УДК 621.396.98

Лавриненко В.Ф., Стадник А.И, Тарохтей В.П.

ВЫБОР МЕТОДА МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ВОДНЫМ ТРАНСПОРТНЫМ СРЕДСТВОМ

В работе проанализированы методы многокритериальной оптимизации задач управления сложными динамическими объектами. Выбран экономичный метод для моделирования функционирования водного транспортного средства.

Ключевые слова: *многокритериальная оптимизация, нелинейная схема компромиссов*

Выбор допустимых отклонений зависит от физических особенностей решаемой задачи, а также индивидуальных предпочтений ЛПР.

Область X доопустимых решений состоит из двух непересекающихся частей: области согласия X^c и области компромиссов $X^к$ (область Парето, множество эффективных точек, множество неулучшаемых решений) [1,2]

В области согласия качество решения возможно улучшить одновременно по всем критериям. В области компромиссов за улучшение качества решения по одним критериям обязательно приходится расплачиваться ухудшением по другим (хотя бы по одному из них). Вполне понятно, что искомое решение задачи может принадлежать только области компромиссов $X^к$ описывается соотношением

$$X^k = \{x' \mid x' \in X; \forall x \in X : y_k(x') \leq y_k(x), k \in [1, s]\} ,$$

при этом хотя бы одно из указанных неравенств является строгим. Принадлежность решения к области компромиссов называют оптимальностью по Парето.

Для определения области Парето при некоторых условиях выпуклости допустимого множества критерий обычно используют лемму Кармена [3,4], позволяющий получить выражение области компромиссов в виде решения задачи параметрического программирования

$$X^k = \bigcup_{x \in X_\alpha} \arg\min_{x \in X} \sum_{k=1}^{s} \alpha_k y_{ok}(x),$$

где $\alpha = \{\alpha_k\}_{k=1}^{s}$ - формальный векторный параметр, определенный на множестве

$$X_\alpha = \alpha \mid \sum_{k=1}^{s} \alpha_k = 1, \alpha_k \geq 0$$

Отметим, что любое сужение области эффективности решений, а тем более выбор единственного из них, принципиально требует привлечения дополнительной субъективной информации от ЛПР. Объясняется это тем, что эффективные точки не могут сравниваться формально. И в дополнительной информации фактически должен быть ответ на вопрос - сколькими единицами выигрыша по одному критерию (по мнению ЛПР) можно компенсировать неизбежный проигрыш (в единицах) по другому (или другим) в конкретной ситуации. И только с учетом этой дополнительной информации формулируется конкретная схема компромиссов для данной многокритериальной задачи и в итоге находится искомое решение.

Таким образом, нахождение решения многокритериальной задачи по своей природе всегда компромиссно и принципиально основано на использовании субъективной информации. И только получив эту информацию и выбрав схему компромиссов, можно переходить от общего векторного выражения к скалярной свертке частных критериев. При использовании скалярной свертки математическая модель решения задачи векторной оптимизации может быть представлена в таком виде

$$x^* = \arg\min_{x \in X} Y[y(x)],$$

где $Y[y(x)]$ - скалярная функция, имеющая смысл скалярной свертки вектора частных критериев, вид которой зависит от выбранной схемы компромиссов.

Рассмотрим стохастическую многокритериальную задачу управления.

Любая информация о действительных характеристиках внешних воздействий должна быть использована для улучшения динамических свойств системы управления. Между двумя рассмотренными информационными полюсами (полного знания и полной неопределенности) находится вероятностный уровень неопределенности.

Пусть одна из компонент вектора внешних условий r (например, та, которая характеризуется параметром β) изменяется случайным образом

$$r = r(\beta) \in X_r,$$

причем задана плотность распределения вероятности изменения этого параметра $F(\beta)$. Известен также диапазон его возможного изменения $X_\beta = [\beta_{\min}, \beta_{\max}]$.

В таком случае закон управления $u = u^*(x)$ при решении вариационной многокритериальной задачи (например, методом неопределенных коэффициентов) для заданных условий и статистических характеристик внешних воздействий определяется по такой схеме [2,4].

Пусть за достаточно длительное время $T_{\max}$ система управления осуществляет некоторое множество отработок в режимах, отличающихся друг от друга значениями параметра β. Для одной такой отработки припишем величине $\beta \in X_\beta$ некоторое произвольное, но фиксированное значение, что даст возможность решить задачу многокритериальной оптимизации. Поскольку теперь вектор $r(\beta)$ может рассматриваться как детерминированный, то будет минимизировать критериальную функцию

$$\Phi = \sum_{k=1}^{s} \gamma_k I_k$$

с неизвестными постоянными коэффициентами $\gamma = \{\gamma_k\}_{k=1}^{s}$. В результате получим выражение

$$x = x(t, \gamma, \beta), \quad u = u(t, \gamma, \beta); \tag{1}$$

$$I_k = I_k(\gamma, \beta), k \in [1, s]. \tag{2}$$

Для использования информации о статистическом описании внешних воздействий диапазон X_β делится на m интервалов шириной $\varepsilon = \frac{1}{m}(\beta_{\max} - \beta_{\min})$, где m - некоторое достаточно большое число. Тогда вероятность появления параметра β в ε-окрестности конкретного значения $\beta^{(j)}$ равна

$$\Delta P^{(j)} = \varepsilon F\left(\beta^{(j)}\right), j \in [1, m].$$

Для каждой отработки может быть получена оценка по нелинейной схеме компромиссов

$$\mathrm{Y}^{(j)} = \sum_{k=1}^{s} A_k \left[A_k - I_k\left(\gamma, \beta^{(j)}\right)\right]^{-1}. \qquad (3)$$

Количество ситуаций за время $T_{\max}$ в интервале ε и, следовательно, количество отработок, соответствующих ε-окрестности параметра $\beta^{(j)}$, пропорционально вероятности $\Delta P^{(j)}$ и может быть представлено как

$$K^{(j)} = b\Delta P^{(j)}, j \in [1, m],$$

где b - коэффициент пропорциональности.

За время $T_{\max}$ суммарная по всем отработкам оценка по нелинейной схеме компромиссов выражается как

$$\mathrm{Y}_{\sum} = \sum_{j=1}^{m} K^{(j)} \mathrm{Y}^{(j)} = \varepsilon b \sum_{j=1}^{m} F\left(\beta^{(j)}\right) \sum_{k=1}^{s} A_k \left[A_k - I_k\left(\gamma, \beta^{(j)}\right)\right]^{-1}.$$

Коэффициент γ^* определяется посредством модели

$$\gamma^* = \arg \min_{\gamma \in X_\gamma} \mathrm{Y}_{\sum},$$

которая трансформируется в систему уравнений

$$\frac{\partial \mathrm{Y}_{\sum}}{\partial \mathrm{Y}_k} = 0, \ \gamma_1 = 1, \ k \in [2, s],$$

(здесь учтено дополнительное условие $\gamma_1 = 1$, накладываемое на коэффициенты для исключения тривиальных решений).

Переходя от выборки к генеральной совокупности, устремляем величины T_{max} и m к бесконечности - осуществляем предельный переход и вместо суммы получаем определенный интеграл

$$\int_{\beta_{\min}}^{\beta_{\max}} F(\beta) \left\{ \sum_{k=1}^{s} A_k \left[A_k - I_k(\gamma, \beta)\right]^{-2} \frac{\partial}{\partial \gamma_k} I_k(\gamma, \beta) \right\} d\beta = 0 . \qquad (4)$$

Решение системы уравнений (4) дает искомое значение компонент вектора γ^*. Подставляя их в выражение для экстремалей и исключая параметры t и β, находим искомый закон управления $u = u^*(x)$.

Многокритериальная система управления, настроенная по методике, учитывающей статистический разброс, является оптимальной именно в статистическом смысле - ее работу нельзя оценивать только по одному, например, номинальному режиму. Такая настройка эффективна, когда работа системы управления оценивается по всей совокупности возможных режимов с учетом статистических характеристик внешних воздействий.

Выводы. Разработанные в настоящее время методы оптимизации процессов (принцип максимума Понтрягина, метод динамического программирования Беллмана, методы вариационного исчисления) позволяют находить управление, оптимальное по одному критерию. Другие показатели учитываются только введением некоторых дополнительных ограничений, штрафных функций или составлением обобщенного критерия из частных критериев.

Подход к задаче оптимизации процесса с учетом нескольких критериев существенно зависит от возможности оценки степени неравноценности различных частных критериев и способов задания этой неравноценности.

Обоснован выбор применения вариационного исчисления (задачи Лагранжа) для решения поставленной в диссертационной работе оптимизационной задачи. По сравнению с широкоприменяемыми методами максимума Понтрягина и динамического программирования Беллмана выбранный метод позволяет наиболее просто учесть ограничения, накладываемые на оптимальное управление.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бєляєвський Л.С.* Глобальні супутникові системи навігації та зв'язку на транспорті / Бєляєвський Л.С., Ткаченко А.М., Левковець П.Р., Топольськов Є.О., Сердюк А.А.// Навчальний посібник для ВУЗів транспортного профілю. – К.: В-во «ДажБог», 2009. – Іл., табл., бібліогр. – 216 с.
2. Александров А.Г. Оптимальные и адаптивные системы/Александров А.Г.// Учебное пособие. М.: Высш.шк., 1989. – 263 с.
3. Анциферов Е.Г. Методы оптимизации и их приложение/ Анциферов Е.Г. – Новосибирск: Наука, 1990. – 160 с.
4. Кротов В.Ф., Гурман В.И. Методы и задачи оптимального управления. М.: Наука, 1973. – 352 с.

Лавриненко В.Ф., Стадник О.І, Тарохтей В.П.

ВИБІР МЕТОДУ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦІЇ ДЛЯ УПРАВЛІННЯ ВОДНИМ ТРАНСПОРТНИМ ЗАСОБОМ

В роботі проаналізовані методи багатокритерІальной оптимізації завдань управління складними динамічними системами. Визначено економічний метод для моделювання функціонування водного транспортного засобу.

Ключеві слова: *багатокритеріальна оптимізація, нелінійна схема компромісів*

Lavrynenko V., Stadnik A., Tarohtey V.

CHOICE OF METHOD MULTIOBJECTIVE OPTIMIZATION FOR VESSEL

This paper analyzes the methods of multi-criteria optimization problems of control of complex dynamic objects. Selected cost-effective method for modeling the functioning of the water craft.

Keywords: *multi-objective optimization, nonlinear scheme of compromise*