

*Бурмака И.А., Алексейчук Б.М.*

## **ЗАВИСИМОСТЬ ТОЧНОСТИ ОБСЕРВАЦИИ ОТ СУЩЕСТВЕННЫХ ФАКТОРОВ**

*Зачастую в прибрежном плавании судна требуемая точность контроля его места достигается использованием избыточных линий положения, что реализуется локальными радионавигационными системами.*

*В данной публикации рассмотрена зависимость дисперсии модуля векториальной погрешности от числа линий положения, их взаимной геометрии и точности измерения навигационных параметров. Произведены расчеты, подтверждающие полученные результаты.*

***Ключевые слова:** навигационная безопасность, погрешности навигационных измерений, векториальная погрешность, ковариационная матрица.*

**Постановка проблемы.** Обеспечение требуемого уровня точности и надежности обсерваций места судна является необходимым условием безопасного судовождения. Решение данной проблемы повлекло к разработке дифференциальных спутниковых систем, и в последнее время производятся активные действия по разработке корреляционных навигационных систем, использующих современные достижения в радиолокации и электронной картографии. Однако проблема обеспечения точности контроля места судна в прибрежных районах плавания при наличии спутниковой дифференциальной системы не является окончательно решенной из-за ее неустойчивой работы, а корреляционные системы требуют не только разработки электронной картографии для внутренних водных путей, но и оснащения судов дорогостоящей бортовой аппаратурой.

Отмеченных недостатков лишены обращенные радионавигационные системы, для обеспечения требуемой точности обсервации которых используются избыточные измерения, что требует исследований влияния точности навигационных измерений, числа линий положения и их взаимной геометрии на точность определения места судна. Рассмотрению указанных вопросов посвящена данная работа.

**Анализ последних достижений и публикаций, выделение нерешенных ранее частей общей проблемы.** Вопросам рассмотрения локальных радионавигационных систем и их точности посвящены работы [1-3].

В работе [1] анализируются вопросы обеспечения высокой точности проводки судна в узкости при помощи корреляционных методов навигации.

В публикации [2] освещены вопросы обеспечения безопасности судовождения в стесненных районах путем оптимального навигационного оборудования таких районов, а в работе [3] рассмотрены вопросы разработки высокоточных радиолокационных систем обращенного типа.

**Формулировка целей статьи (постановка задачи).** Целью данной статьи является исследование зависимости дисперсии модуля векториальной погрешности от дисперсий линий положения их числа и взаимной ориентации.

**Изложение основного материала исследования с обоснованием полученных научных результатов.** Погрешность определения места судна является двумерным вектором, который характеризует возможное положение истинного места судна относительно начала заданной системы координат. Оси заданной системы координат всегда ориентированы параллельно осям географической системы координат, а начало – в интересующей точке (счислимой, обсервованной или любой заданной).

Таким образом, погрешность определения места судна характеризуется двумерным случайным вектором  $\overline{R}$ . Линии положения и вектор  $\overline{R}$  задаются в одной системе координат. Линии положения образуют систему  $S_n$ , которой присущи следующие характеристики (рис. 1).

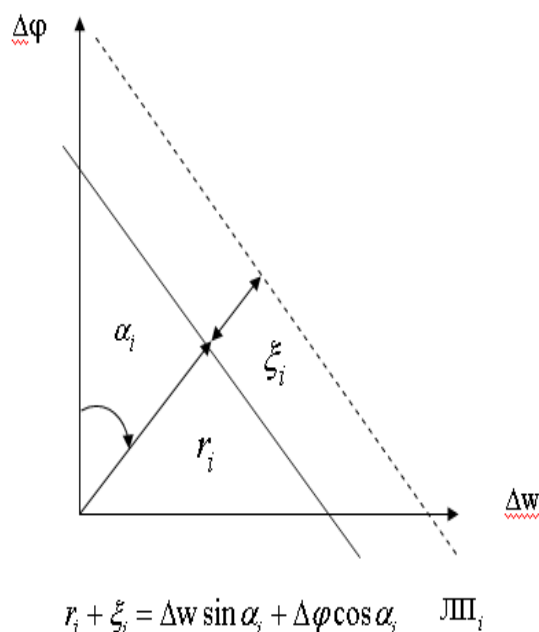


Рис. 2. К определению системы линий положения:

$r_i$  – длина нормали от начала системы координат до  $i$ -й ЛП (перенос);

$\xi_i$  – погрешность  $i$ -й ЛП (смещения ЛП относительно начального положения);

$\alpha_i$  – угол между переносом  $r_i$  и осью  $y$  выбранной системы координат;

$f_i(\xi_i)$  – плотность распределения погрешности  $\xi_i$ ;

$\Lambda$  – матрица вторых моментов погрешностей ЛП, представляющая собою квадратную  $n \times n$  – матрицу, диагональные элементы которой являются дисперсиями случайных величин  $\xi_i$ , а остальные – вторыми смешанными моментами.

Из рис. 1 следует, что погрешность линии положения  $\xi_i$  связана с составляющими  $\Delta w$  и  $\Delta \varphi$  случайного вектора  $\overline{R}$  следующим образом

$$\xi_i = \Delta w \sin \alpha_i + \Delta \varphi \cos \alpha_i - r_i . \quad (i = 1, \dots, n)$$

Ковариационная матрица случайного вектора  $\overline{R}$  (рис. 2) характеризует точность определения места судна.

Следуя работе [4] и полагая, что погрешности измерений  $\xi_i$  распределены по одному закону, можно получить выражение для минимальной ковариационной матрицы  $K(\Delta \varphi, \Delta w)_{\min}$  погрешностей позиционных измерений, которая имеет следующий вид

$$K(\Delta\varphi, \Delta w)_{\min} = \frac{1}{s\Delta} \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^n \sin^2 \alpha_i & -\sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \cos \alpha_i \\ -\sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \cos \alpha_i & \sum_{i=1}^n \cos^2 \alpha_i \end{vmatrix}, \quad (1)$$

где:

$$\Delta = \left[ \left( \sum_{i=1}^n \cos^2 \alpha_i \right) \left( \sum_{i=1}^n \sin^2 \alpha_i \right) - \left( \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \cos \alpha_i \right)^2 \right]; \quad s = \int_{R1} \frac{\left[ \frac{\partial}{\partial \xi_i} f(\xi_i) \right]^2}{f(\xi_i)} d\xi_i.$$

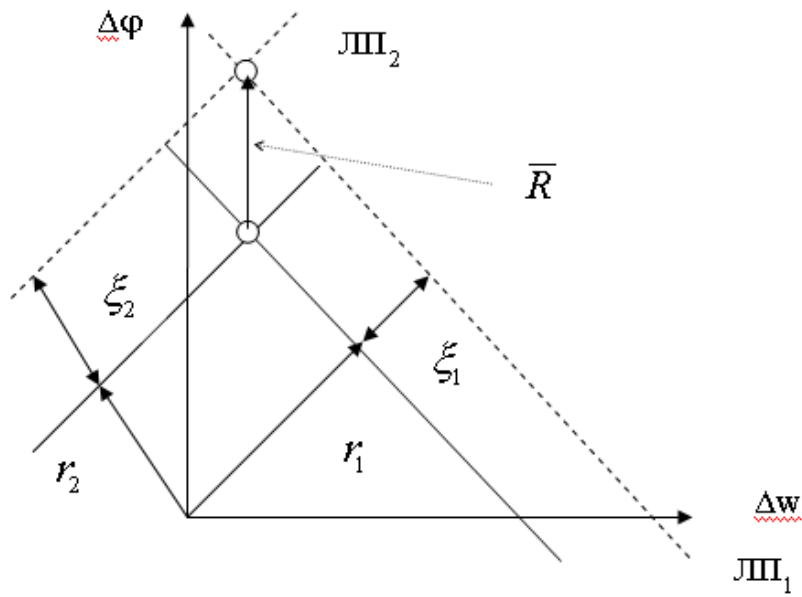


Рис. 2. Случайный вектор  $\bar{R}$  позиционной погрешности

Из выражения (1) ковариационной матрицы  $K(\Delta\varphi, \Delta w)_{\min}$  можно получить выражение для дисперсии  $D_R$  модуля случайного вектора  $\bar{R}$ , учитывая, что дисперсии  $D_w$  и  $D_\varphi$  его составляющих  $\Delta w$  и  $\Delta\varphi$  находятся на главной диагонали матрицы  $K(\Delta\varphi, \Delta w)_{\min}$ .

Поэтому  $D_R = D_w + D_\varphi$ , или

$$D_R = \frac{\sum_{i=1}^n \sin^2 \alpha_i + \sum_{i=1}^n \cos^2 \alpha_i}{s \left[ \left( \sum_{i=1}^n \cos^2 \alpha_i \right) \left( \sum_{i=1}^n \sin^2 \alpha_i \right) - \left( \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \cos \alpha_i \right)^2 \right]}.$$

Найдем выражение для несобственного интеграла  $s$ , учитывая, что погрешности линий положения  $\xi_i$  имеют нормальное распределение. Поэтому

$$f(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right) \text{ и}$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} f(\xi) = \left(-\frac{2\xi}{2\sigma^2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right), \text{ или } \frac{\partial}{\partial \xi} f(\xi) = \left(-\frac{\xi}{\sigma^2}\right) f(\xi).$$

Следовательно, выражение для интеграла  $s$  принимает следующий вид

$$s = \int_{R1} \frac{\left[\frac{\partial}{\partial \xi_i} f(\xi_i)\right]^2}{f(\xi_i)} d\xi_i = \int_{R1} \frac{\xi^2}{\sigma^4} f(\xi) d\xi = \frac{1}{\sigma^2}.$$

Окончательное выражение для дисперсии  $D_R$

$$D_R = \frac{\sigma^2 \left( \sum_{i=1}^n \sin^2 \alpha_i + \sum_{i=1}^n \cos^2 \alpha_i \right)}{\left[ \left( \sum_{i=1}^n \cos^2 \alpha_i \right) \left( \sum_{i=1}^n \sin^2 \alpha_i \right) - \left( \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \cos \alpha_i \right)^2 \right]}. \quad (2)$$

Анализ полученного выражения (2) показывает, что дисперсия модуля векториальной погрешности  $D_R$  зависит от дисперсии погрешности линии положения  $\sigma^2$ , ориентации линий положения  $\alpha_i$  и их числа  $n$ . Из формулы (2) очевидно, что при прочих равных условиях дисперсия  $D_R$  линейно зависит от дисперсии погрешности линии положения  $\sigma^2$ .

Для характеристики зависимости  $D_R$  от  $\alpha_i$  и  $n$  производился расчет дисперсии  $D_R$  от заданных значений величин  $\alpha_i$  и  $n$ , причем значения числа линий положения  $n$  для обсервации места судна выбирались от 2 до 10. Первая линия положения при оценке точности каждой обсервации при расчете принималась параллельной направлению N-S, т.е.  $\alpha_1 = 0$ , остальные значения углов линий положения  $\alpha_i$  приводятся в табл. 1 – табл. 3.

В указанных таблицах приведены зависимости значений дисперсии  $D_R$  от числа линий положений при заданных углах линий положения  $\alpha_i$ . Во всех примерах при расчете принималось значение дисперсии погрешностей линий положения  $\sigma^2 = 25$ .

В табл.1 приведены значения дисперсии модуля позиционной погрешности при обсервации по двум линиям положения с различным углом между ними, а в табл. 2 - при обсервации по трем линиям положения.

Таблица 1

Значение дисперсии  $D_R$  при двух линиях положения

$\alpha_2$	30	45	60	75	90	120	150	210	240	270	300
$D_R$	200	100	66,7	53,6	50	66,7	200	200	66,7	50	66,7

Таблица 2

Значение дисперсии  $D_R$  при трех линиях положения

$\alpha_2$	90	120	150	210	90	240
$\alpha_3$	45	60	75	105	225	120
$D_R$	37,5	33,3	35,4	35,5	37,5	33,3

В табл. 3 приведены значения дисперсии модуля позиционной погрешности в случае, когда число линий положения больше трех.

Таблица 3

Значение дисперсии  $D_R$ , когда число ЛП больше трех

$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\alpha_7$	$\alpha_8$	$\alpha_9$	$\alpha_{10}$	$D_R$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Число линий положения n=4									
90	180	270	-	-	-	-	-	-	25,0
90	45	135	-	-	-	-	-	-	25,0
60	135	210	-	-	-	-	-	-	27,7
45	135	270	-	-	-	-	-	-	25,0
Число линий положения n=5									
45	135	300	210	-	-	-	-	-	20,8
30	120	240	330	-	-	-	-	-	20,8
30	60	120	160	-	-	-	-	-	21,4
30	60	300	330	-	-	-	-	-	20,8
Число линий положения n=6									
45	135	300	210	270	-	-	-	-	18,5
30	120	240	330	270	-	-	-	-	16,6
30	60	120	160	330	-	-	-	-	18,5
30	60	300	330	270	-	-	-	-	16,7
Число линий положения n=7									
45	135	300	210	270	90	-	-	-	14,6
30	120	240	330	270	90	-	-	-	14,6
30	60	120	160	330	90	-	-	-	14,6
30	60	300	330	270	90	-	-	-	14,6
Число линий положения n=8									
45	135	300	210	270	90	135	-	-	12,9
30	120	240	330	270	90	135	-	-	12,9
30	60	120	160	330	90	315	-	-	13,2
30	60	300	330	270	90	135	-	-	12,9
Число линий положения n=9									
45	135	300	210	270	90	135	225	-	11,3
30	120	240	330	270	90	135	225	-	11,3
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
30	60	120	160	330	90	315	225	-	11,3
30	60	300	330	270	90	135	225	-	11,3
Число линий положения n=10									
45	135	300	210	270	90	135	225	190	10,0
30	120	240	330	270	90	135	225	190	10,0
30	60	120	160	330	90	315	225	190	10,3
30	60	300	330	270	90	135	225	190	10,0

Из каждой приведенной таблицы выбирались минимальные значения дисперсии  $D_R$ , которые приведены в табл. 4.

Зависимость дисперсии  $D_R$  от числа линий положения

$N$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D_R$	50	33,3	25	20,8	16,6	14,6	12,9	11,3	10

**Выводы и перспектива дальнейшей работы по данному направлению.** Как следует из табл. 4, дисперсия векториальной погрешности уменьшается с ростом числа линий положения  $n$ , использованных для обсервации, причем в рассмотренных примерах дисперсия уменьшается в 5 раз. При использовании для обсервации четырех линий положения дисперсия векториальной погрешности равна дисперсии погрешностей линий положения, а при десяти линиях положения дисперсии  $D_R$  в 2,5 раза меньше, чем  $\sigma^2$ .

Таким образом, использование избыточных линий положения при обсервациях является эффективной мерой повышения точности определения места судна.

В дальнейшем целесообразно исследовать вопрос об оптимальном расположении линий положения при заданном их числе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Широков В. М. Результаты имитационного моделирования обсерваций судна в стесненных условиях / В.М. Широков // Судовождение. – 2004. – № 8. – С. 103-107.
2. Алексишин В. Г. Общий алгоритм формирования оптимальной системы навигационного оборудования стесненного района / В.Г. Алексишин// Судовождение. – 2004. – № 8. – С. 3 -11.
3. Алексишин В. Г. Перспективы разработки навигационных систем обращенного типа / В.Г. Алексишин, Д.А. Бузовский // Судовождение. – 2005. – № 9. – С. 3-6.
4. Мудров В. М., Кушко В. Л. Методы обработки измерений. - М.: Советское радио, 1976. – 192 с.

**Бурмака І.А., Алексейчук Б.М.**

#### **ЗАЛЕЖНІСТЬ ТОЧНОСТІ ОБСЕРВАЦІЇ ВІД ІСТОТНИХ ЧИННИКІВ**

*Часто в прибережному плаванні судна необхідна точність контролю його місця досягається використанням надмірних ліній положення, що реалізується локальними радіонавігаційними системами.*

*У даній публікації розглянута залежність дисперсії модуля векторіальної похибки від числа ліній положення, їх взаємної геометрії і точності вимірювання навігаційних параметрів. Виконані розрахунки, які підтверджують одержані результати.*

**Ключові слова:** *навігаційна безпека, похибки навігаційних вимірювань, векторіальна похибка, коваріаційна матриця.*

**Burmaka I., Alexeychuk B.**

#### **DEPENDENCE OF EXACTNESS OF OBSERVATION ON SUBSTANTIAL FACTORS**

*Frequently in the off-shore swimming of ship is achieved the required exactness of control of his place by the use of surplus lines of position, that will be realized by the in-plant radio navigation systems.*

*Dependence of dispersion of the module of vectors error on the number of lines of position, their mutual geometry and exactness of measuring of navigation parameters is considered in this publication. Calculations confirmative the got results are produced.*

**Keywords:** *navigation safety, errors of the navigation measuring, vectors of error, covariance matrix.*