

У матричній формі

$$x = AX + u \quad (2)$$

У класичній постановці задача зводиться до мінімізації суми квадратів

$$\sum_{i=1}^n \left( x_i - \sum_{j=1}^p \alpha_{ij} \hat{x}_j \right)^2 = \min \quad (3)$$

або, що еквівалентно, до вирішення системи  $p$  рівнянь, отриманих диференціюванням виразу (3):

$$\sum_{i=1}^n \left( x_i - \sum_{j=1}^p \alpha_{ij} \hat{x}_j \right) \hat{x}_j = 0 \quad (4)$$

Але такий підхід має недолік. Відомо, що викиди, викликані наявністю у розподілів, які описують похибки вимірів, більш важких в порівнянні з нормальним розподілом *хвостів* чи просто великими помилками результатів вимірювань дуже сильно впливають на оцінку методом найменших квадратів [2-10].

Тому пропонується ввести до складу навігаційних обчислювачів робастні процедури. Тобто, використати блок робастної обробки [9, 10], який буде проводити обробку вимірів за ро-

бастною процедурою (рис. 1), мінімізуючи менш швидко зростаючу функцію – функцію від залишків [6-10]:

$$\sum_{i=1}^n \rho \left( x_i - \sum_{j=1}^p \alpha_{ij} \hat{x}_j \right) = \min \quad (5)$$

або розв'язати систему

$$\sum_{i=1}^n \psi \left( x_i - \sum_{j=1}^p \alpha_{ij} \hat{x}_j \right) \hat{x}_k = 0, \quad k = 1, \dots, p, \quad (6)$$

де

$$\rho(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 & \text{при } |x| < c; \\ c|x| - \frac{1}{2}c^2 & \text{при } |x| > c \end{cases}$$

Константа  $c$  визначає ступінь завадостійкості. Оптимальні значення  $c$  знаходяться в інтервалі  $[\sigma, 2\sigma]$ , де  $\sigma$  - стандартне відхилення спостережень. Розв'язання системи (6) проводиться з використанням стандартних ітераційних процедур, враховуючи характеристики обчислювальних можливостей апаратури супутникової навігації [9, 10].

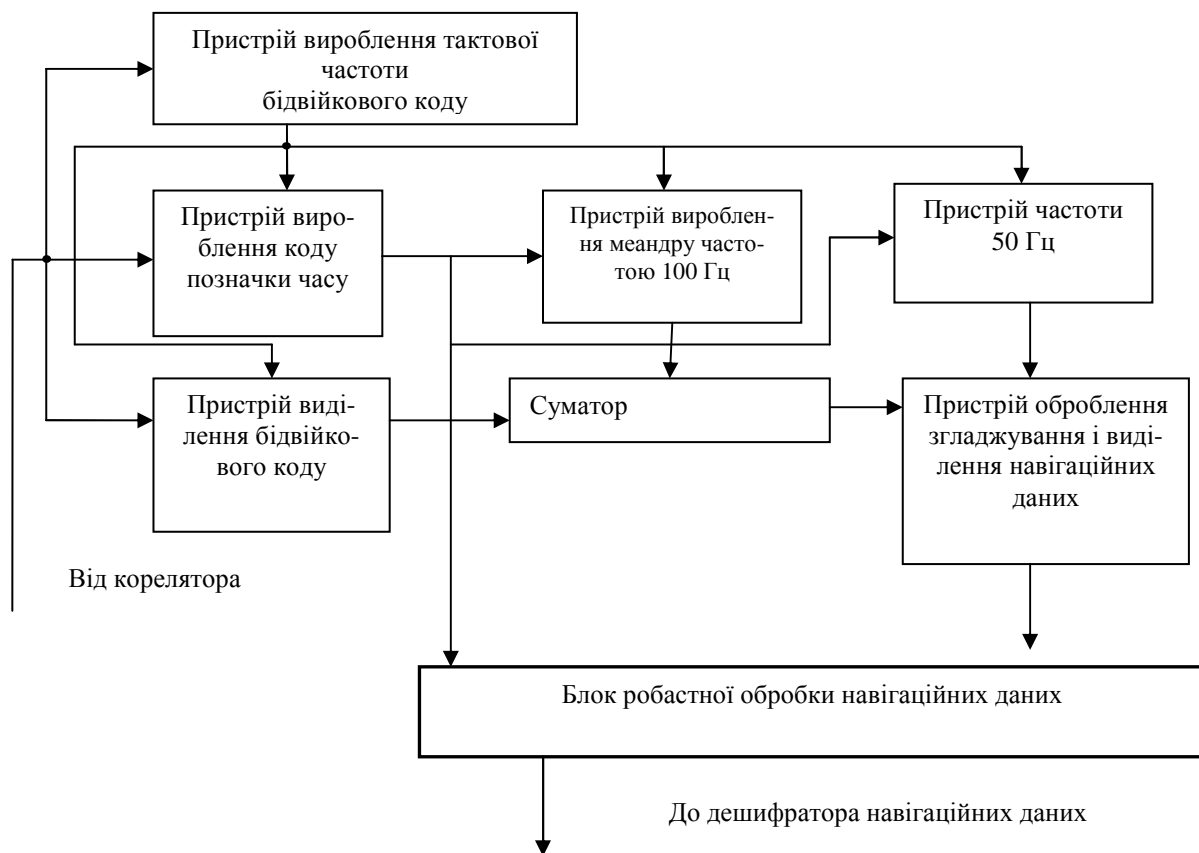


Рис. 1. Схема обробки інформації в навігаційному обчислювачі апаратури супутникової навігації

Для знаходження якісних оцінок необхідно успішно обрати початкове наближення. Через неправильний вибір початкового наближення ітераційний процес може сходиться до локаль-

ного мінімуму. Крім того, навіть у випадку збіжності неуспішний вибір начального наближення може потребувати досить великого числа ітераційних циклів. При досить хороших вихідних даних в якості початкового наближення можливо використати оцінку методом найменших квадратів, в іншому випадку в якості початкової оцінки можливо використати [6-8]: метод Тейла, метод, який використовує коефіцієнти Спірмена та ортогональний метод Брауна-Муда. Найбільш простим та ефективним з описаних вище методів є метод Тейла, який також має ряд різних модифікацій.

**Висновки.** Процес визначення параметрів руху КА є дуже складним процесом, складення та вирішення рівнянь відомим методом найменших квадратів складають досить малу частину обчислень. Тому для робастних процедур замість вичерпуючих усі операції блоків необхідно будувати алгоритми, які не важко включити в склад вже існуючих програм та обчислювальних схем, наприклад, доповнити процедури що використовують метод найменших квадратів робастними процедурами. Запропонований підхід є узагальненим, але дозволяє покращити ефективність обчислювальних процедур при визначенні параметрів руху КА та підвищити стійкість до різноманітних збурень.

## ЛІТЕРАТУРА

1. *Ожинский В.В.* Координатно-временной способ управления космическими аппаратами в условиях однопунктной технологии управления / В.В. Ожинский, А.Н. Загорулько, А.А. Моргун, В.И. Богомья, В.Н. Мироненко // Проблемы управления и информатики. – 2007. – №1. – С.104-109.
2. *Иванов Н.М.* Баллистика и навигация космических аппаратов: Учебник для вузов. – 2-е изд., перераб. И доп. – М.: Дрофа, 2004. – 544 с.
3. *Основы орбитального руху космічних апаратів: підручник / П.В. Фриз . – Житомир: ЖВІ НАУ, 2012. – 348 с.: іл.*
4. *Теоретичні основи польоту космічних апаратів: Навчальний посібник / В.Є. Бажан, І.Д. Варламов, П.В. Фриз, С.П. Фриз. – Житомир: ЖВІРЕ, 2000. – 180 с.*
5. *Харченко В.П.* Супутникова радіонавігація / Харченко В.П., Бабак В.П., Конін В.В. – К. : Техніка, 2004. – 328 с.
6. *Хьюбер Дж.П.* Робастность в статистике / Хьюбер Дж. П.; пер. с англ. И. Махова. – М. : Мир, 1984. – 304 с.
7. *Устойчивые статистические методы оценки данных / Пер. с англ. Ю.И. Малахова по ред. Н.Г. Волкова. – М. : Машиностроение, 1984. – 332 с.*
8. *Робастность в статистике. Подход на основе функций влияния / Ф. Хампель, Э. Рончетти, П. Рауссеу, В. Штаэль. – М. : Мир, 1989. – 512 с.*
9. Пат. № 56376 Україна, МПК G05B 17/00. Спосіб підвищення точності визначення параметрів руху космічного апарату В.В. Ожінський, О.М. Загорулько, В.Г. Парфенюк, П.П. Топольницький (Україна). - № u2010 08384; Заявл. 05.07.10; Опубл.10.01.11; Бюл №1. – 6 с.
10. Спосіб перевірки вірогідності вимірювання параметрів руху КА: Пат. № 61315 Україна, МПК G05B 17/00/ В.В. Ожінський, В.Г. Парфенюк, С.П. Фриз, В.В. Петрожалко. (Україна). - № u201102753 ; Заявлено 09.03.11. Опубл. 11.07.11. Бюл. №13. – 11 с.

**Ожинский В.В.**

### **ОБРАБОТКА НАВИГАЦИОННОЙ ИНФОРМАЦИИ АППАРАТУРОЙ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ В УСЛОВИЯХ ОТКЛОНЕНИЙ ОТ ПРЕДПОЛОЖЕНИЙ**

*Проведён анализ процесса определения параметров движения навигационной аппаратурой космических аппаратов. Предложен подход, базируемый на использовании статистических процедур с нечувствительностью к небольшим отклонениям от предположений о законе распределения ошибок определения параметров движения космических аппаратов.*

**Ключевые слова:** спутниковая навигация, параметры движения, погрешности, статистическая обработка.

---

**Ozhinskyi Victor.**

## **NAVIGATIONAL INFORMATION PROCESSING HARDWARE OF SPACE VEHICLE WITH DEVIATIONS FROM ASSUMPTIONS**

*The analysis of the determining the parameters process of the navigation equipment of spacecraft. The approach is based on using statistical procedures with no sensitivity to small deviations from the assumptions about the distribution law of errors of determining the parameters of the spacecraft.*

**Keywords:** *satellite navigation, the motion parameters, the errors, the statistical processing.*

УДК 517.95

*Ляшко О.В., Скрипка В.І.*

### **ЗАДАЧА ДІРІХЛЕ ДЛЯ СКАЛЯРНОГО ПОТЕНЦІАЛУ В ЗРІЗАНОМУ ПОРОЖНИННОМУ ЕЛІПСОЇДІ**

*Будується загальний розв'язок рівняння Лапласа для порожнинного еліпсоїда, обмеженого частинами координатних поверхонь еліпсоїдальної системи. Доводиться регулярність нескінченної алгебраїчної системи, що виникає при задоволенні граничних умов. Досліджується характер збіжності рядів загального розв'язку і даються рекомендації щодо його коректної числової реалізації.*

**Ключові слова:** *рівняння Лапласа, скалярний потенціал, крайова задача, задача Діріхле, еліпсоїд, еліпсоїдальні координати, функції Лежандра.*

**Вступ.** Точні розв'язки крайових задач для канонічних областей становлять значний теоретичний і практичний інтерес. В монографії [2] викладено метод і розв'язки ряду векторних крайових задач теорії пружності для областей, обмежених частинами координатних поверхонь в декартовій, циліндричній та сферичній системах координат. В системах координат зі змінною гаусовою кривиною координатних поверхонь питання побудови точних розв'язків все ще лишається актуальним.

В даній статті пропонується точний розв'язок задачі Діріхле для скалярного потенціалу в еліпсоїдальних координатах, яка має як самостійне значення (задача про стаціонарний теплообмін), так і допоміжне, як базова для побудови розв'язків значно складніших векторних крайових задач (задач теорії пружності).

**Постановка задачі.** Розглянемо осесиметричну задачу в області, обмеженій частинами двох еліпсоїдальних поверхонь  $\xi = \xi_0$  і  $\xi = \xi_1$ , ( $\xi_1 < \xi_0, 0 \leq \eta \leq \eta_0$ ) та частиною гіперболоїдальної поверхні  $\eta = \eta_0$ , ( $\xi_1 \leq \xi \leq \xi_0$ ) еліпсоїдальної системи координат.

Зв'язок між еліпсоїдальними  $(\xi, \eta, \zeta)$  та циліндричними  $(r, z, \varphi)$  координатами встановлюється за формулами [1]:

$$\begin{aligned} r &= csh \xi \sin \eta, \quad z = cch \xi \cos \eta, \quad \varphi = \zeta, \\ (0 \leq \xi < \infty, 0 \leq \eta \leq \pi, 0 \leq \zeta \leq 2\pi) \end{aligned} \quad (1)$$

Рівняння Лапласа для гармонійної функції  $\theta(\xi, \eta)$  набуває вигляду: