

-
4. Бадаєв Ю. І. Комп'ютерна реалізація проектування криволінійних обводів методом NURBS-технологій вищих порядків [Текст] // Ю. І.Бадаєв, А. О. Блиндарук // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць. – Мелітополь: МДПУ, 2014. – С. 3-6.
 5. Лагодіна Л. П. Зважені полікоординатні відображення NURBS-кривих [Текст] / Ю. І. Бадаєв, Л. П. Лагодіна // Водний транспорт. – К. : КДАВТ, 2015. – Вип. 1 (22). – С. 175-179.

Бадаєв Ю.І., Ганношина І.М., Лагодіна Л.П.

УПРАВЛІННЯ ФОРМОЮ NURBS-КРИВОЇ ЗА ДОПОМОГОЮ ДОПОМІЖНИХ ЕПЮР

Запропоновано методику управління формою NURBS-кривої методом коригування точкового репера керуючих точок.

Ключові слова : NURBS-крива, точковий репер, допоміжні епюри.

Badaev Yu., Gannoshina I., Lagodina L.

CONTROL OF FORM NURBS-CURVES WITH THE AID OF ADDITIONAL EPYUR

Is proposed the procedure of control of form NURBS-curves by the method of the modification of the point bench-mark of nodal points.

Keywords words : NURBS-curve, point bench-mark, auxiliary diagrams.

УДК 539.3

Шукула Е.Н.

ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭФФЕКТИВНЫХ ДЕФОРМАТИВНЫХ СВОЙСТВ ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ СЛОИСТО-ВОЛОКНИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ КОСОУГОЛЬНОЙ НАМОТКИ

В статье предложена модель нелинейного деформирования слоисто-волоконистых материалов косоугольной намотки с физически нелинейными компонентами. Построен алгоритм для определения их эффективных деформативных свойств и напряженно-деформированного состояния. Исследовано нелинейное деформирование слоисто-волоконистых композитных материалов. Получены кривые деформирования для различных видов простого нагружения. Изучено влияние нелинейности компонентов и величины угла намотки на деформирование композита. Установлено, что нелинейность компонентов и величина угла намотки существенно влияют на эффективные деформативные свойства и напряженно-деформированное состояние слоисто-волоконистых композитов.

Ключевые слова: слоисто-волоконистые композитные материалы косоугольной намотки, физическая нелинейность, напряженно-деформированное состояние, эффективные деформативные свойства

Постановка проблемы. Многие однородные и композитные материалы при увеличении нагрузки проявляют нелинейный характер зависимостей между макронапряжениями и макродеформациями. Это может быть обусловлено физической нелинейностью деформирования компонентов [1]. Такой вид нелинейности является типичным для

композитов на основе пластической металлической матрицы, а также на основе полимеров при повышенных температурах. Экспериментальные исследования показывают [2], что при достаточно высоких температурах нелинейно деформируются также высокомодульные материалы типа стекловолокон. На рис. 1 приведены графики экспериментальной зависимости напряжения от деформации для органического стекла при различных температурах. Как видим, при достаточно высокой температуре зависимость между напряжением и деформацией имеет параболический характер. Поэтому представляет интерес исследование физически нелинейного деформирования композитных материалов при нелинейном деформировании как матрицы, так и волокон.

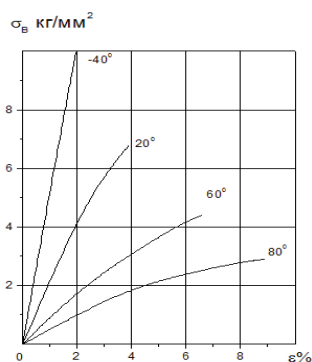


Рис.1. Экспериментальная зависимость напряжения от деформации для органического стекла при различных температурах

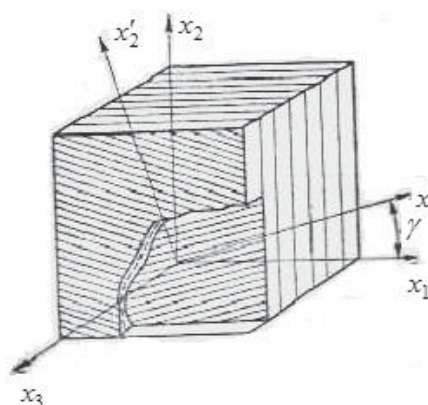


Рис.2. Слоисто-волоконистый композитный материал

Анализ последних достижений и публикаций. Нелинейные волокнистые и слоисто-волоконистые композитные материалы изучались многими авторами: Е.В. Карпов, С.А. Капустин, В.А. Горохов, Ю.А. Чурилов, Ю.Г. Слепнев, С.А. Вульфан, Т.Д. Семькина, Л.П. Цуканова, Р.Г. Куликов, Н.А. Труфанов, А.М. Полатов, Л.В. Назаренко и др. Однако авторы или рассматривали материалы с нелинейной или упругопластической матрицей и упругими волокнами, или применяли упрощенную теорию трансверсально-упругой пластичности, предложенную Б.Я. Победря. Однако не было исследовано деформирование волокнистых и слоисто-волоконистых композитов в случае нелинейного деформирования как связующего, так и волокон. Для волокнистых материалов эта задача была решена в работах Е.Н. Шикеры, Л.П. Хорошуна [3, 4].

Цель исследования. Построение модели нелинейного деформирования слоисто-волоконистых композитных материалов с нелинейно деформирующимся связующим и волокнами.

Основные результаты исследования. Рассмотрим слоисто-волоконистый композитный материал косоугольной намотки. Это слоистый материал, в котором каждый слой представляет собой однонаправленный волокнистый композитный материал, причем возможны два типа слоев с различными углами ориентации, при этом объемное содержание слоев с различной ориентацией волокон одинаково, кроме того, одинаковы упругие характеристики и объемные содержания волокон и связующего в слоях с различной ориентацией волокон (см. рис. 2). Мы будем рассматривать композит, в котором волокна и связующее изготовлены из изотропного физически нелинейного материала.

Нелинейные уравнения для определения эффективных деформативных свойств и напряженно-деформированного состояния композита. Выберем глобальную систему координат для слоисто-волоконистого материала так, чтобы волокна в слоях лежали в плоскости x_1-x_2 , а ось x_3 была нормальной к плоскостям всех слоев. Угол между направлением волокон в слое и осью x_1 примем равным γ . Для слоисто-волоконистых материалов косоугольной намотки возможны два типа слоев с углами ориентации $\gamma_1 = \gamma$ и

$\gamma_2 = -\gamma$. Выберем локальную систему координат слоя так, чтобы ось x'_1 совпадала с направлением волокон в этом слое, а ось x'_3 – с осью x_3 , нормальной к плоскостям всех слоев.

Определение напряженно-деформированного состояния и эффективных деформативных характеристик слоисто-волоконистых материалов сводится к двум последовательным задачам. Первая задача: определение напряженно-деформированного состояния волокон $\langle \sigma_{pq}^1 \rangle$, $\langle \varepsilon_{pq}^1 \rangle$ и связующего $\langle \sigma_{pq}^2 \rangle$, $\langle \varepsilon_{pq}^2 \rangle$ слоя и эффективных свойств однонаправленного волоконистого материала, составляющего слой, λ_{11}^* , λ_{22}^* , λ_{12}^* , λ_{23}^* , λ_{55}^* при заданных деформациях слоя $\langle \varepsilon_{pq} \rangle$. Вторая задача: определение напряженно-деформированного состояния слоя $\langle \sigma_{pq} \rangle$, $\langle \varepsilon_{pq} \rangle$ и эффективных свойств слоисто-волоконистого материала l_{11}^* , l_{22}^* , l_{33}^* , l_{12}^* , l_{13}^* , l_{23}^* , l_{44}^* , l_{55}^* , l_{66}^* при заданных макродеформациях композита $\langle \varepsilon_{pq} \rangle$.

Рассмотрим однонаправленный волоконистый материал, составляющий слой. Обозначим объемные содержания волокон и связующего материала соответственно c_1 и c_2 , а модули объемного сжатия и сдвига волокон и связующего соответственно K_1 , μ_1 и K_2 , μ_2 . Предполагаем, что объемные деформации компонентов являются линейными, т.е. модули объемного сжатия K_1 , K_2 не зависят от деформаций, а сдвиговые деформации описываются нелинейными диаграммами. Тогда зависимости между средними в волоконистом материале напряжениями $\langle \sigma_{pq} \rangle_l$ и деформациями $\langle \varepsilon_{pq} \rangle_l$ в локальной системе координат слоя можно записать в виде

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{11} \rangle_l &= \lambda_{11}^* \langle \varepsilon_{11} \rangle_l + \lambda_{12}^* \langle \varepsilon_{rr} \rangle_l; \quad \langle \sigma_{km} \rangle_l = (\lambda_{22}^* - \lambda_{23}^*) \langle \varepsilon_{km} \rangle_l + (\lambda_{12}^* \langle \varepsilon_{11} \rangle_l + \lambda_{23}^* \langle \varepsilon_{rr} \rangle_l) \delta_{km}; \\ \langle \sigma_{1k} \rangle_l &= 2\lambda_{44}^* \langle \varepsilon_{1k} \rangle_l \quad (k, m, r = 2, 3), \end{aligned} \quad (1)$$

где эффективные деформативные характеристики слоя λ_{11}^* , λ_{22}^* , λ_{12}^* , λ_{23}^* , λ_{55}^* зависят от деформаций в слое $\langle \varepsilon_{pq} \rangle_l$ и в локальной системе координат этого слоя определяются через модули объемного сжатия и сдвига волокон K_1 , μ_1 и связующего этого слоя K_2 , μ_2 формулами [5-7]

$$\begin{aligned} \lambda_{11}^* &= c_1(\lambda_1 + 2\mu_1) + c_2(\lambda_2 + 2\mu_2) - \frac{c_1 c_2 (\lambda_1 - \lambda_2)^2}{c_1(\lambda_2 + \mu_2) + c_2(\lambda_1 + \mu_1) + m}; \\ \lambda_{12}^* &= c_1 \lambda_1 + c_2 \lambda_2 - \frac{c_1 c_2 (\lambda_1 + \mu_1 - \lambda_2 - \mu_2)(\lambda_1 - \lambda_2)}{c_1(\lambda_2 + \mu_2) + c_2(\lambda_1 + \mu_1) + m}; \\ \lambda_{22}^* + \lambda_{23}^* &= 2c_1(\lambda_1 + \mu_1) + 2c_2(\lambda_2 + \mu_2) - \frac{2c_1 c_2 (\lambda_1 + \mu_1 - \lambda_2 - \mu_2)^2}{c_1(\lambda_2 + \mu_2) + c_2(\lambda_1 + \mu_1) + m}; \\ \lambda_{22}^* - \lambda_{23}^* &= 2c_1 \mu_1 + 2c_2 \mu_2 - \frac{2c_1 c_2 (\mu_1 - \mu_2)^2}{c_1 \mu_2 + c_2 \mu_1 + \frac{mn}{n+2m}}; \quad \lambda_{55}^* = c_1 \mu_1 + c_2 \mu_2 - \frac{c_1 c_2 (\mu_1 - \mu_2)^2}{c_1 \mu_2 + c_2 \mu_1 + m}, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\lambda_\chi = K_\chi - \frac{2}{3} \mu_\chi \quad (\chi = 1, 2); \quad m = c_1 \mu_1 + c_2 \mu_2; \quad n = c_1(\lambda_1 + \mu_1) + c_2(\lambda_2 + \mu_2), \quad (3)$$

если жесткость связующего слоя больше жесткости волокон в этом слое, и

$$m = \left(\frac{c_1}{\mu_1} + \frac{c_2}{\mu_2} \right)^{-1}; \quad n = \left(\frac{c_1}{\lambda_1 + \mu_1} + \frac{c_2}{\lambda_2 + \mu_2} \right)^{-1}, \quad (4)$$

если жесткость волокон слоя больше жесткости связующего этого слоя.

В локальной системе координат средние в волокнах $\langle \varepsilon_{pq}^1 \rangle$ и связующем $\langle \varepsilon_{pq}^2 \rangle$ слоя деформации связаны со средними деформациями в слое $\langle \varepsilon_{pq} \rangle_l$ зависимостями [5-7]:

в волокнах

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_{11}^1 \rangle &= \frac{1}{\Delta_1} \{ [(\lambda_{11}^* - \lambda_2 - 2\mu_2)a_1 - 2(\lambda_{12}^* - \lambda_2)a_2] \langle \varepsilon_{11} \rangle_l + \\ &+ [(\lambda_{12}^* - \lambda_2)a_1 - (\lambda_{22}^* + \lambda_{23}^* - 2\lambda_2 - 2\mu_2)a_2] (\langle \varepsilon_{22} \rangle_l + \langle \varepsilon_{33} \rangle_l) \}; \\ \langle \varepsilon_{pq}^1 \rangle &= \frac{\lambda_{22}^* - \lambda_{23}^* - 2\mu_2}{2c_1(\mu_1 - \mu_2)} \langle \varepsilon_{pq} \rangle_l + \frac{1}{\Delta_1} \{ [(\lambda_{12}^* - \lambda_2)(a_1 - a_2) - (\lambda_{11}^* - \lambda_2 - 2\mu_2)a_2] \langle \varepsilon_{11} \rangle_l + \\ &+ [-(\lambda_{22}^* - \lambda_2 - 2\mu_2)a_2 + (\lambda_{23}^* - \lambda_2)a_1 - (\lambda_{12}^* - \lambda_2)a_2] (\langle \varepsilon_{22} \rangle_l + \langle \varepsilon_{33} \rangle_l) \}; \\ \langle \varepsilon_{1q}^1 \rangle &= \frac{\lambda_{55}^* - \mu_2}{c_1(\mu_1 - \mu_2)} \langle \varepsilon_{1q} \rangle_l \quad (p, q = 2, 3), \end{aligned} \quad (5)$$

в связующем

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_{11}^2 \rangle &= \frac{1}{\Delta_2} \{ [(\lambda_{11}^* - \lambda_1 - 2\mu_1)a_1 - 2(\lambda_{12}^* - \lambda_1)a_2] \langle \varepsilon_{11} \rangle_l + \\ &+ [(\lambda_{12}^* - \lambda_1)a_1 - (\lambda_{22}^* + \lambda_{23}^* - 2\lambda_1 - 2\mu_1)a_2] (\langle \varepsilon_{22} \rangle_l + \langle \varepsilon_{33} \rangle_l) \}; \\ \langle \varepsilon_{pq}^2 \rangle &= \frac{\lambda_{22}^* - \lambda_{23}^* - 2\mu_1}{2c_2(\mu_2 - \mu_1)} \langle \varepsilon_{pq} \rangle_l + \frac{1}{\Delta_2} \{ [(\lambda_{12}^* - \lambda_1)(a_1 - a_2) - (\lambda_{11}^* - \lambda_1 - 2\mu_1)a_2] \langle \varepsilon_{11} \rangle_l + \\ &+ [-(\lambda_{22}^* - \lambda_1 - 2\mu_1)a_2 + (\lambda_{23}^* - \lambda_1)a_1 - (\lambda_{12}^* - \lambda_1)a_2] (\langle \varepsilon_{22} \rangle_l + \langle \varepsilon_{33} \rangle_l) \}; \\ \langle \varepsilon_{1q}^2 \rangle &= \frac{\lambda_{55}^* - \mu_1}{c_2(\mu_2 - \mu_1)} \langle \varepsilon_{1q} \rangle_l \quad (p, q = 2, 3), \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= 2c_1(\mu_1 - \mu_2)(3\lambda_1 + 2\mu_1 - 3\lambda_2 - 2\mu_2); \quad \Delta_2 = 2c_2(\mu_2 - \mu_1)(3\lambda_1 + 2\mu_1 - 3\lambda_2 - 2\mu_2); \\ a_1 &= 2(\lambda_1 + \mu_1 - \lambda_2 - \mu_2); \quad a_2 = (\lambda_1 - \lambda_2). \end{aligned} \quad (7)$$

Средние в слое деформации в локальной $\langle \varepsilon_{pq} \rangle_l$ и общей $\langle \varepsilon_{pq} \rangle$ системах координат этого слоя связаны зависимостями

$$\langle \varepsilon_{11} \rangle_l = \langle \varepsilon_{11} \rangle \cos^2 \gamma + \langle \varepsilon_{22} \rangle \sin^2 \gamma + \langle \varepsilon_{12} \rangle \sin 2\gamma;$$

$$\langle \varepsilon_{22} \rangle_l = \langle \varepsilon_{11} \rangle \sin^2 \gamma + \langle \varepsilon_{22} \rangle \cos^2 \gamma - \langle \varepsilon_{12} \rangle \sin 2\gamma; \quad \langle \varepsilon_{33} \rangle_l = \langle \varepsilon_{33} \rangle;$$

$$\langle \varepsilon_{12} \rangle_l = \langle \varepsilon_{12} \rangle \cos 2\gamma + \frac{1}{2} (\langle \varepsilon_{22} \rangle - \langle \varepsilon_{11} \rangle) \sin 2\gamma;$$

$$\langle \varepsilon_{13} \rangle_l = \langle \varepsilon_{13} \rangle \cos \gamma + \langle \varepsilon_{23} \rangle \sin \gamma; \quad \langle \varepsilon_{23} \rangle_l = -\langle \varepsilon_{13} \rangle \sin \gamma + \langle \varepsilon_{23} \rangle \cos \gamma. \quad (8)$$

Рассмотрим слоисто-волоконистый материал косоугольной намотки. Будем считать, что заданы макродеформации $\langle \varepsilon_{pq} \rangle$ в композите. Тогда макронапряжения $\langle \sigma_{pq} \rangle$ связаны с ними зависимостями

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{11} \rangle &= l_{11}^* \langle \varepsilon_{11} \rangle + l_{12}^* \langle \varepsilon_{22} \rangle + l_{13}^* \langle \varepsilon_{33} \rangle; \quad \langle \sigma_{22} \rangle = l_{12}^* \langle \varepsilon_{11} \rangle + l_{22}^* \langle \varepsilon_{22} \rangle + l_{23}^* \langle \varepsilon_{33} \rangle; \\ \langle \sigma_{33} \rangle &= l_{13}^* \langle \varepsilon_{11} \rangle + l_{23}^* \langle \varepsilon_{22} \rangle + l_{33}^* \langle \varepsilon_{33} \rangle; \quad \langle \sigma_{13} \rangle = l_{44}^* \langle \varepsilon_{13} \rangle; \quad \langle \sigma_{23} \rangle = l_{55}^* \langle \varepsilon_{23} \rangle; \quad \langle \sigma_{12} \rangle = l_{66}^* \langle \varepsilon_{12} \rangle. \end{aligned} \quad (9)$$

где эффективные деформативные характеристики композитного материала $l_{11}^*, l_{22}^*, l_{33}^*, l_{12}^*, l_{13}^*, l_{23}^*, l_{44}^*, l_{55}^*, l_{66}^*$ являются функциями макродеформаций $\langle \varepsilon_{pq} \rangle$.

Эффективные модули упругости l_{pq}^* слоисто-волокнутого композита определяются формулами [7, 8]

$$\begin{aligned} l_{11}^* &= \lambda_{12}^* + (\lambda_{22}^* - \lambda_{12}^*) \sin^4 \gamma + (\lambda_{11}^* - \lambda_{12}^*) \cos^4 \gamma + \lambda_{55}^* \sin^2 2\gamma; \\ l_{12}^* &= \lambda_{12}^* + \frac{1}{4}(\lambda_{11}^* + \lambda_{22}^* - 2\lambda_{12}^* - 4\lambda_{55}^*) \sin^2 2\gamma; \quad l_{13}^* = \lambda_{12}^* + \lambda_{23}^* \sin^2 \gamma; \quad l_{23}^* = \lambda_{12}^* + \lambda_{23}^* \cos^2 \gamma; \\ l_{22}^* &= \lambda_{12}^* + (\lambda_{22}^* - \lambda_{12}^*) \cos^4 \gamma + (\lambda_{11}^* - \lambda_{12}^*) \sin^2 \gamma + \lambda_{55}^* \sin^2 2\gamma; \quad l_{33}^* = \lambda_{22}^*; \\ l_{66}^* &= l_{66} - \frac{l_{36}^2}{l_{33}^*}; \quad l_{44}^* = l_{44} - \frac{l_{45}^2}{l_{55}^*}; \quad l_{55}^* = l_{55} - \frac{l_{45}^2}{l_{44}}, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} l_{36} &= \frac{1}{2}(\lambda_{12}^* - \lambda_{23}^*) \sin 2\gamma; \quad l_{66} = \lambda_{55}^* + \frac{1}{4}(\lambda_{11}^* + \lambda_{22}^* - 2\lambda_{12}^* - 4\lambda_{55}^*) \sin^2 2\gamma; \\ l_{44} &= \frac{1}{2}(\lambda_{22}^* - \lambda_{23}^*) \sin^2 \gamma + \lambda_{55}^* \cos^2 \gamma; \quad l_{45} = \frac{1}{4}(2\lambda_{55}^* - \lambda_{22}^* + \lambda_{23}^*) \sin 2\gamma; \\ l_{55} &= \frac{1}{2}(\lambda_{22}^* - \lambda_{23}^*) \cos^2 \gamma + \lambda_{55}^* \sin^2 \gamma. \end{aligned} \quad (11)$$

В общей системе координат средние слое деформации $\langle \varepsilon_{pq} \rangle$ связаны с макродеформациями $\langle \varepsilon_{pq} \rangle$ соотношениями

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_{km} \rangle &= \langle \varepsilon_{km} \rangle \quad (k, m = 1, 2); \quad \langle \varepsilon_{33} \rangle = \langle \varepsilon_{33} \rangle \mp \frac{2l_{36}}{l_{33}^*} \langle \varepsilon_{12} \rangle; \\ \langle \varepsilon_{13} \rangle &= \langle \varepsilon_{13} \rangle \mp \frac{2l_{45}}{l_{55}^*} \langle \varepsilon_{23} \rangle; \quad \langle \varepsilon_{23} \rangle = \langle \varepsilon_{23} \rangle \mp \frac{2l_{45}}{l_{44}} \langle \varepsilon_{13} \rangle. \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь знак “–” относится к слоям с ориентацией волокон γ , знак “+” – к слоям с ориентацией волокон $-\gamma$.

Зависимости (2) – (8), (10) – (12) представляют собой систему нелинейных уравнений для определения эффективных деформативных характеристик композита и средних деформаций в волокнах и связующем слое.

Алгоритм для определения эффективных деформативных свойств и напряженно-деформированного состояния композита. Решение системы нелинейных уравнений (2) – (8), (10) – (12) можем построить итерационным методом по следующей схеме. Примем, что объемные деформации и напряжения в волокнах и связующем связаны линейно, то есть их модули объемного сжатия $K_\chi = \lambda_\chi + \frac{2}{3}\mu_\chi$ ($\chi = 1, 2$) не зависят от деформаций, а девиаторы напряжений и деформаций связаны нелинейным законом

$$\langle \sigma_{pq}^\chi \rangle = 2\mu_\chi (J_\varepsilon^\chi) \langle \varepsilon_{pq}^\chi \rangle; \quad J_\varepsilon^\chi = (\langle \varepsilon_{pq}^\chi \rangle \langle \varepsilon_{pq}^\chi \rangle)^{1/2} \quad (\chi = 1, 2) \quad (13)$$

При этом предполагаем, что нелинейные диаграммы деформирования волокон и связующего при малых деформациях имеют линейные участки, которым соответствуют модули сдвига соответственно $\mu_1(0)$ и $\mu_2(0)$.

Эффективные деформативные характеристики волокнутого композита, образующего слой, в локальной системе координат слоя в n -ом приближении $\lambda_{11}^{*(n)}, \lambda_{22}^{*(n)}, \lambda_{12}^{*(n)}, \lambda_{23}^{*(n)}, \lambda_{55}^{*(n)}$ определяются формулами

$$\begin{aligned}
\lambda_{11}^{*(n)} &= c_1[\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + 2\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)})] + c_2[\lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) + 2\mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})] - \\
&\quad - \frac{c_1 c_2 [\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)})]^2}{c_1[\lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) + \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})] + c_2[\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)})] + m}; \\
\lambda_{12}^{*(n)} &= c_1 \lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + c_2 \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - \\
&\quad - \frac{c_1 c_2 [\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})][\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)})]}{c_1[\lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) + \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})] + c_2[\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)})] + m}; \\
\lambda_{22}^{*(n)} + \lambda_{23}^{*(n)} &= 2c_1[\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)})] + 2c_2[\lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) + \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})] - \\
&\quad - \frac{2c_1 c_2 [\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})]^2}{c_1[\lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) + \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})] + c_2[\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)})] + m}; \\
\lambda_{22}^{*(n)} - \lambda_{23}^{*(n)} &= 2c_1 \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + 2c_2 \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - \frac{2c_1 c_2 [\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})]^2}{c_1 \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)}) + c_2 \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + \frac{mn}{n+2m}}; \\
\lambda_{55}^{*(n)} &= c_1 \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + c_2 \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - \frac{c_1 c_2 [\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})]^2}{c_1 \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)}) + c_2 \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + m}, \tag{14}
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\lambda_\chi(J_\varepsilon^{\chi(n)}) &= K_\chi - \frac{2}{3} \mu_\chi(J_\varepsilon^{\chi(n)}) \quad (\chi = 1, 2); \\
m &= c_1 \mu_1(0) + c_2 \mu_2(0); \quad n = c_1[\lambda_1(0) + \mu_1(0)] + c_2[\lambda_2(0) + \mu_2(0)], \tag{15}
\end{aligned}$$

если жесткость связующего слоя больше жесткости волокон в этом слое, и

$$m = \left[\frac{c_1}{\mu_1(0)} + \frac{c_2}{\mu_2(0)} \right]^{-1}; \quad n = \left[\frac{c_1}{\lambda_1(0) + \mu_1(0)} + \frac{c_2}{\lambda_2(0) + \mu_2(0)} \right]^{-1}, \tag{16}$$

если жесткость волокон слоя больше жесткости связующего этого слоя.

Эффективные деформативные характеристики слоисто-волокнистого композитного материала косоугольной намотки в глобальной системе координат в n -ом приближении связаны с эффективными характеристиками волокнистого композита в n -ом приближении (14) – (16) зависимостями

$$\begin{aligned}
l_{11}^{*(n)} &= \lambda_{12}^{*(n)} + (\lambda_{22}^{*(n)} - \lambda_{12}^{*(n)}) \sin^4 \gamma + (\lambda_{11}^{*(n)} - \lambda_{12}^{*(n)}) \cos^4 \gamma + \lambda_{55}^{*(n)} \sin^2 2\gamma; \\
l_{12}^{*(n)} &= \lambda_{12}^{*(n)} + \frac{1}{4} (\lambda_{11}^{*(n)} + \lambda_{22}^{*(n)} - 2\lambda_{12}^{*(n)} - 4\lambda_{55}^{*(n)}) \sin^2 2\gamma; \\
l_{13}^{*(n)} &= \lambda_{12}^{*(n)} + \lambda_{23}^{*(n)} \sin^2 \gamma; \quad l_{23}^{*(n)} = \lambda_{12}^{*(n)} + \lambda_{23}^{*(n)} \cos^2 \gamma; \\
l_{22}^{*(n)} &= \lambda_{12}^{*(n)} + (\lambda_{22}^{*(n)} - \lambda_{12}^{*(n)}) \cos^4 \gamma + (\lambda_{11}^{*(n)} - \lambda_{12}^{*(n)}) \sin^2 \gamma + \lambda_{55}^{*(n)} \sin^2 2\gamma; \quad l_{33}^{*(n)} = \lambda_{22}^{*(n)}; \\
l_{66}^{*(n)} &= l_{66}^{(n)} - \frac{(l_{36}^{(n)})^2}{l_{33}^{*(n)}}; \quad l_{44}^{*(n)} = l_{44}^{(n)} - \frac{(l_{45}^{(n)})^2}{l_{55}^{*(n)}}; \quad l_{55}^{*(n)} = l_{55}^{(n)} - \frac{(l_{45}^{(n)})^2}{l_{44}^{(n)}}, \tag{17}
\end{aligned}$$

где

$$l_{36}^{(n)} = \frac{1}{2} (\lambda_{12}^{*(n)} - \lambda_{23}^{*(n)}) \sin 2\gamma; \quad l_{66}^{(n)} = \lambda_{55}^{*(n)} + \frac{1}{4} (\lambda_{11}^{*(n)} + \lambda_{22}^{*(n)} - 2\lambda_{12}^{*(n)} - 4\lambda_{55}^{*(n)}) \sin^2 2\gamma;$$

$$l_{44}^{(n)} = \frac{1}{2}(\lambda_{22}^{*(n)} - \lambda_{23}^{*(n)}) \sin^2 \gamma + \lambda_{55}^{*(n)} \cos^2 \gamma; \quad l_{45}^{(n)} = \frac{1}{4}(2\lambda_{55}^{*(n)} - \lambda_{22}^{*(n)} + \lambda_{23}^{*(n)}) \sin 2\gamma;$$

$$l_{55}^{(n)} = \frac{1}{2}(\lambda_{22}^{*(n)} - \lambda_{23}^{*(n)}) \cos^2 \gamma + \lambda_{55}^{*(n)} \sin^2 \gamma. \quad (18)$$

Средние в слоях деформации в $(n+1)$ -ом приближении $\langle \varepsilon_{pq} \rangle^{(n+1)}$ связаны с макродеформациями $\langle \varepsilon_{pq} \rangle$ соотношениями

$$\langle \varepsilon_{km} \rangle^{(n+1)} = \langle \varepsilon_{km} \rangle \quad (k, m = 1, 2); \quad \langle \varepsilon_{33} \rangle^{(n+1)} = \langle \varepsilon_{33} \rangle \mp \frac{2l_{36}^{(n)}}{l_{33}^{*(n)}} \langle \varepsilon_{12} \rangle;$$

$$\langle \varepsilon_{13} \rangle^{(n+1)} = \langle \varepsilon_{13} \rangle \mp \frac{2l_{45}^{(n)}}{l_{55}^{(n)}} \langle \varepsilon_{23} \rangle; \quad \langle \varepsilon_{23} \rangle^{(n+1)} = \langle \varepsilon_{23} \rangle \mp \frac{2l_{45}^{(n)}}{l_{44}^{(n)}} \langle \varepsilon_{13} \rangle. \quad (19)$$

Средние в слоях деформации в $(n+1)$ -ом приближении в локальной $\langle \varepsilon_{pq} \rangle_l^{(n+1)}$ и глобальной $\langle \varepsilon_{pq} \rangle^{(n+1)}$ системах координат этого слоя связаны зависимостями

$$\langle \varepsilon_{11} \rangle_l^{(n+1)} = \langle \varepsilon_{11} \rangle^{(n+1)} \cos^2 \gamma + \langle \varepsilon_{22} \rangle^{(n+1)} \sin^2 \gamma + \langle \varepsilon_{12} \rangle^{(n+1)} \sin 2\gamma;$$

$$\langle \varepsilon_{22} \rangle_l^{(n+1)} = \langle \varepsilon_{11} \rangle^{(n+1)} \sin^2 \gamma + \langle \varepsilon_{22} \rangle^{(n+1)} \cos^2 \gamma - \langle \varepsilon_{12} \rangle^{(n+1)} \sin 2\gamma; \quad \langle \varepsilon_{33} \rangle_l^{(n+1)} = \langle \varepsilon_{33} \rangle^{(n+1)};$$

$$\langle \varepsilon_{12} \rangle_l^{(n+1)} = \langle \varepsilon_{12} \rangle^{(n+1)} \cos 2\gamma + \frac{1}{2}(\langle \varepsilon_{22} \rangle^{(n+1)} - \langle \varepsilon_{11} \rangle^{(n+1)}) \sin 2\gamma;$$

$$\langle \varepsilon_{13} \rangle_l^{(n+1)} = \langle \varepsilon_{13} \rangle^{(n+1)} \cos \gamma + \langle \varepsilon_{23} \rangle^{(n+1)} \sin \gamma;$$

$$\langle \varepsilon_{23} \rangle_l^{(n+1)} = -\langle \varepsilon_{13} \rangle^{(n+1)} \sin \gamma + \langle \varepsilon_{23} \rangle^{(n+1)} \cos \gamma. \quad (20)$$

В локальной системе координат средние в волокнах $\langle \varepsilon_{pq}^1 \rangle^{(n+1)}$ и связующем $\langle \varepsilon_{pq}^2 \rangle^{(n+1)}$ слоя деформации в $(n+1)$ -ом приближении связаны со средними деформациями в слое $(n+1)$ -ом приближении $\langle \varepsilon_{pq} \rangle_l^{(n+1)}$ зависимостями:

в волокнах

$$\langle \varepsilon_{11}^1 \rangle^{(n+1)} = \frac{1}{\Delta_1^{(n+1)}} \{[(\lambda_{11}^{*(n)} - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - 2\mu_2(J_\varepsilon^{2(n)}))a_1^{(n+1)} - 2(\lambda_{12}^{*(n)} - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}))a_2^{(n+1)}] \langle \varepsilon_{11} \rangle_l^{(n+1)} +$$

$$+ [(\lambda_{12}^{*(n)} - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}))a_1^{(n+1)} - (\lambda_{22}^{*(n)} + \lambda_{23}^{*(n)} - 2\lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - 2\mu_2(J_\varepsilon^{2(n)}))a_2^{(n+1)}] (\langle \varepsilon_{22} \rangle_l^{(n+1)} + \langle \varepsilon_{33} \rangle_l^{(n+1)})\};$$

$$\langle \varepsilon_{pq}^1 \rangle^{(n+1)} = \frac{\lambda_{22}^{*(n)} - \lambda_{23}^{*(n)} - 2\mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})}{2c_1[\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})]} \langle \varepsilon_{pq} \rangle_l^{(n+1)} + \frac{1}{\Delta_1^{(n+1)}} \{[(\lambda_{12}^{*(n)} - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}))(a_1^{(n+1)} - a_2^{(n+1)}) -$$

$$- (\lambda_{11}^{*(n)} - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - 2\mu_2(J_\varepsilon^{2(n)}))a_2^{(n+1)}] \langle \varepsilon_{11} \rangle_l^{(n+1)} +$$

$$+ [-(\lambda_{22}^{*(n)} - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - 2\mu_2(J_\varepsilon^{2(n)}))a_2^{(n+1)} + (\lambda_{23}^{*(n)} - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}))a_1^{(n+1)} -$$

$$- (\lambda_{12}^{*(n)} - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}))a_2^{(n+1)}] (\langle \varepsilon_{22} \rangle_l^{(n+1)} + \langle \varepsilon_{33} \rangle_l^{(n+1)})\};$$

$$\langle \varepsilon_{1q}^1 \rangle^{(n+1)} = \frac{\lambda_{55}^{*(n)} - \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})}{c_1[\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})]} \langle \varepsilon_{1q} \rangle_l^{(n+1)} \quad (p, q = 2, 3), \quad (21)$$

в связующем

$$\langle \varepsilon_{11}^2 \rangle^{(n+1)} = \frac{1}{\Delta_2^{(n+1)}} \{[(\lambda_{11}^{*(n)} - \lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - 2\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}))a_1^{(n+1)} - 2(\lambda_{12}^{*(n)} - \lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}))a_2^{(n+1)}] \langle \varepsilon_{11} \rangle_l^{(n+1)} +$$

$$\begin{aligned}
& + [(\lambda_{12}^{*(n)} - \lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}))a_1^{(n+1)} - (\lambda_{22}^{*(n)} + \lambda_{23}^{*(n)} - 2\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - 2\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}))a_2^{(n+1)}](\langle \varepsilon_{22} \rangle_l^{(n+1)} + \langle \varepsilon_{33} \rangle_l^{(n+1)}) \}; \\
\langle \varepsilon_{pq}^2 \rangle^{(n+1)} & = \frac{\lambda_{22}^{*(n)} - \lambda_{23}^{*(n)} - 2\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)})}{2c_2[\mu_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)})]} \langle \varepsilon_{pq} \rangle_l^{(n+1)} + \frac{1}{\Delta_2^{(n+1)}} \{ [(\lambda_{12}^{*(n)} - \lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}))a_1^{(n+1)} - a_2^{(n+1)} - \\
& - (\lambda_{11}^{*(n)} - \lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - 2\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}))a_2^{(n+1)}] \langle \varepsilon_{11} \rangle_l^{(n+1)} + \\
& + [-(\lambda_{22}^{*(n)} - \lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - 2\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}))a_2^{(n+1)} + (\lambda_{23}^{*(n)} - \lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}))a_1^{(n+1)} - \\
& - (\lambda_{12}^{*(n)} - \lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}))a_2^{(n+1)}] (\langle \varepsilon_{22} \rangle_l^{(n+1)} + \langle \varepsilon_{33} \rangle_l^{(n+1)}) \}; \\
\langle \varepsilon_{1q}^2 \rangle^{(n+1)} & = \frac{\lambda_{55}^{*(n)} - \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)})}{c_2[\mu_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)})]} \langle \varepsilon_{1q} \rangle_l^{(n+1)} \quad (p, q = 2, 3), \quad (22)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\Delta_1^{(n+1)} & = 2c_1[\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})][3\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + 2\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - 3\lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - 2\mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})]; \\
\Delta_2^{(n+1)} & = 2c_2[\mu_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)})][3\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + 2\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - 3\lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - 2\mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})]; \\
a_1^{(n+1)} & = 2[\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})]; \quad a_2^{(n+1)} = [\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)})]. \quad (23)
\end{aligned}$$

В качестве нулевого приближения выбирается случай линейного деформирования слоисто-волокнутого композитного материала.

Исследование влияния нелинейности компонентов на деформирование композита. В качестве конкретной задачи исследуем нелинейное деформирование слоисто-волокнутого композитного материала, у которого модули объемного сжатия волокон K_1 и связующего K_2 в слоях постоянны, а модули сдвига μ_χ ($\chi = 1, 2$) задаются функциями

$$\mu_1(J_\varepsilon^1) = \begin{cases} \mu_{01}, & J_\varepsilon^1 < \frac{k_1}{2\mu_{01}}; \\ \mu_{01} - \mu'_1 \left(1 - \frac{k_1}{2J_\varepsilon^1}\right), & J_\varepsilon^1 \geq \frac{k_1}{2\mu_{01}}; \end{cases} \quad \mu_2(J_\varepsilon^2) = \begin{cases} \mu_{02}, & J_\varepsilon^2 < \frac{k_2}{2\mu_{02}}; \\ \mu'_2 + \left(1 - \frac{\mu'_2}{\mu_{02}}\right) \frac{k_{i2}}{2J_\varepsilon^2}, & J_\varepsilon^2 \geq \frac{k_2}{2\mu_{02}}, \end{cases} \quad (24)$$

где $\mu_{0\chi}$, μ'_χ , $k_\chi = \sigma_{0\chi} \sqrt{\frac{2}{3}}$ – постоянные волокон (при $\chi = 1$) и связующего (при $\chi = 2$) слоя, $\sigma_{0\chi}$ – предел их текучести, $J_\varepsilon^\chi = (\langle \varepsilon_{pq}^\chi \rangle' < \varepsilon_{pq}^\chi \rangle')^{1/2}$, $\langle \varepsilon_{pq}^\chi \rangle'$ – девиатор средних в волокнах (при $\chi = 1$) или связующем (при $\chi = 2$) деформаций.

При выполнении расчетов в качестве компонентов взяты соответственно стекловолокна, которые имеют диаграмму нелинейного деформирования (3.12) с постоянными [2, 8, 10, 11]

$$K_1 = 27,78 \text{ ГПа}; \quad \mu_{01} = 20,83 \text{ ГПа}; \quad \mu'_1 = 0,184 \text{ ГПа}; \quad \sigma_{01} = 1,8 \text{ ГПа}, \quad (25)$$

объемным содержанием $c_1 = 0; 0,2; 0,4; 0,6; 1,0$

и эпоксидная матрица, которая имеет диаграмму линейного упрочнения (3.13) с постоянными [2, 10-12]

$$K_2 = 3,33 \text{ ГПа}; \quad \mu_{02} = 1,11 \text{ ГПа}; \quad \mu'_2 = 0,02 \text{ ГПа}; \quad \sigma_{02} = 0,12 \text{ ГПа}. \quad (26)$$

На основе полученных зависимостей были исследованы эффективные диаграммы нелинейного деформирования слоисто-волокнутого композитного материала при различных объемных концентрациях компонентов в слоях и различных значениях угла намотки.

В случае, когда задано одноосное растяжение композита

$$\langle \varepsilon_{11} \rangle \neq 0; \quad \langle \sigma_{22} \rangle = \langle \sigma_{33} \rangle = 0, \quad (27)$$

макронапряжения $\langle \sigma_{11} \rangle$ композита связаны с макродеформациями $\langle \varepsilon_{11} \rangle$ соотношением

$$\langle \sigma_{11} \rangle = \frac{1}{l_{22}^* l_{33}^* - (l_{23}^*)^2} [l_{11}^* l_{22}^* l_{33}^* + 2l_{12}^* l_{13}^* l_{23}^* - (l_{12}^*)^2 l_{33}^* - (l_{13}^*)^2 l_{22}^* - (l_{23}^*)^2 l_{11}^*] \langle \varepsilon_{11} \rangle. \quad (28)$$

При этом в уравнениях имеют место равенства

$$\langle \varepsilon_{22} \rangle = \frac{l_{13}^* l_{23}^* - l_{12}^* l_{33}^*}{l_{22}^* l_{33}^* - (l_{23}^*)^2} \langle \varepsilon_{11} \rangle; \quad \langle \varepsilon_{33} \rangle = \frac{l_{12}^* l_{23}^* - l_{13}^* l_{22}^*}{l_{22}^* l_{33}^* - (l_{23}^*)^2} \langle \varepsilon_{11} \rangle. \quad (29)$$

На рис. 3 показаны кривые зависимостей $\langle \sigma_{11} \rangle / \mu_2$ от $\langle \varepsilon_{11} \rangle$ для разных значений угла намотки $\gamma = \pi/12, \pi/6, \pi/4$. Здесь сплошной линией изображены кривые деформирования при $\gamma = \pi/12$, штриховой линией – при $\gamma = \pi/6$ и точечной линией – при $\gamma = \pi/4$.

В случае, когда задано одноосное растяжение композита

$$\langle \varepsilon_{22} \rangle \neq 0; \quad \langle \sigma_{11} \rangle = \langle \sigma_{33} \rangle = 0, \quad (30)$$

макронапряжения $\langle \sigma_{22} \rangle$ композита связаны с макродеформациями $\langle \varepsilon_{22} \rangle$ соотношением

$$\langle \sigma_{22} \rangle = \frac{1}{l_{11}^* l_{33}^* - (l_{13}^*)^2} [l_{11}^* l_{22}^* l_{33}^* + 2l_{12}^* l_{13}^* l_{23}^* - (l_{12}^*)^2 l_{33}^* - (l_{13}^*)^2 l_{22}^* - (l_{23}^*)^2 l_{11}^*] \langle \varepsilon_{22} \rangle. \quad (31)$$

При этом в уравнениях имеют место равенства

$$\langle \varepsilon_{11} \rangle = \frac{l_{13}^* l_{23}^* - l_{12}^* l_{33}^*}{l_{11}^* l_{33}^* - (l_{13}^*)^2} \langle \varepsilon_{22} \rangle; \quad \langle \varepsilon_{33} \rangle = \frac{l_{12}^* l_{13}^* - l_{23}^* l_{11}^*}{l_{11}^* l_{33}^* - (l_{13}^*)^2} \langle \varepsilon_{22} \rangle \quad (32)$$

На рис. 4 показаны кривые зависимостей $\langle \sigma_{22} \rangle / \mu_2$ от $\langle \varepsilon_{22} \rangle$ для разных значений угла намотки $\gamma = \pi/12, \pi/6, \pi/4$. Здесь приняты те же обозначения, что и на рис. 3.

Графики показывают существенное влияние нелинейности деформативных свойств компонентов на деформирование стекловолокнита. Как видно, при $c_1 > 0$ кривые зависимостей $\langle \sigma_{11} \rangle / \mu_2$ от $\langle \varepsilon_{11} \rangle$ имеют параболический характер, а для зависимости $\langle \sigma_{22} \rangle / \mu_2$ от $\langle \varepsilon_{22} \rangle$ при $0 < c_1 < 0,4$ кривая деформирования состоит из двух линейных участков.

Величина угла намотки γ существенно влияет на кривые деформирования для зависимости $\langle \sigma_{11} \rangle / \mu_2$ от $\langle \varepsilon_{11} \rangle$. С увеличением угла γ для фиксированной деформации $\langle \varepsilon_{11} \rangle$ напряжение $\langle \sigma_{11} \rangle$ возрастает. Для зависимости $\langle \sigma_{22} \rangle / \mu_2$ от $\langle \varepsilon_{22} \rangle$ с увеличением угла γ для фиксированной деформации $\langle \varepsilon_{22} \rangle$ напряжение $\langle \sigma_{22} \rangle$ убывает, причем для достаточно больших углов γ ($\gamma = \pi/6 \div \pi/4$) влияние угла намотки γ на кривые деформирования несущественно.

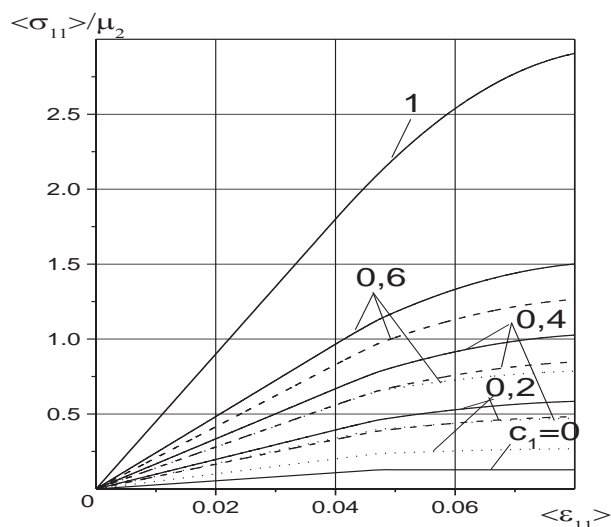


Рис. 3. Кривые зависимостей макронапряжения $\langle \sigma_{11} \rangle$ от макродеформации $\langle \varepsilon_{11} \rangle$ для разных значений угла намотки γ .

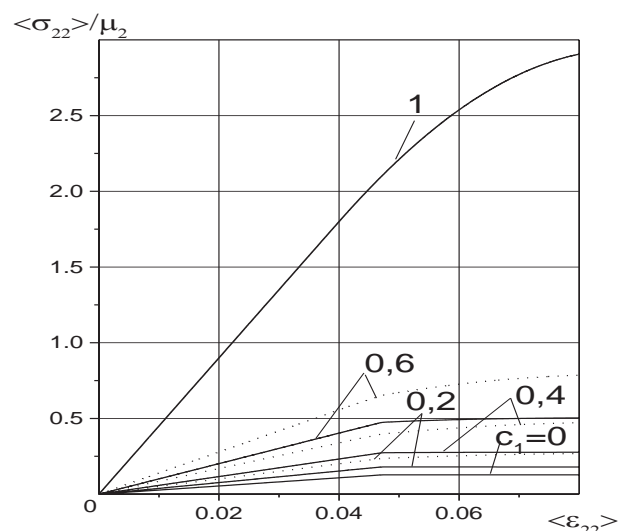


Рис. 4. Кривые зависимостей макронапряжения $\langle \sigma_{22} \rangle$ от макродеформации $\langle \varepsilon_{22} \rangle$ для разных значений угла намотки γ .

Выводы. В настоящей работе решена задача о нелинейном деформировании слоисто-волоконистых композитных материалов косоугольной намотки с физически нелинейными компонентами. Для таких материалов предложена модель нелинейного деформирования, построены алгоритмы определения эффективных деформативных свойств и напряженно-деформированного состояния, а также исследовано влияние нелинейности на деформирование композита.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каудерер Г. Нелинейная механика. – М.: Изд-во иностр. лит., 1961. – 777 с.
2. Вулф Б. К., Ромадин К. П. Авиационное материаловедение. – Москва: Машиностроение, 1967. – 422 с.
3. Шидула Е. Н., Хорошун Л. П. Нелинейное деформирование волоконистых материалов // Водний транспорт. Збірник наукових праць Київської державної академії водного транспорту імені гетьмана Петра Конашевича-Сагайдачного. – К.: КДАВТ, 2016. – № 2 (25). – С. 29 - 36.
4. Хорошун Л. П., Шидула Е. Н. Модель нелинейного деформирования волоконистых композитных материалов с физически нелинейными компонентами // XVI Міжнародна наукова конференція «Математичні проблеми технічної механіки». – 2016. – С.
5. Хорошун Л. П. Методы теории случайных функций в задачах о макроскопических свойствах микронеоднородных сред // Прикл. механика. – 1978. – 14. № 2. – С. 3-17.
6. Хорошун Л. П. Метод условных моментов в задачах механики композитных материалов // Прикл. механика. – 1987. – 23, № 10. – С. 100-108.
7. Хорошун Л. П., Маслов Б. П., Шидула Е. Н., Назаренко Л. В. Статистическая механика и эффективные свойства материалов. – Киев: Наук, думка, 1993. – 389 с. (Механика композитов: в 12-ти т.; Т. 3).
8. Гузь А. Н., Хорошун Л. П., Ванин Г. А. и др. Механика материалов. – Киев: Наук, думка, 1982. – 368 с. (Механика композитных материалов и элементов конструкций: В 3-х т.; Т. 1).
9. Хорошун Л. П., Шидула Е. Н. Нелинейные деформативные свойства дисперсно-упрочненных материалов // Механика композитных материалов. – 2002. – 38, № 4. – С. 473-486.
10. Крегерс А. Ф. Математическое моделирование термического расширения пространственно армированных композитов // Механика композитных материалов. – 1988. – № 3. – С. 433-441.
11. Михеев С. В., Строганов Г. Б., Ромашин А. Г. Керамические и композиционные материалы в авиационной технике. – Москва: Альтекс, 2002. – 276 с.

Шикула О.М.

ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ АЛГОРИТМУ ВИЗНАЧЕННЯ ЕФЕКТИВНИХ ДЕФОРМАТИВНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ФІЗИЧНО НЕЛІНІЙНИХ ШАРУВАТО-ВОЛОКНИСТИХ МАТЕРІАЛІВ КОСОКУТНЬОГО НАМОТУВАННЯ

В статті запропонована модель нелінійного деформування шарувато-волокнистих матеріалів косокутного намотування з фізично нелійними компонентами. Побудовано алгоритм для визначення їх ефективних деформативних властивостей і напружено-деформованого стану. Досліджено нелінійне деформування шарувато-волокнистих композитних матеріалів. Одержано криві деформування для різних видів простого навантаження. Досліджено вплив нелінійності компонентів та величини кута намотування на деформування композита. Встановлено, що нелінійність компонентів та величина кута намотування суттєво впливають на ефективні деформативні властивості та напружено-деформований стан шарувато-волокнистих композитів.

Ключові слова: шарувато-волокнисті композитні матеріали косокутного намотування, фізична нелінійність, напружено-деформований стан, ефективні деформативні властивості

Shikula E.

PROGRAM IMPLEMENTATION OF THE ALGORITHM FOR THE DETERMINATION OF EFFECTIVE DEFORMATIVE PROPERTIES OF PHYSICALLY NON-LINEAR LAYERED-FIBROUS MATERIALS OF A OBLIQUE-ANGLED WINDING

A model of nonlinear deformation of layered-fibrous composite materials of oblique-angled winding under physically nonlinear deformation of components is formulated. Algorithms of determination of their effective deformative properties and stress-strain state is constructed. The nonlinear deformation of layered-fibrous composites is investigated. Deformation curves for different types of simple loading are constructed. Influence of a nonlinearity of the deformation of components and value of winding angle on the effective deformative properties of composite materials is studied. It is established that the nonlinearity of the components and value of winding angle significantly effect on the effective deformative properties and stress-strain state of layered-fibrous composites.

Keywords: layered-fibrous composite materials of oblique-angled winding, physically nonlinear deformation of components, effective deformative properties, the influence of nonlinearity.