

Горалік Є.Т., Лупіна Т.О.

ДЕЯКІ ЗАДАЧІ МЕХАНІКИ ДЛЯ СТУДЕНТІВ НАПРЯМУ ПІДГОТОВКИ “МОРСЬКИЙ ТА РІЧКОВИЙ ТРАНСПОРТ”

Запропоновано ряд задач механіки плаваючих тіл для розгляду в курсах фізики, теоретичної механіки та опору матеріалів для студентів напряму підготовки «Морський та річковий транспорт».

Ключові слова: сила плавучості, рівновага, центр ваги, центр величини, трохоїдальна хвиля, коливання, загальні теореми динаміки, позовжній згин.

Міцні знання з дисциплін циклу математичної та природничо-наукової підготовки є необхідною умовою наступного успішного засвоєння студентами дисциплін циклу професійної і практичної підготовки. Підвищення мотивації до ґрунтовного вивчення студентами фундаментальних і загальнотехнічних дисциплін можна досягти шляхом більшого орієнтування на професію, використовуючи задачі, максимально наближені до їх майбутньої практичної діяльності.

Для студентів напряму підготовки «Морський та річковий транспорт» до таких задач, зокрема, відносяться різноманітні задачі механіки плаваючих тіл.

Ці відомі задачі [1-4], а також оригінальні авторські завдання потребують, в першу чергу, використання закону Архімеда для визначення сили плавучості, що діє на занурене в рідину тіло. Нижче наводяться приклади варіантів задач з курсу фізики, придатних для тестового контролю:

1. Визначити питому вагу колоди круглого (квадратного) перерізу, якщо з прісної води виступає $\frac{1}{4}$ її діаметру (сторони).
2. Визначити осадку куба з ребром a питомою вагою γ_0 , який плаває на поверхні прісної води.
3. Визначити питому вагу тіла, якщо воно важить G Н в рідині з питомою вагою γ і G_0 Н – в повітрі.
4. Визначити максимальну вагу вантажу, який можна транспортувати по річці на плоту, що складається з n колод діаметром d і довжиною l при питомій масі деревини γ .
5. Визначити підйомну силу притопленого буя (сферичного елемента плавучості) із зовнішнім діаметром D і товщиною стінки h , виготовленого з матеріалу питомою вагою γ .
6. Крижина з площею поверхні $S = 50 \text{ м}^2$ і висотою $H = 0,8 \text{ м}$ плаває у воді. Густина криги $\rho_{\text{криги}} = 950 \text{ кг/м}^3$, густина води $\rho_{\text{води}} = 1000 \text{ кг/м}^3$. Яку роботу слід виконати, щоб повністю занурити крижину у воду?
7. В посудину з вертикальними стінками і площею дна S налита рідина густиною ρ . На скільки зміниться рівень води в посудині, якщо в неї опустити тіло довільної форми масою m , яке не тоне?
8. Металевий понтон, що має форму прямокутного паралелепіпеда масою m з площею днища S і висотою H плаває у воді з густиною $\rho_{\text{води}}$. Визначити висоту надводної частини понтона.

9. Пустотіла куля, відлита з чавуну, плаває у воді, занурившись рівно на половину. Знайти об'єм V внутрішньої порожнини кулі, якщо маса кулі $m = 5,0$ кг, а густина чавуну $\rho = 7800$ кг/м³.
10. Тонкий однорідний стрижень шарнірно закріплений за верхній кінець. Нижня частина стрижня занурена у рідину з густиною $\rho_{\text{рідини}}$, причому рівновага досягається тоді, коли стрижень розташовано похило до поверхні рідини і у рідині знаходиться половина стрижня. Яка густина матеріалу ρ , з якого виготовлено стержень?

Задачі на рівновагу плаваючих тіл доцільно включати також в розділ «Статика» курсу теоретичної механіки. Зокрема, можна визначати положення цих тіл при вивченні теми «Паралельні сили». Наведемо приклади:

1. Для огляду на плаву днища понтона водотоннажністю D його ніс піднімається краном вантажопідйомністю P (рис. 1). Приймаючи питому вагу води $\gamma = 10$ кН/м³, визначити максимальний підйом днища над рівнем води h , якщо понтон має форму прямокутного паралелепіпеда довжиною L і шириною B . Центр ваги понтона C лежить посередині його довжини. Точка K кріплення троса підйомного крану і центр ваги C знаходяться на однаковій відстані від днища понтона (водотоннажність понтона чисельно дорівнює його вазі).

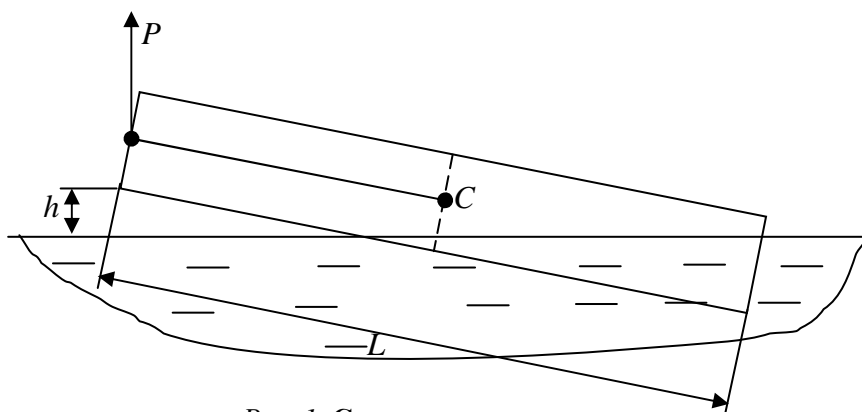


Рис. 1. Схема понтона

2. Дерев'яний брус прямокутного поперечного перерізу $b \times h$ довжиною l плаває на поверхні води. Густина деревини ρ . Визначити найменшу вагу вантажу G , розміщення якого на кінці бруса викличе повне занурення торця бруса у воду, а також висоту надводної частини H_n протилежного кінця бруса (рис. 2).

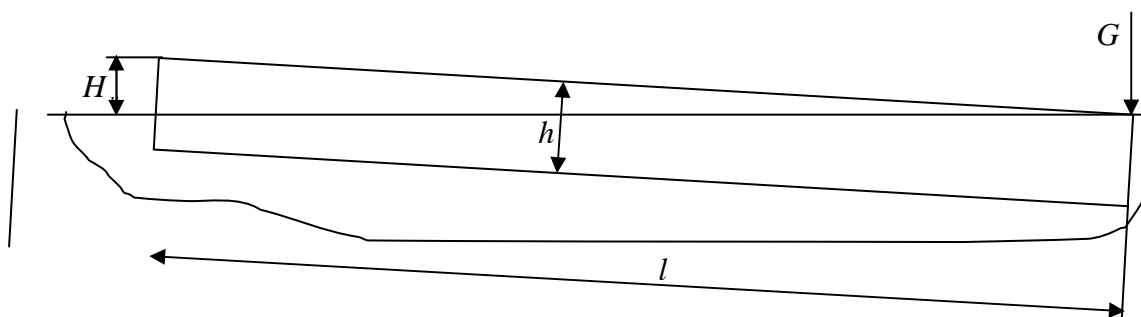


Рис. 2. Схема дерев'яного бруса

3. Дерев'яний брус прямокутного поперечного перерізу $b \times h$ плаває на поверхні прісної води (рис. 3, а). Густина деревини $\rho = 500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Під дією зовнішнього обертового

моменту діаметральна площина бруса (площина симетрії бруса, перпендикулярна до b) повертається на кут α (рис. 3, б). Визначити координати центру ваги C поперечного перерізу, координати точки O прикладання сили плавучості (центр величини) та координати точки M (метацентр) перетину лінії дії сили плавучості з діаметральною площиною бруса.

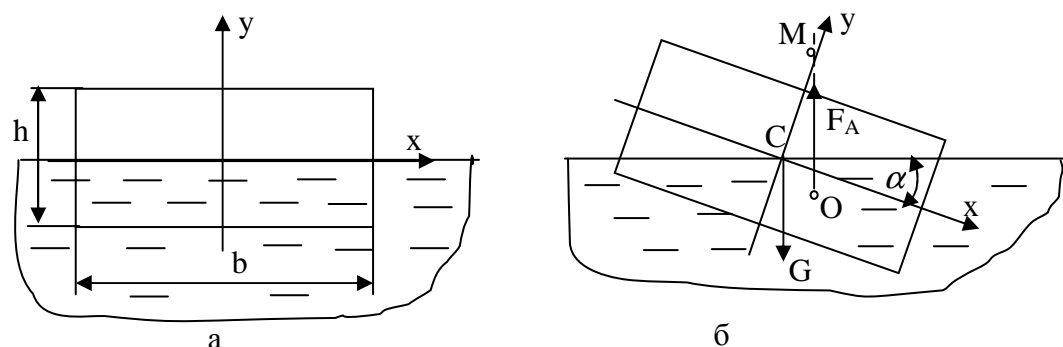


Рис. 3. Схема дерев'яного бруса у прісній воді

При знаходженні сили Архімеда у випадку наявності хвиль важливо оцінити вплив форми профілю хвилі. Зазвичай вважають, що вітрові хвилі мають трохойдальний профіль. Параметричні рівняння профілю трохойдальної хвилі мають вигляд

$$x = a + \frac{h}{2} \sin\left(\frac{a}{r}\right);$$

$$y = -\frac{h}{2} \cos\left(\frac{a}{r}\right),$$

де a – параметр (абсциса центру кола прокатки), що змінюється від 0 до λ (λ – довжина хвилі), $\frac{h}{2}$ – радіус твірного кола (h – висота хвилі), $r = \frac{\lambda}{2\pi}$ – радіус кола прокатки.

У той же час, для спрощення розрахунків доцільно прийняти трикутний профіль хвилі. Сила Архімеда, що діє на плаваюче тіло прямокутного поперечного перерізу, при його взаємодії з півхвилею є пропорційною площі профілю півхвилі, а викликаний нею згинальний момент буде пропорційний різниці статичних моментів профілю півхвилі та рівного йому за площею прямокутника з довжиною, що дорівнює довжині півхвилі відносно вертикальної осі, яка проходить крізь западину або вершину хвилі.

Тому цікаво порівняти результати розрахунків площ і вищезгаданих статичних моментів для хвиль трохойдального та трикутного профілів при однакових висотах h і довжинах хвиль λ . Такі задачі можуть бути запропоновані в розділі «Центр паралельних сил і центр ваги» курсу теоретичної механіки.

Наприклад, для півхвиль трикутного та трохойдального профілів обчислити площі, статичні моменти площ, статичні моменти площ прямокутників, рівних за величиною площам профілів, з основою, що дорівнює довжині півхвилі відносно вертикальної осі, яка проходить крізь вершину хвилі, а також визначити різницю відповідних статичних моментів, якщо довжина хвилі $\lambda = 10$ м, а її висота $h = 1$ м.

Різноманітні задачі на рух плаваючих тіл можуть бути запропоновані також в розділі «Динаміка» курсу теоретичної механіки. Зокрема, це задачі на коливання та загальні теореми динаміки, приклади деяких з них наведені нижче:

1. Знайти період вільних вертикальних коливань судна на спокійній воді, якщо маса судна M т, площа його горизонтальної проекції S м². Густина води $\rho = 1$ т/м³. Силами, зумовленими в'язкістю води, знехтувати.

2. Теплохід масою m під час зупинки двигунів має швидкість V_0 . Внаслідок опору води його швидкість зменшується. Визначити, через який час швидкість теплохода зменшиться вдвічі, якщо сила опору змінюється пропорційно квадрату швидкості.
3. Швидкість судна водотоннажністю $m = 25000$ кг за час $t = 50$ с після припинення роботи двигунів зменшилась на 5 вузлів. Визначити середню силу опору води, вважаючи рух судна прямолінійним (1 вузол дорівнює 0,5144 м/с).
4. Вважаючи, що при прямолінійному русі судна виникає сила опору води, пропорційна квадрату його швидкості, визначити, який шлях пройде судно після зупинки двигунів за час, протягом якого його швидкість зменшиться вдвічі, а також визначити роботу сили опору води за той же час.
5. Криголам водотоннажністю 6000 т, що рухається зі швидкістю 10 м/с, наштовхується на нерухому крижину і рухає її поперед себе. Швидкість криголама зменшилась при цьому до 2 м/с. Визначити масу крижини. Опір води не враховувати.
6. Людина вагою $G = 70$ кГс знаходиться в середній частині човна, довжина якого $l = 3$ м і вага Q . Човен розташовується перпендикулярно до берега і торкається до нього носом. Бажаючи вийти з човна, людина перейшла на його ніс. Визначити, нехтуючи опором води, на скільки при цьому човен відійшов від берега.
7. Визначити переміщення плавучого крана, що піднімає вантаж вагою $P_1 = 20$ кН, при повороті стріли крана на 30° до вертикального положення. Вага крана $P_2 = 200$ кН, довжина стріли $OA = 8$ м. Опором води і вагою стріли знехтувати.
8. Підводний човен, не маючи ходу і отримавши невелику від'ємну плавучість P , занурюється на глибину, рухаючись поступально. Опір води за таких умов можна прийняти пропорційним швидкості занурення і рівним kSV , де k – коефіцієнт пропорційності; S – площа горизонтальної проекції човна; V – швидкість занурення. Маса човна M . Визначити швидкість занурення V , якщо при $t = 0$ швидкість $V_0 = 0$.
9. Визначити постійну силу упору гвинта \vec{F} при прямолінійному русі судна водотоннажністю G , за якої судно збільшить свою швидкість з V_0 до V_1 , пройшовши відстань S . Силу упору гвинта \vec{F} вважати спрямованою в бік швидкості руху. Сила опору рухові судна пропорційна квадрату швидкості ($Q = kV^2$) і спрямована протилежно вектору швидкості.

Підвищений інтерес студентів викликає проблема поздовжнього згину суден як на спокійній воді, так і на хвилях. Для більш повного її осмислення доцільно розглянути задачі на згин плаваючих тіл в курсі опору матеріалів. При цьому можуть розглядатися як суцільні, так і пустотілі плаваючі стрижні. В якості останніх зручно, з огляду на просту форму, розглядати такі реальні плавзасоби, як понтони. Далі наведемо варіанти можливих задач на цю тему:

1. Дерев'яний брус прямокутного поперечного перерізу з розмірами $a \times b \times l$ (рис. 5, а) плаває на поверхні спокійної води. Вихідні дані: розміри бруса - $a = 0,3$ м, $b = 0,35$ м, $l = 7,0$ м, густина води $\rho_e = 1025$ кг/м³, густина деревини $\rho_o = 500$ кг/м³

Потрібно:

- 1) визначити глибину h занурення бруса в воду (рис. 5 б);
- 2) обчислити значення ваги вантажу P , встановленого посередині довжини бруса, що викличе повне занурення бруса у воду (рис. 1, в);
- 3) визначити значення моменту зовнішніх сил, що діють по одну сторону від поперечного перерізу посередині довжини бруса відносно горизонтальної осі, розташованої в цьому перерізі після встановлення вантажу вагою P визначеною в п. 2 (рис. 5, в);
- 4) визначити значення моменту зовнішніх сил, що діють по одну сторону від поперечного перерізу посередині довжини бруса відносно горизонтальної центральної осі,

розташованої в цьому перерізі після встановлення двох вантажів вагою $\frac{P}{2}$ на кінцях бруса (рис. 5, г).

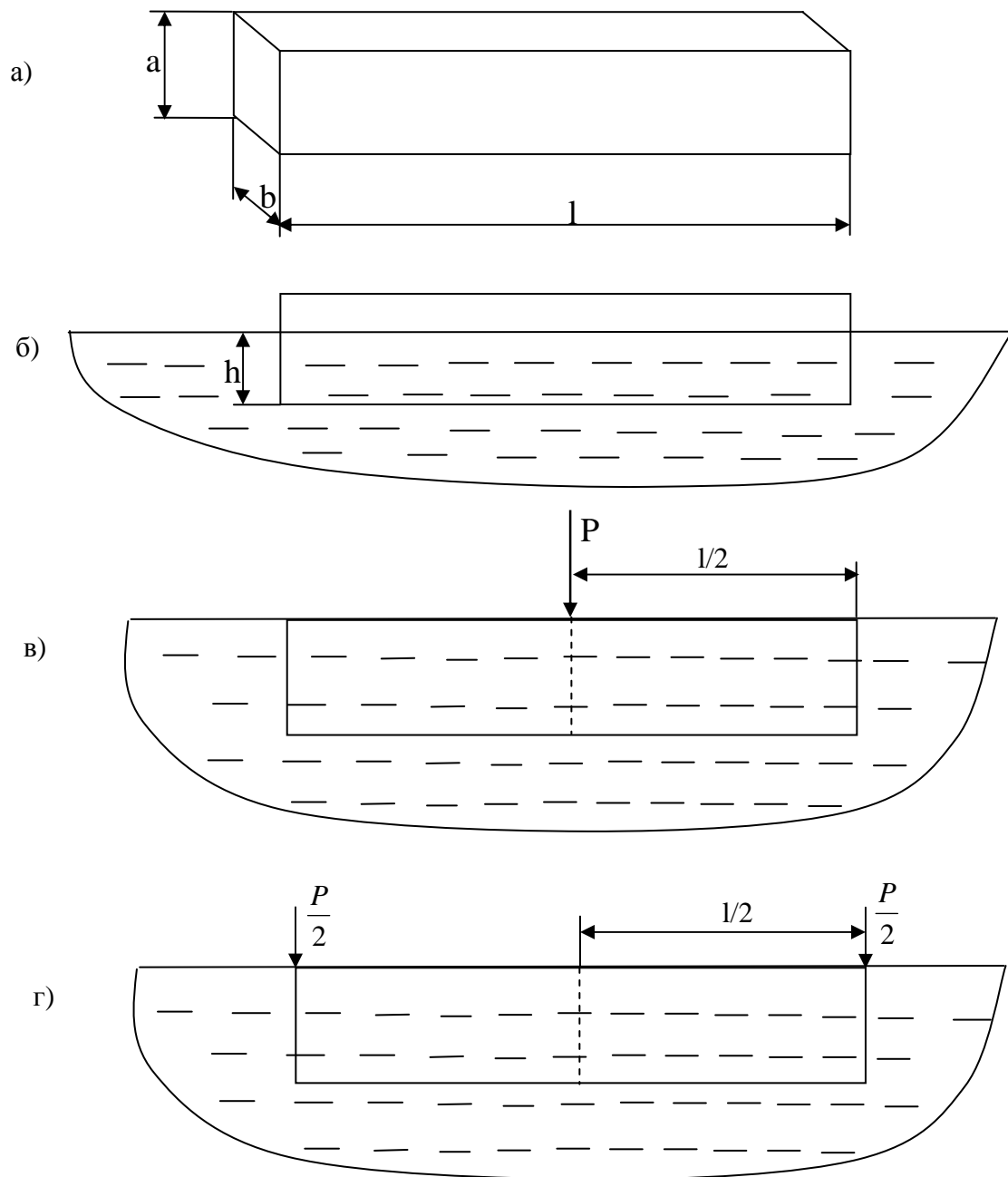


Рис. 5.

2. Металевий понтон з трьома однаковими герметичними відсіками (рис. 6) розмірами $12,0 \times 2,4 \times 0,9$ м і вантажопідйомністю 10 т виготовлений із листової сталі товщиною 4 мм. Допустимі напруження для сталі $[\sigma] = 160$ МПа.

Потрібно:

- 1) визначити осадку понтона на спокійній воді без вантажу;
- 2) показати розрахункову схему понтона без вантажу як балку навантажену власною вагою та силами Архімеда;
- 3) побудувати епюри згинальних моментів у відповідності з п.2);
- 4) визначити глибину занурення понтона при навантаженні його вантажем вагою 100 кН (вважати, що вага вантажу прикладена в діаметральній площині понтона у вигляді зосередженої сили P в міделевому перерізі або у вигляді двох рівних за величиною

зосереджених сил $P/2$ розташованих симетрично на відстані a по відношенню до міделевого перерізу).

- 5) побудувати епюри згинальних моментів у відповідності з п.4).
- 6) обчислити значення максимальних згинальних напружень та порівняти їх з допустимими.

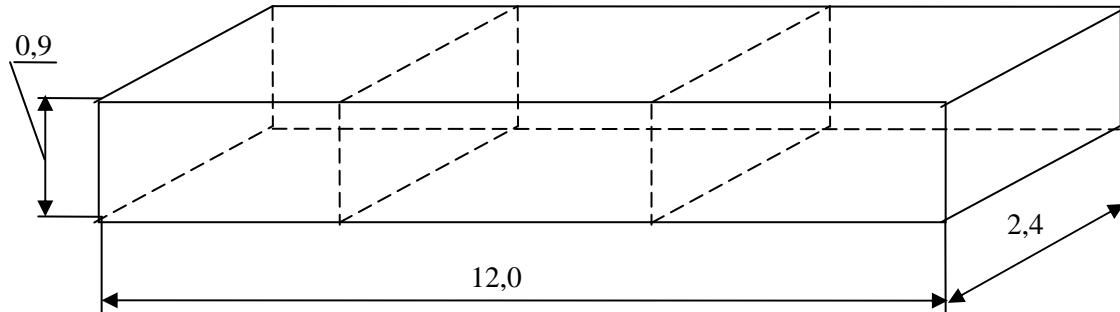


Рис. 6.

3. Дерев'яний брус прямокутного поперечного перерізу плаває на поверхні водойми з хвилями, довжина яких співпадає з довжиною бруса. Поздовжня вісь бруса перпендикулярна до напрямку розповсюдження хвиль. Дані щодо розмірів бруса, густини води та густини деревини наведені в задачі 1. Профіль хвилі трикутний. Відношення висоти хвилі до її довжини $\frac{h}{\lambda} = 0,04$.

Потрібно:

1) для випадку горизонтального розташування бруса та розміщення вершини хвилі посередині його довжини визначити його мінімальне занурення h_{\min} та напрям і значення згинального моменту, що діє в поперечному перерізі посередині довжини бруса (рис. 7, а).

2) для випадку горизонтального розташування бруса та розміщення вершин хвиль на кінцях бруса визначити його мінімальне занурення h_{\min} та напрям і значення згинального моменту, що діє в поперечному перерізі посередині довжини бруса (рис. 7, б).

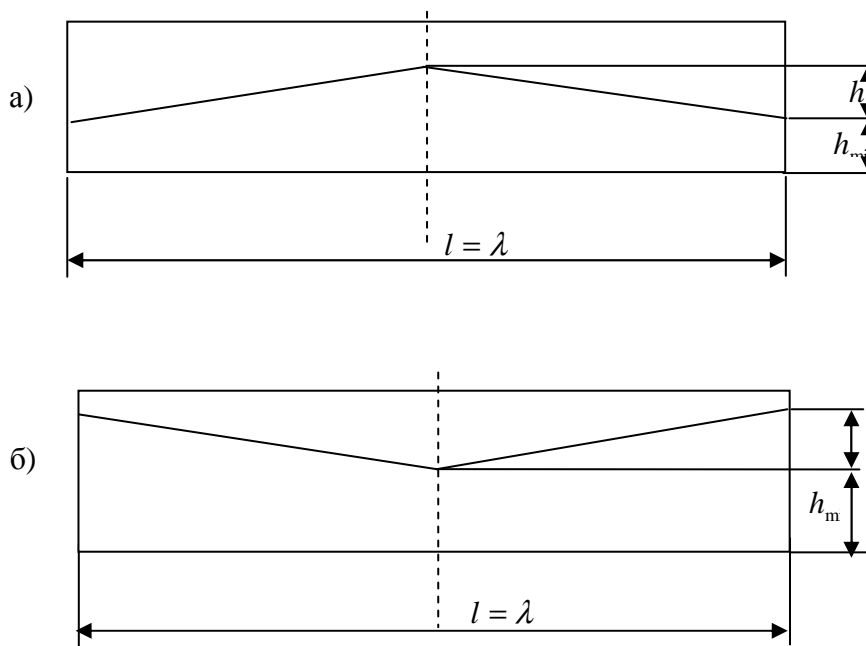


Рис. 7.

4. Залізобетонний понтон довжиною 70 м, шириною 16 м, висотою 4 м водотоннажністю 2000 т для швартування барж розташований на рейді морського порту. Момент опору міделевого поперечного перерізу понтона відносно його горизонтальної центральної осі $W_z = 15,0 \cdot 10^6 \text{ см}^4$.

Потрібно:

- 1) визначити осадку понтона на спокійній воді;
- 2) вважаючи, що маса понтона рівномірно розподілена по його довжині визначити величину згинального моменту і максимальних нормальних напружень від хвиль в міделевому перерізі понтона у випадку орієнтації осі понтона в напрямку руху хвиль, коли довжина хвилі дорівнює довжині понтона

З метою з'ясування величини згинального моменту, який виникає в поперечному перерізі посередині довжини бруса або міделевому поперечному перерізі понтона, при поздовжньому згині на хвилях розглянемо модель у вигляді прямокутного паралелепіпеда, що плаває на поверхні води (рис. 8).

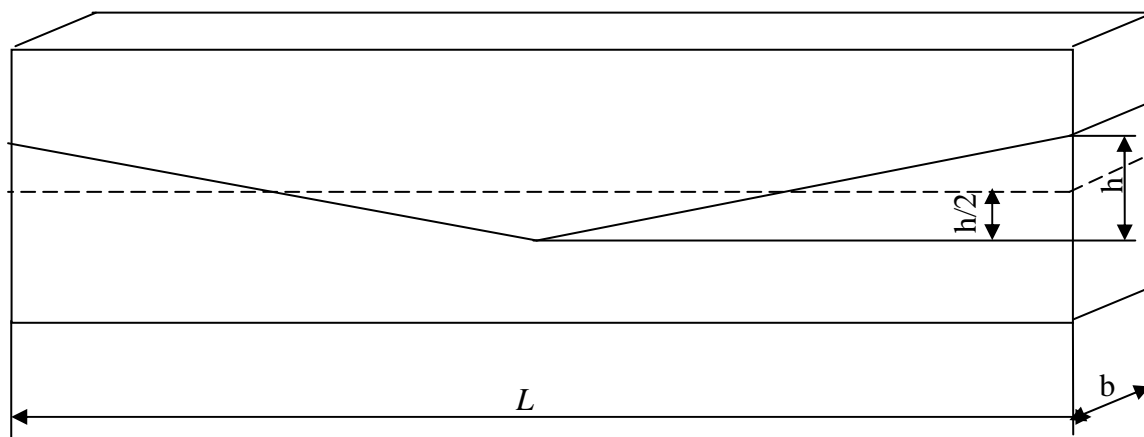


Рис. 8. Модель понтона

Пунктиром показано рівень води, до якого занурюється модель при відсутності хвиль. Для розрахункових оцінок прийнята трикутна форма хвилі висотою h і довжиною L (суцільні лінії), що співпадає з довжиною моделі. Максимальний згинальний момент в поперечному перерізі, розташованому посередині довжини моделі виникає у випадку, коли посередині довжини моделі знаходиться западина (рис. 8) або вершина хвилі.

На рис. 9 показані сили, що викликають появу згинального моменту в поперечному перерізі моделі на хвилях: сила \vec{F} є силою Архімеда, що дорівнює вазі об'єму води у формі півхвилі, витісненого половиною моделі, сила $-\vec{F}$ є вагою частини моделі, що врівноважується вище вказаною силою \vec{F} .

Очевидно, плечі моментів сил \vec{F} і $-\vec{F}$ відносно западини хвилі (точки O), так само, як і відносно горизонтальної центральної осі z поперечного перерізу моделі, розташованого посередині її довжини, дорівнюють $L/3$ та $L/4$ відповідно.

Величина сили F визначається за формулою

$$F = \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{2} \cdot h \cdot b \cdot \rho \cdot g,$$

де b – ширина моделі;

$\rho = 1025 \text{ кг/м}^3$ - питома маса морської води;

$g = 9.81 \text{ м/с}^2$ – прискорення вільного падіння.

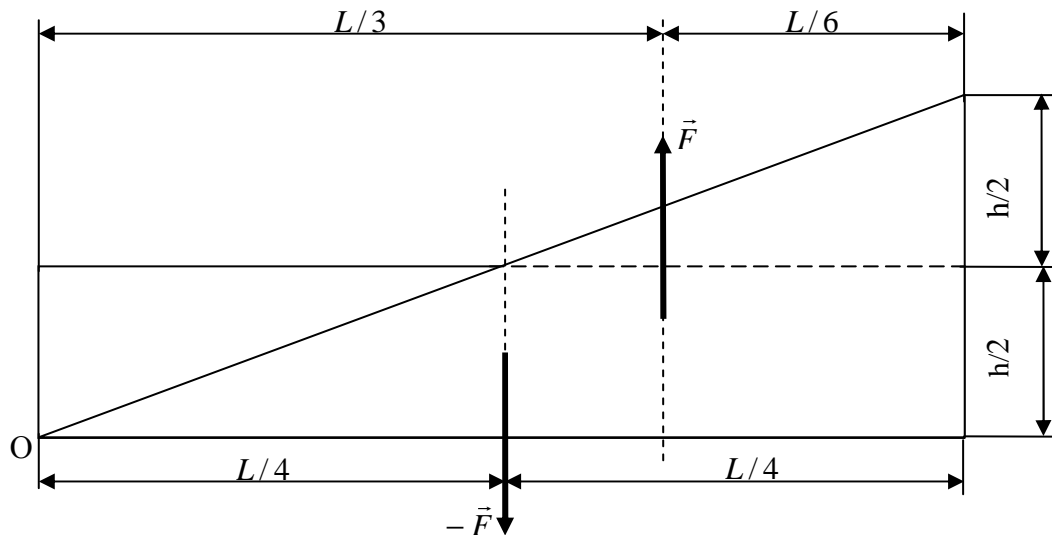


Рис. 9. Сили, що діють на половину моделі понтона

Величину згинального моменту від хвилі в поперечному перерізі моделі посередині її довжини знайдемо з виразу

$$M_z = F \left(\frac{L}{3} - \frac{L}{4} \right) = \frac{1}{48} L^2 h b \rho g .$$

Як видно з отриманої формули, величина згинального моменту в серединному поперечному перерізі моделі на хвилях пропорційна квадрату довжини моделі, ширині моделі та висоті хвилі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Гольдфарб Н. И. Сборник вопросов и задач по физике. М., «Высш. Школа», 1975. – 368 с.
2. Мещерский И. В. Сборник задач по теоретической механике. М.: Наука, 1981 – 421 с.
3. Теоретична механіка: Збірник задач /О. С.Апостолук, В. М.Воробйов, Д. І.Льчишина та ін.; За ред. М.А.Павловського. – К.: Техніка, 2007. – 400 с.
4. Павловський М. А. Теоретична механіка: Підручник. – К.: Техніка, 2002. – 512 с.

Горалик Е.Т., Лупина Т.О.

НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ НАПРАВЛЕНИЯ ПОДГОТОВКИ «МОРСКОЙ И РЕЧНОЙ ТРАНСПОРТ»

Предложен ряд задач механики плавающих тел для рассмотрения в курсах физики, теоретической механики и сопротивления материалов для студентов направления подготовки «Морской и речной транспорт».

Ключевые слова: сила плавучести, равновесие, центр тяжести, центр величины, трохойдальня волна, колебания, общие теоремы динамики, продольный изгиб.

Goralik E., Lupina T.

SOME PROBLEMS OF MECHANICS FOR STUDENTS OF TRAINING DIRECTION “MARINE AND RIVER TRANSPORT”.

Suggested a number of problems of mechanics of floating bodies for consideration in courses of physics, theoretical mechanics and resistance of materials to students of training direction “Marine and river transport”.

Keywords: force of buoyancy, equilibrium, center of gravity, center of buoyancy, trochoid similar wave, fluctuations, general theorems of dynamics, buckling.