Осуществлена математическая формализация критериальных определений с использованием модели неориентированного графа, что будет способствовать повышению безопасности плавания водных транспортных средств с учетом специфики функционирования транспортной системы Украины. Приведены основные отличия устойчивости функционирования системы от понятия функциональной стойкости, что характеризует изменение экранных координат при расчетном и измененном состоянии системы.

Ключевые слова: *безопасность судоходства, инструментальный метод навигации, функциональная стойкость, критериальные определения, неориентированный граф, электронно-картографическая система.*

Doronin V., Aleynikov M., Aleynikov V.

OPERATIONAL USE OF THE CRITERIA FOR ASSESSMENT OF FUNCTIONAL STABILITY INSTRUMENTAL METHODS NAVIGATION IN WATERWAYS OF UKRAINE

The paper proposed a method of selecting criteria for assessing the functional stability of the complex system that shows the effect of the introduction of the instrumental method of navigation based on electronic charts systems Inland ECDIS on waterways of Ukraine. Implemented mathematical formalization of critical definitions using the model an undirected graph, that will enhance the safety of water vehicles with navigation-specific functioning of the transport system of Ukraine. The main differences of the resistance of the system of functioning between the concept of functional resistance that characterizes the change in screen coordinates at the design and change in the system condition.

Keywords*: safety of navigation, instrumental navigation method, functional stability, the critical determination, undirected graph, electronic chart system.*

УДК 532.529

Ткаченко Н.Є.

ДВОФАЗНА СУМІШ У РУХОМОМУ ПАРАЛЕЛЕПІПЕДІ ПРИ ІМПУЛЬСНОМУ ВПЛИВОВІ

У статті проведено порівняльний аналіз динамічних процесів у двофазній суміші в нерухомому та рухомому прямокутних паралелепіпедах при зовнішньому імпульсному впливові, використовуючи математичну модель, побудовану на основі кінетичного підходу. Проведено порівняння середніх характеристик руху системи частинок у рухомому та нерухомому паралелепіпедах.

Ключові слова: *двофазна суміш, кінетичний підхід, рухомий прямокутний паралелепіпед, густина розподілу****.***

Постановка проблеми. На практиці в ракетах, кораблях, цистернах, що перевозять паливо, необхідно транспортувати резервуари з двофазними сумішами. Процеси, що відбуваються при цьому, суттєво відрізняються від тих, які мають місце при перевезенні однорідних рідин. Задачі динаміки таких сумішей є важливими та актуальними для сучасної промисловості. Рухомість рідини впливає на керованість відповідних об‘єктів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідженням частинних випадків руху дисперсних сумішей приділяли увагу Нігматуллін Р.І., Ганієв Р.Ф, Український Л.Є., Мелешко В.В. та ін. [1, 2]

Мета дослідження полягає в знаходженні розподілу середніх значень дисперсної суміші в рухомому прямокутному паралелепіпеді, використовуючи статистичну модель, побудовану на основі кінетичної теорії; проведенні порівняльного аналізу середніх величин, що характеризують рух суміші в рухомому та нерухомому паралелепіпедах.

Основні результати дослідження. У даній роботі використовуємо модель опису дисперсної суміші, яка приведена у статті [3]. Методами статистичної механіки [4] побудовані осереднені параметри фаз і відповідні суцільні середовища, якими заміняємо частинки й рідину. Зупинимось тут тільки на основних припущеннях. Розміри частинок значно менші відстаней, на яких осереднені параметри фаз суттєво змінюються. Сили в`язкості рідини враховуються лише при її взаємодії з частинками. На окрему частинку діють сила тяжіння, сила тертя, сила Архімеда, сила, обумовлена прискореним рухом частинок відносно рідини, сила Жуковського і випадкова сила типу Ланжевенівського джерела. Вважаємо, що початкові умови для кожної частинки є випадковими величинами.

Моделі для опису руху системи частинок і рідини будуємо на різних рівнях, а саме: систему частинок описуємо на кінетичному рівні в фазовому просторі однієї частинки (середні величини, що відносяться до фізичного простору, визначаються шляхом осереднення по фазовому простору); рідина описується на гідродинамічному рівні в фізичному просторі, з врахуванням середніх сил взаємодії з додаванням у правих частинах рівнянь осереднених сил взаємодії між фазами [5, 6]. У нашому випадку частинки займають менший об`єм ніж рідина, і середня густина ρ суцільного середовища, яким замінюємо систему частинок, значно менша густини рідини без частинок ρ_p. Для частинок маємо два параметри релаксації: густинний – $n_0 r_0^3$ і дисипативний – γ. Тут $n_0 = \dfrac{N}{\tilde{V}}$, де n_0 – середня густина кількості частинок при відсутності зовнішніх полів, N загальне число частинок, $\tilde{V}$ – весь об`єм, r_0 – приведений радіус частинок. Параметр γ визначає час релаксації по швидкості в дисипативній системі – час, за який встановлюється локальна рівновага системи по швидкостях [5].

Будемо розглядати відкритий паралелепіпед висоти h (до вільної поверхні), ширини $2l_2$ і довжини $2l_1$. У початковий момент часу в ньому знаходиться ідеальна, нестислива рідина в стані гідростатичної рівноваги. Рухому систему координат $OXYZ$ пов’яжемо з паралелепіпедом. Вісь OZ направимо по вертикалі вгору, OY - по горизонталі в напрямку початкового руху посудини. Вільну поверхню рідини приймаємо за площину $OZ = h$ рухомої декартової системи координат. Позначимо $O_1\xi\eta\varsigma$ - нерухому систему координат, яка відповідає початковому положенню паралелепіпеда. В початковий момент часу в площині $Z = \mathrm{h}$ вводяться частинки з початковою середньою швидкістю $\vec{v}_0$ і середньою густиною ρ_0. Крім того в цей же момент часу відбувається імпульсна зміна тиску в площині $Z = \mathrm{h}$. Сам паралелепіпед починає коливатись в горизонтальному напрямку по синусоїдальному закону.

$$W = w_0 \sin \omega t \tag{1}$$

Будемо вивчати відносний рух рідини і системи частинок відносно паралелепіпеда. Рух системи відбувається на двох рівнях: кінетичному і дифузійному. На кінетичному режимі встановлюється локальна рівновага системи частинок по швидкостях, а характеристики рідини не змінюються. Еволюцію системи в просторі і часі розглядаємо на дифузійному режимі [3] при

$$\frac{1}{\gamma} \le t \le \frac{L^2}{D_g} \tag{2}$$

L – максимальний лінійний розмір посудини, де знаходиться дисперсна суміш, D_g – коефіцієнт дифузії на дифузійному режимі.

Для системи частинок на дифузійному режимі можемо використовувати рівняння Колмогорова-Фокера-Планка, або, осереднюючи його по імпульсах, отримаємо кінетичне рівняння типу рівняння Енштейна-Смолуховського.

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{p_c}{m}\left(-\frac{1}{\gamma}\vec{g} + \ddot{\vec{w}}\frac{m}{k} + \frac{\vec{Q}}{\gamma m} \right)\frac{\partial F}{\partial \vec{q}} = D_g \frac{\partial^2 F}{\partial \vec{q}^2}. \tag{3}$$

Тут F – одночастинкова функція густини ймовірності розподілу частинок, p_c – середній імпульс частинок на кінетичному режимі, $\vec{q} = \{q_1, q_2, q_3\}$ – координата в осередненому одночастинковому просторі, $\vec{Q}$ – осереднені непотенціальні сили міжфазової взаємодії. При вивченні процесів е двофазній суміші потрібно задати умови нормування для функції густини ймовірності, початкові, граничні умови для частинок та зовнішнього середовища. Середні величини вираховуємо так, як вказано в роботі [3].

Якщо використовуємо кінетичне рівняння типу рівняння Енштейна-Смолуховського, то середня густина суцільного середовища, яким заміняємо систему частинок, визначається так:

$$\rho(\vec{x}, t) = \frac{N}{V}\int F\delta(\vec{x} - \vec{q}(t))d\vec{q}, \tag{4}$$

$\vec{x} = \{x, y, z\}$ – координата фізичного простору. Аналогічно визначаємо інші середні величини для частинок. У кінетичних рівняннях змінні $\vec{p}, \vec{q}$ відносяться до фазового простору, а змінні фізичного простору x, y, z входять як параметри.

Таким чином, для опису суміші рідина-частинки маємо систему взаємопов’язаних рівнянь: кінетичні рівняння Колмогорова-Фокера-Планка або рівняння (3) і систему рівнянь Ейлера, доповнену в правих частинах осередненими силами взаємодії, які залежать від розв`язків кінетичних рівнянь.

У цьому випадку для рідини маємо систему рівнянь:

$$\frac{\partial \rho_p}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_p \vec{V})}{\partial t} = 0 \tag{5}$$

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{(1 - a_1\rho)}{\rho_p}\frac{\partial P}{\partial \vec{x}} + \frac{k\rho}{m\rho_p}(\vec{v} - \vec{V}) - (\dot{\vec{w}} + \vec{g})\left(1 - a_2\frac{\rho}{\rho_p}\right)\vec{E},$$

$$\vec{E} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}, \tag{6}$$

$$\rho_p c_p \frac{dT}{dt} = -P\frac{d\vec{V}}{dt}, \quad P = \tilde{\rho}_p RT, \tag{7}$$

$\vec{V}$ – швидкість рідини, P – гідродинамічний тиск, a_1, a_2 – коефіцієнти, що залежать від початкової густини рідини і частинок, T – температура рідини, $\vec{v}$ – середня швидкість руху частинок. Початкові умови, що характеризують введення частинок в одній точці та з однією середньою швидкістю, зручно задавати для функції F

$$F\big|_{t=0} = \delta(q_1 - h)\delta(q_2 - h)\delta(q_3 - h)(p_1 - 0)(p_2 - 0)(p_3 - mv_{03})). \qquad (8)$$

Граничні умови задаємо для середніх величин

$$\rho\big|_{Z=h} = \rho_0, \quad \bar{v}\big|_{Z=h} = \bar{v}_0. \qquad (9)$$

Пристінний кнудсеновський шар [4] для частинок не враховуємо. На стінках посудини середня швидкість руху частинок дорівнює нулю. Для рідини

$$\vec{V}_{\vec{\nu}}\big|_{\Gamma} = 0 \quad \vec{V}\big|_{\substack{t=0\\ Z=h}} = 0, \qquad (10)$$

$\vec{\nu}$ – орт нормалі до поверхні посудини, Γ – внутрішня поверхня посудини.

$$P\big|_{\substack{t=0\\ Z=h}} = P_0, \quad P = P_0 + \Delta P \text{ при } Z = h, \quad 0 < t < \tau \qquad (11)$$

Функції $\vec{V} = \vec{V}(x, y, z, t)$, $P = P(x, y, z, t)$ визначаються в фізичному просторі. Вони залежать тільки від середніх величин, які характеризують рух частинок і виражаються через змінні фізичного простору (x, y, z, t). Наша задача зводиться до змінних тільки фізичного простору, тобто можемо розв`язати кінетичні рівняння в загальному вигляді, задовольняючи початковим умовам (8), знаючи розв`язок кінетичного рівняння визначимо в загальному вигляді і вирази для середніх густини ρ і швидкості $\vec{v}$ як функцій змінних фізичного простору.

Будемо розглядати малі коливання дисперсної суміші. Відзначимо, що величини ρ і $\vec{v}$ залежать також від сил, обумовлених взаємодією частинок з рідиною. В подальшому приводимо систему рівнянь до безрозмірного вигляду і опускаємо риски над безрозмірними змінними. Оскільки концентрація частинок у дисперсійній системі мала, то $\rho_0 / \rho_{p_0} << 1$. Цю величину будемо вважати малим параметром. Розкладемо систему рівнянь, що описують рух дисперсійної суміші, в ряди по малому параметру. В нульовому наближенні взаємопов`язана система рівнянь розпадається на систему рівнянь для рідини (це рівняння Ейлера для нестисливої рідини) і рівняння для частинок з відомими початковими та граничними умовами.

Згідно з роботою [8] рух, який виникає в нестисливій ідеальній рідині за рахунок імпульсивного тиску буде потенціальним і в момент безпосередньо після прикладання сил.

$$\vec{V} = grad\varphi. \qquad (12)$$

В нульовому наближенні для рідини маємо

$$\Delta\varphi = 0 \qquad (13)$$

$$P = \frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{P_0}{\rho_p v_0} + \frac{V^2}{2} - \ddot{w}y + (h - z). \qquad (14)$$

Оскільки розглядаємо малі коливання, то граничні умови на вільній деформованій поверхні, рівняння якої нам невідомі, будемо задавати на недеформованій вільній поверхні. Для рідини граничні умови можемо записати через нульові значення зміни потенціалу на бічних поверхнях паралелепіпеду. а на вільній поверхні матимемо

$$\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}+g_1\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)_{z=h_1}=-\omega_0{}^2 y\sin\omega_0 t$$

(15)

Ця формула виражає умову того, що тиск постійний на недеформованій вільній поверхні рідини.

Не будемо приводити тут дуже громіздкі вирази для розв‘язків. Для прикладу наведемо вираз нульового наближення середньої густини розподілу частинок на дифузійному режимі

$1<t<\frac{L}{D_2}$,

$$\rho^0=\rho_0\exp\left\{-\frac{1}{D_2(t-1)}\left\{\left(x-\frac{a_1}{2}\right)^2+\left[y-\frac{a_1}{2}+C_6(\cos\omega_0 t-\beta_1)-B_4\sum_{\nu=1,3,5}\frac{chb_1\nu z\sin b_1\nu y(\cos\omega_0 t-\beta_1)}{\nu(\nu\, shb_2\nu-b\, chb_2\nu)}\right]^2+\right\}-\right.$$

$$\left.+\left[z-h_1+B_2(t-1)+B_5\sum_{\nu=1,3,5}\frac{shb_1\nu z\cos b_1\nu y}{\nu(\nu\, shb_1\nu-b\, chb_1\nu)}(\cos\omega_0 t-\beta_1)\right]^2\right\},$$

(16)

Розв’язок проведено до другого наближення. Опишемо характер розподілу середньої густини частинок в паралелепіпеді, який коливається. Порівняємо його з відповідним розподілом в нерухомому паралелепіпеді [3]. Протягом кінетичного режиму частинки рухаються з постійною густиною вниз таким же чином, як і в нерухомій посудині. Середня швидкість частинок не змінюється. На зміну швидкостей впливають як процеси всередині системи частинок, так і процеси, обумовлені взаємодією частинок з середовищем, що оточує їх. Флуктуації в самій системі частинок відбуваються суттєво швидше, ніж в рідині, яка оточує частинки. При встановленні рівноважного стану по швидкостях основний вплив на зміну швидкості мають флуктуації в системі частинок, а не хвильовий рух рідини. Період коливань рідини й паралелепіпеда суттєво більше тривалості кінетичного режиму. Хвильовий рух рідини не встигає вплинути на процес релаксації частинок. Частинки намагаються встановити рівновагу по швидкостях на мікрорівні. Середні характеристики руху частинок не встигають змінитись за цей час. Середня швидкість руху частинок направлена вниз і дорівнює швидкості вприскування частинок.

На дифузійному режимі маємо суттєві відмінності в поведінці частинок у рухомій і нерухомій посудині. В нерухомій посудині частинки намагаються рівномірно розподілитися по всьому об’єму. Середня густина частинок зменшується з плином часу. Хвильовий рух рідини заважає рівномірному розподілу частинок. На експоненціальні залежності від координат накладаються гармонічні складові, обумовлені взаємодією з хвильовим рухом рідини, який заважає розповсюдженню частинок. У рухомому паралелепіпеді також маємо експоненціальну залежність від координат і часу. Хвильовий рух рідини практично мало впливає на розповсюдження частинок по осі OX, заважає руху в напрямку руху паралелепіпеда (вісь OY), сприяє руху в напрямку осі OZ. На експоненціальні криві накладаються гармонічні складові, які мають особливі точки. Криві, що характеризують розповсюдження частинок вздовж вертикальної осі та в напрямку руху паралелепіпеда мають суттєві випуклості в окремих областях простору різні для кожного фіксованого моменту часу. При достатньо високих частотах коливань паралелепіпеда утворюються області локалізації частинок, які змінюють своє положення при зміні комбінацій параметрів системи.

Висновки. Досліджено рух системи рідина-частинки в рухомому паралелепіпеді, обумовлений вводом частинок у рідину і прикладанням імпульсивного тиску на вільній поверхні рідини, використовуючи модель двофазного середовища рідина-частинки, яка побудована на основі статистичного підходу. Знайдено закон розподілу середньої густини частинок на кінетичному та дифузійному режимі. Проведено порівняння розподілу середньої густини частинок у рухомому і нерухомому паралелепіпедах.

ЛІТЕРАТУРА

1. Нигматуллин Р. И. Основы механики гетерогенних сред. – М.: Наука, 1978. – 336 с.
2. Безымянная Э. Н., Гуржий А. А., Яременко Я. В. Идентификация областей интенсивной адвенкции выделенной жидкости внутри прямоугольной полости с подвижными границами // Вісник Харківського Національного Університету. – 2011. – № 960. – С. 13-20.
3. Ткаченко Н. Є. Розподіл компонентів двухфазної суміші в паралелепіпеді при імпульсному впливові // Водний транспорт. – 2016. – № 2(25). – С. 63-69.
4. Климонтович Ю. Л. Кинетическая теория неидеального газа и неидеальной плазмы. – М.: Наука, 1975. – 352 с.
5. Ткаченко Н. Е., Ткаченко С. Е. Двухфазная смесь в зазоре // Вісник Київського національного університету ім. Т. Шевченка. – 2001. – № 5. – С. 360-364.
6. Климонтович Ю. Л. Кинетическая теория неидеального газа и неидеальной плазмы. – М.: Наука, 1975. – 352 с.
7. Кильчевский Н. А., Кильчинская Г. А., Ткаченко Н. Е. Аналитическая механика континуальных систем. – К.: Наукова думка, 1979. – 188 с.
8. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. М.: Гостехиздат, 1963, 1. – 560 с.

Ткаченко Н.Е.

ДВУХФАЗНАЯ СМЕСЬ В ПОДВИЖНОМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДЕ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Проведено сравнительный анализ динамических процессов двухфазной смеси в неподвижном и подвижном прямоугольном параллелепипедах при внешнем импульсном воздействии, используя математическую модель, построенную на основе кинетического подхода. Проведено сравнение средних характеристик движения системы частиц при импульсном воздействии.

Ключевые слова: *двухфазная смесь, кинетический подход, подвижный прямоугольный параллелепипед, плотность распределения.*

Tkachenko N.

TWO-PHASE MIXTURE COMPONENTS IN THE PARALLELEPIPED AT IMPULSE ACTION

The distribution of components of the two-phase mixture in the vessel, having the shape of a rectangular parallelepiped, at external pulsed action, using a mathematical model, built on the basis of the kinetic approach. The average characteristics of the motion of the particles of the system at pulse exposure are determined.

Keywords*: two-phase mixture, kinetic approach, density of particles distribution.*