

Vil'dyaeva L.

## APPROXIMATION OF A DISCRETELY SPECIFIED CURVE WITH A SINE WAVE $Y = A \cdot \sin(B \cdot X)$ .

*The present article is aimed at the determination of the coefficients  $a$  &  $b$  of the curve  $y = a \cdot \sin(b \cdot x)$ . The task is solved with the least squares method. The differentiation of conditional function results in a system of non-linear transcendental equations, which is solved by Newton method. The present work can be useful for the development of mathematical models for the oscillation processes.*

**Keywords:** squares method, mathematical models, the oscillation processes.

УДК 534.231

В.А. Лисютин

## ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ЛЕДОВОГО ПОКРОВА НА ДИСПЕРСИОННЫЕ СВОЙСТВА ВОЛНОВОДА МЕЛКОГО МОРЯ

*В статье рассматривается изменение дисперсионных свойств мелководного гидроакустического волновода при наличии льда на поверхности. Показывается принципиальная возможность контроля толщины льда по изменению характера дисперсионных искажений сигнала.*

**Ключевые слова:** нормальные волны, фазовая скорость, групповая скорость

**Введение.** В суровые зимы в северо-западной части Черного моря, Керченском проливе, Азовском море и на Днепровских водохранилищах (Кременчугское, Каховское и др.) образуется достаточно устойчивый ледовый покров с толщиной льда до 1 м. Перечисленные акватории следует классифицировать как «очень мелкая» вода, в котором характер распространения звука будет определяться акустическими параметрами верхней и нижней границ волновода, а влиянием профиля скорости звука можно пренебречь, считая его постоянным. Для упомянутых водоемов и акваторий характерна почти постоянная средняя глубина 6÷20 м и илистое дно с низкой (немного большей или немного меньшей, чем в водном слое) фазовой скоростью звука. Присутствие ледового покрова принципиально изменяет акустические характеристики верхней границы волновода – от абсолютно отражающей до упругой импедансной.

**Постановка задачи.** Наличие или отсутствие ледяного покрова на поверхности существенно изменяет дисперсионные свойства волновода – т.е. зависимость фазовой и групповой скоростей нормальных волн от частоты  $v_l(f)$  и  $u_l(f)$  соответственно. Целью настоящей работы является оценка изменения дисперсионных свойств мелководного волновода при наличии льда на поверхности.

Рассмотрим простую модель гидроакустического

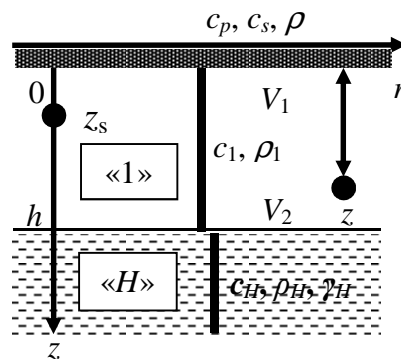


Рис.1. Модель волновода

волновода, состоящего из водного слоя толщиной  $h$  со скоростью звука  $c_1$ , плотностью  $\rho_1$ , донного полупространства с  $c_H$ ,  $\rho_H$ , и  $\gamma_H$  – тангенс угла потерь и слоя льда толщиной  $L$  с плотностью  $\rho$  и скоростью продольной и поперечной волн  $c_p$  и  $c_s$  соответственно – рис.1.

**Вычисление групповых скоростей нормальных волн.** Дисперсионное уравнение запишем в виде [1]:

$$1 - V_1 V_2 \exp(2ib_1 h) = 0, \quad (1)$$

где  $b_1$  – вертикальное волновое число в водном слое,  $V_1$ ,  $V_2$  – коэффициенты отражения от льда и произвольно-слоистого дна соответственно. Коэффициенты отражения могут быть рассчитаны по формуле

$$V = (Z_{\text{вх}} - Z_1) / (Z_{\text{вх}} + Z_1), \quad (2)$$

где  $Z_{\text{вх}}$  – входной импеданс среды, граничащей с водным слоем сверху или снизу,  $Z_1 = \omega \rho_1 / b_1$  – импеданс водного слоя.

Будем рассматривать лед как упругую пластину, с одной стороны граничащую с воздухом, с другой – с водой. Входной импеданс такого слоя льда можно определить по формуле [1]

$$Z_{\text{вх}} = \frac{iM_{32}}{\omega M_{22}}, \quad (3)$$

$$\text{где} \quad \frac{M_{32}}{\omega M_{22}} = -\rho \frac{G_1 (1 - \cos Q \cos P) + G_2 \sin Q \sin P}{J_1 \sin P \cos Q + J_2 \cos P \sin Q}, \quad G_1 = 8 \cos^2 \theta_s \sin^2 \theta_s,$$

$$G_2 = 16 \frac{c_s}{c_p} \sin^4 \theta_s \cos \theta_s \cos \theta_p + \frac{c_p}{c_s} \frac{\cos^4 2\theta_s}{\cos \theta_s \cos \theta_p}, \quad J_1 = \frac{4}{c_1} \sin^2 \theta_s \cos \theta_p, \quad J_2 = \frac{\cos^2 2\theta_s}{\cos \theta_s},$$

$$P = \frac{\omega}{c_p} L \cos \theta_p, \quad Q = \frac{\omega}{c_s} L \cos \theta_s, \quad \theta_p, \theta_s - \text{углы преломления продольной и поперечной волны.}$$

Подставляя (3) в (2) и разделяя вещественную и мнимую части, коэффициенту отражения  $V_1$  можно придать вид [1]

$$V_1 = -\exp \left( 2i \arctan \left( -\frac{M_{32}}{\omega M_{22} Z_1} \right) \right). \quad (4)$$

Для случая, когда толщина ледового слоя мала по сравнению с длиной поперечной волны ( $f \leq 300$  Гц для  $L=1$  м), аргумент арктангенса в (4) можно представить в виде ряда по малому параметру  $v = \omega L / c_s$  [2]:

$$-\frac{M_{32}}{\omega M_{22}} = \frac{\rho}{\rho_1} \frac{c_s}{c_1} \left[ v \frac{b_1}{k_1} + \frac{1}{3} v^3 \beta \frac{b_1}{k_1} \right] + O(v^5), \quad (5)$$

$$\text{где} \quad \beta = \frac{\cos^2 2\theta_s \sin^2 \theta_s (1 - c_s^2 / c_p^2) + (c_s^2 / c_p^2) \cos^2 \theta_p}{(c_s / c_p)^4 \sin^2 2\theta_p + \cos^2 2\theta_s}, \quad k_1 - \text{акустическое волновое число}$$

в водном слое.

Если же толщина льда мала и по сравнению с длиной волны в водном слое ( $k_1 L \ll 1$ ,  $f \leq 150$  Гц), то (4), учитывая (5) можно представить в виде

$$V_1 = -\exp \left\{ 2i \left( \frac{\rho}{\rho_1} L b_1 + \frac{\rho}{\rho_1} \tau (k_1 L)^3 \frac{b_1}{k_1} + o((k_1 L)^5) \right) \right\}, \quad (6)$$

$$\text{где} \quad \tau = \frac{1}{3} \left[ \frac{c_1^2}{c_s^2} \beta - \left( \frac{\rho}{\rho_1} \frac{b_1}{k_1} \right)^2 \right].$$

Подставляя (6) в (1) и пренебрегая членами  $\sim (k_1 L)^3$ , получаем приближенное дисперсионное уравнение для определения фазовых скоростей нормальных волн, распространяющихся в однородном слое воды, покрытой тонким слоем сплошного льда

$$1 + V_2 \exp[2ib_1(h + \rho/\rho_1 L)] = 0. \quad (7)$$

В отсутствии льда  $V_1 = -1$  и дисперсионное уравнение имеет вид

$$1 + V_2 \exp[2ib_1 h] = 0. \quad (8)$$

Сравнив (7) и (8), можно видеть, что мелкое море со льдом на поверхности можно на низких частотах представить как «эквивалентное» с толщиной водного слоя, увеличенной на  $\Delta h = \rho/\rho_1 L \approx 0.9L$ . Искажения интерференционной структуры поля, возникающие при этом, можно скомпенсировать, изменив частоту на  $\Delta f \approx -2f\Delta h/h$ .

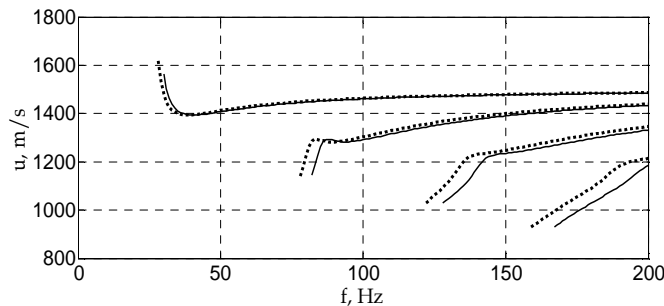
Численную оценку изменения групповых скоростей мод при наличии ледового покрова проведем, преобразовав (7) к виду

$$2(h + \rho/\rho_1 L)b_{1l} = (2l - 1)\pi - i \ln(V_2). \quad (9)$$

Коэффициент отражения  $V_2$  от дна определяется из (2), при подстановке  $Z_{\text{ex}} = \omega \rho_H / b_H$ , где  $b_H = b_{Hl} = \sqrt{k_H^2 - \xi_l^2}$ ,  $\xi_l = -\sqrt{k_1^2 - b_{1l}^2}$  - вертикальное волновое число в полупространстве и горизонтальное волновое число соответственно,  $l$  - номер моды. Акустическое волновое число в полупространстве зададим в виде  $k_2 = \omega/c_H(1 - i\gamma)$ ,  $\gamma$  - тангенс потерь в среде ( $\gamma = 0.03$ ).

Для решения (9) применялся метод секущих, групповые скорости мод рассчитывались по определению  $u_l = \partial\omega/\partial\text{Re}(\xi_l)$ .

На рис. 2 показаны графики групповых скоростей 1-4 мод для случаев наличия и отсутствия льда на поверхности.



**Рис. 2. Групповые скорости для 4 мод в случаях: льда нет – сплошная линия, лед есть - прерывистая линия**

Следует отметить, что чем меньше толщина водного слоя, тем значительнее влияние ледового покрова на дисперсию мод в волноводе.

Конечно, приведенная оценка изменения дисперсионных свойств волновода является достаточно грубой, поскольку не учитывает «быстрого» распространения акустической волны внутри слоя льда, вследствие которого вблизи критической частоты может формироваться волна, опережающая водную, аналогичная второй грунтовой. Проявление этой второй опережающей волны в значительной степени будет зависеть от физического состояния льда – его рыхлости, неразрывности покрова, наличия неуплотненного снега на поверхности.

**Заключение.** Изменение дисперсионных свойств волновода в области низких частот невелико, однако дает принципиальную возможность дистанционного контроля толщины льда акустическими методами. Организовав акустическую трассу некоторой протяженности, откалибровав ее по времени вступления модулированного импульса в отсутствие льда, по

---

изменению характера дисперсионных искажений принятого сигнала, возможно определить среднюю толщину льда вдоль трассы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бреховских Л.М. Теоретические основы акустики океана/ Л.М. Бреховских, Ю.П. Лысанов – М.: Наука, 2007. – 369 с.
2. Грачев Г.А. О влиянии тонкого льда на распространение низкочастотного звука в мелком море / А.Г. Грачев, Е.А. Ривелис, А.В. Розенберг // Математические методы прикладной акустики - Ростов – на - Дону: Изд-во Ростовского университета, 1990. - С.33-37.

УДК 519.873

Кучерук С.М..

### ОСОБЛИВОСТІ АНАЛІТИЧНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЕКСПЛУАТАЦІЇ СУДЕН У СУЧАСНИХ УМОВАХ

*До пріоритетних задач науково-технічного характеру, вирішення яких створює умови до удосконалення процесу експлуатації суден, відносяться: впровадження сучасних апаратних засобів, методів та програмно-алгоритмічного забезпечення параметричного контролю і діагностування обладнання, засобів та відпрацьованих технологій застосування методів неруйнівного контролю елементів (агрегатів), у яких в процесі експлуатації виникають відмови.*

Ключові слова: експлуатація, діагностування, контроль параметрів

Серед важливих задач у напрямку удосконалення експлуатації за технічним станом є удосконалення системи збору, обробки та аналізу інформації про технічний стан та надійність суден.

Своєчасне виявлення моментів виникнення деградаційних процесів, що визначають терміни переходу у граничний стан та є індивідуальними для кожного типу виробів, є основною метою контролю рівня надійності техніки на даному етапі її експлуатації.

Для оцінки надійності технічних виробів використовуються встановлені стандартами показники, що приведені у табл. 1. З таблиці 1 видно, що одиничні показники надійності (наприклад, ремонтпридатність) характеризують тільки одну із властивостей технічного об'єкту, в той час як комплексні показники характеризують декілька властивостей, і в подальшому будуть використовуватися у якості основних для оцінки ефективності таких складних об'єктів, як судно та його функціональних систем. До цих показників відносяться коефіцієнт готовності, коефіцієнт оперативної готовності та коефіцієнт технічного використання, коефіцієнт збереження ефективності [1].

Коефіцієнт готовності  $K_r(t)$  прийнято визначати як імовірність того, що об'єкт буде в працездатному стані в будь-який момент часу, крім запланованих періодів, впродовж яких застосування об'єкта за призначенням не передбачається [2].

Залежність  $K_r(t)$  від часу часто називають нестационарним коефіцієнтом готовності (функцією готовності). Отримати вираз для нестационарного коефіцієнта готовності в аналітичному вигляді досить складно і в загальному випадку він має вигляд [2]