

Шикла Е.Н., Хорошун Л.П., Демяненко С.К., Иваненко В.М.

НЕЛИНЕЙНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ВОЛОКНИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ

В статье исследовано нелинейное деформирование волокнистых композитных материалов. Предложена модель нелинейного деформирования волокнистых материалов с физически нелинейными стохастическими компонентами. Построен алгоритм для определения эффективных деформативных свойств и напряженно-деформированного состояния волокнистых композитных материалов, а также кривые деформирования для различных видов простого нагружения. Исследовано влияние нелинейности компонентов на деформирование композита. Установлено, что нелинейность компонентов существенно влияет на эффективные деформативные свойства и напряженно-деформированное состояние волокнистых композитов.

Ключевые слова: волокнистые композитные материалы, физическая нелинейность, напряженно-деформированное состояние, эффективные деформативные свойства.

Постановка проблемы. При достаточно высоком уровне нагрузок многие композитные материалы проявляют нелинейный характер зависимостей между макронапряжениями и макродеформациями вследствие физически нелинейного деформирования компонентов. Такой вид нелинейности характерен для композитов на основе пластической металлической матрицы, а также на основе полимеров при повышенных температурах. Однако, экспериментальные исследования показывают [1], что при достаточно высоких температурах нелинейно деформируются также высокомодульные материалы типа стекловолокон. На рис. 1 приведены графики экспериментальной зависимости напряжения от деформации для органического стекла при различных температурах. Как видим, при температуре 80° зависимость между напряжением и деформацией имеет параболический характер. Поэтому представляет интерес исследование физически нелинейного деформирования композитных материалов при нелинейном деформировании как матрицы, так и волокон.

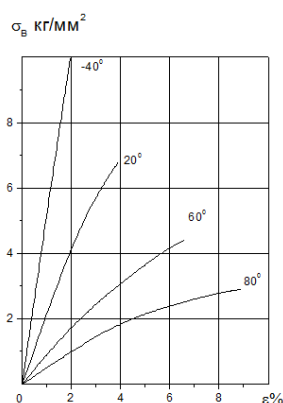


Рисунок 1 – Экспериментальная зависимость напряжения от деформации для органического стекла при различных температурах

Анализ последних достижений и публикаций. Нелинейные волокнистые и слоисто-волокнистые композитные материалы изучались многими авторами: Е.В. Карпов, С.А. Капустин, В.А. Горохов, Ю.А. Чурилов, Ю.Г. Слепнев, С.А. Вульфман, Т.Д. Семькина,

Л.П. Цуканова, Р.Г. Куликов, Н.А. Труфанов, А.М. Полатов, Л.В. Назаренко и др. Однако, авторы или рассматривали материалы с нелинейной или упругопластической матрицей и упругими волокнами, или применяли упрощенную теорию трансверсально-упругой пластичности, предложенную Б.Я. Победря. Но не было исследовано деформирование волокнистых композитов в случае нелинейного деформирования как связующего, так и волокон.

Цель исследования. Построение модели нелинейного деформирования волокнистых композитных материалов с нелинейно деформирующимися матрицей и волокнами.

Основные результаты исследования. Исходные уравнения. Рассмотрим однонаправленный волокнистый композитный материал с нелинейно деформирующимися изотропными компонентами, находящийся в условиях однородных макродеформаций. Ось x_3 направим вдоль волокон. Тогда зависимости между напряжениями σ_{ij} и деформациями ε_{ij} можно представить в виде

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{pp} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (\lambda = K - 2\mu/3; \quad i, j, p = 1, 2, 3), \quad (1)$$

где модули объемного сжатия K и сдвига μ – случайные функции координат, принимающие значения соответственно K_1, μ_1 и K_2, μ_2 для волокон и связующего, причем объемные деформации компонентов являются линейными, т.е. модули объемного сжатия K_1, K_2 не зависят от деформаций, а сдвиговые деформации описываются нелинейными диаграммами.

Если макрообъем композита находится в условиях макрооднородного деформирования, то микронапряжения σ_{ij} и микродеформации ε_{ij} будут статистически однородными случайными функциями координат, удовлетворяющими свойству эргодичности. Поэтому их математические ожидания $\langle \sigma_{ij} \rangle, \langle \varepsilon_{ij} \rangle$ в произвольной точке макрообъема равны соответственно микронапряжениям и макродеформациям [2, 3]. На основе уравнений равновесия:

$$\sigma_{ij,j} = 0, \quad (2)$$

соотношений Коши

$$\varepsilon_{ij} = u_{(i,j)} \equiv \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3)$$

и зависимостей (1) приходим к физически и статистически нелинейным уравнениям равновесия относительно перемещений u_i

$$\begin{aligned} \lambda(u_{r,r})_{,k} + [\mu(u_{k,r}^0 + u_{r,k}^0)]_{,r} &= -(\lambda \langle \varepsilon_{pp} \rangle \delta_{kl} + 2\mu \langle \varepsilon_{kl} \rangle)_{,l}, \\ (\mu(u_{3,r}^0)_{,r} &= -(2\mu \langle \varepsilon_{k3} \rangle)_{,k} \quad (k, l, r = 1, 2, p = 1, 2, 3). \end{aligned} \quad (4)$$

Флуктуации перемещений u_j^0 пренебрежимо малы по сравнению с их средними значениями при $x_j \rightarrow \infty$, поэтому на бесконечности флуктуации перемещений принимаем равными нулю.

Усредняя соотношения (1), получаем выражения для средних напряжений в виде

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = c_1 \lambda_1 \langle \varepsilon_{pp}^1 \rangle \delta_{ij} + c_2 \lambda_2 \langle \varepsilon_{pp}^2 \rangle \delta_{ij} + 2c_1 \mu_1 \langle \varepsilon_{ij}^1 \rangle + 2c_2 \mu_2 \langle \varepsilon_{ij}^2 \rangle, \quad (5)$$

где c_1 и c_2 – объемные концентрации соответственно волокон и связующего.

Нелинейные уравнения для определения эффективных деформативных свойств и напряженно-деформированного состояния композита. Воспользовавшись функцией Грина, уравнения (4) можно привести к интегральной форме. При помощи метода условных моментов [2-4], усредняя эти уравнения по условной плотности, получим систему алгебраических уравнений относительно средних деформаций компонентов. Определим из этой системы средние деформации компонентов $\langle \varepsilon_{ij}^1 \rangle$ и $\langle \varepsilon_{ij}^2 \rangle$ как функции средних деформаций композита $\langle \varepsilon_{ij} \rangle$:

- В ВОЛОКНАХ

$$\begin{aligned}
\langle \varepsilon_{pq}^1 \rangle &= \frac{\lambda_{11}^* - \lambda_{12}^* - 2\mu_2}{2c_1(\mu_1 - \mu_2)} \langle \varepsilon_{pq} \rangle + \\
&+ \frac{1}{\Delta_1} \{ [-(\lambda_{11}^* - \lambda_2 - 2\mu_2)a_2 + (\lambda_{12}^* - \lambda_2)a_1 - (\lambda_{13}^* - \lambda_2)a_2] \langle \varepsilon_{rr} \rangle + \\
&\quad + [(\lambda_{13}^* - \lambda_2)(a_1 - a_2) - (\lambda_{33}^* - \lambda_2 - 2\mu_2)a_2] \langle \varepsilon_{33} \rangle \}; \\
\langle \varepsilon_{33}^1 \rangle &= \frac{1}{\Delta_1} \{ [(\lambda_{13}^* - \lambda_2)a_1 - (\lambda_{11}^* + \lambda_{12}^* - 2\lambda_2 - 2\mu_2)a_2] \langle \varepsilon_{rr} \rangle + \\
&\quad + [(\lambda_{33}^* - \lambda_2 - 2\mu_2)a_1 - 2(\lambda_{13}^* - \lambda_2)a_2] \langle \varepsilon_{33} \rangle \}; \\
\langle \varepsilon_{q3}^1 \rangle &= \frac{\lambda_{44}^* - \mu_2}{c_1(\mu_1 - \mu_2)} \langle \varepsilon_{q3} \rangle \quad (p, q, r=1, 2), \tag{6}
\end{aligned}$$

- в связующем

$$\begin{aligned}
\langle \varepsilon_{pq}^2 \rangle &= \frac{\lambda_{11}^* - \lambda_{12}^* - 2\mu_1}{2c_2(\mu_2 - \mu_1)} \langle \varepsilon_{pq} \rangle + \\
&+ \frac{1}{\Delta_2} \{ [-(\lambda_{11}^* - \lambda_1 - 2\mu_1)a_2 + (\lambda_{12}^* - \lambda_1)a_1 - (\lambda_{13}^* - \lambda_1)a_2] \langle \varepsilon_{rr} \rangle + \\
&\quad + [(\lambda_{13}^* - \lambda_1)(a_1 - a_2) - (\lambda_{33}^* - \lambda_1 - 2\mu_1)a_2] \langle \varepsilon_{33} \rangle \}; \\
\langle \varepsilon_{33}^2 \rangle &= \frac{1}{\Delta_2} \{ [(\lambda_{13}^* - \lambda_1)a_1 - (\lambda_{11}^* + \lambda_{12}^* - 2\lambda_1 - 2\mu_1)a_2] \langle \varepsilon_{rr} \rangle + \\
&\quad + [(\lambda_{33}^* - \lambda_1 - 2\mu_1)a_1 - 2(\lambda_{13}^* - \lambda_1)a_2] \langle \varepsilon_{33} \rangle \}; \\
\langle \varepsilon_{q3}^2 \rangle &= \frac{\lambda_{44}^* - \mu_1}{c_2(\mu_2 - \mu_1)} \langle \varepsilon_{q3} \rangle \quad (p, q, r=1, 2), \tag{7}
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\Delta_1 &= 2c_1(\mu_1 - \mu_2)(3\lambda_1 + 2\mu_1 - 3\lambda_2 - 2\mu_2); \quad \Delta_2 = 2c_2(\mu_2 - \mu_1)(3\lambda_1 + 2\mu_1 - 3\lambda_2 - 2\mu_2); \\
a_1 &= 2(\lambda_1 + \mu_1 - \lambda_2 - \mu_2); \quad a_2 = (\lambda_1 - \lambda_2). \tag{8}
\end{aligned}$$

Подставив (6) – (8) в соотношения (5), получим зависимости между макронапряжениями $\langle \sigma_{pq} \rangle$ и макродеформациями $\langle \varepsilon_{pq} \rangle$, которые можно записать в виде

$$\begin{aligned}
\langle \sigma_{pq} \rangle &= (\lambda_{11}^* - \lambda_{12}^*) \langle \varepsilon_{pq} \rangle + (\lambda_{12}^* \langle \varepsilon_{rr} \rangle + \lambda_{13}^* \langle \varepsilon_{33} \rangle) \delta_{pq}; \\
\langle \sigma_{33} \rangle &= \lambda_{13}^* \langle \varepsilon_{rr} \rangle + \lambda_{33}^* \langle \varepsilon_{33} \rangle; \quad \langle \sigma_{p3} \rangle = 2\lambda_{44}^* \langle \varepsilon_{p3} \rangle \quad (p, q, r=1, 2), \tag{9}
\end{aligned}$$

причем эффективные деформативные характеристики композита λ_{11}^* , λ_{12}^* , λ_{13}^* , λ_{33}^* , λ_{44}^* будут функциями макродеформаций $\langle \varepsilon_{pq} \rangle$.

Для волокнистого композитного материала эффективные деформативные характеристики λ_{11}^* , λ_{12}^* , λ_{13}^* , λ_{33}^* , λ_{44}^* определяются через модули объемного сжатия и сдвига волокон K_1 , μ_1 и связующего K_2 , μ_2 формулами [4, 5]

$$\lambda_{11}^* + \lambda_{12}^* = 2c_1(\lambda_1 + \mu_1) + 2c_2(\lambda_2 + \mu_2) - \frac{2c_1c_2(\lambda_1 + \mu_1 - \lambda_2 - \mu_2)^2}{c_1(\lambda_2 + \mu_2) + c_2(\lambda_1 + \mu_1) + m};$$

$$\begin{aligned}
\lambda_{11}^* - \lambda_{12}^* &= 2c_1\mu_1 + 2c_2\mu_2 - \frac{2c_1c_2(\mu_1 - \mu_2)^2}{c_1\mu_2 + c_2\mu_1 + \frac{mn}{n+2m}}; \\
\lambda_{13}^* &= c_1\lambda_1 + c_2\lambda_2 - \frac{c_1c_2(\lambda_1 + \mu_1 - \lambda_2 - \mu_2)(\lambda_1 - \lambda_2)}{c_1(\lambda_2 + \mu_2) + c_2(\lambda_1 + \mu_1) + m}; \\
\lambda_{33}^* &= c_1(\lambda_1 + 2\mu_1) + c_2(\lambda_2 + 2\mu_2) - \frac{c_1c_2(\lambda_1 - \lambda_2)^2}{c_1(\lambda_2 + \mu_2) + c_2(\lambda_1 + \mu_1) + m}; \\
\lambda_{44}^* &= c_1\mu_1 + c_2\mu_2 - \frac{c_1c_2(\mu_1 - \mu_2)^2}{c_1\mu_2 + c_2\mu_1 + m},
\end{aligned} \tag{10}$$

где

$$\lambda_\nu = K_\nu - \frac{2}{3}\mu_\nu \quad (\nu = 1, 2); \tag{11}$$

$$m = c_1\mu_1 + c_2\mu_2; \quad n = c_1(\lambda_1 + \mu_1) + c_2(\lambda_2 + \mu_2), \tag{12}$$

если жесткость связующего больше жесткости волокон, и

$$m = \left(\frac{c_1}{\mu_1} + \frac{c_2}{\mu_2} \right)^{-1}; \quad n = \left(\frac{c_1}{\lambda_1 + \mu_1} + \frac{c_2}{\lambda_2 + \mu_2} \right)^{-1}, \tag{13}$$

если жесткость волокон больше жесткости связующего.

Зависимости (6) – (8), (10) – (13) представляют собой систему нелинейных уравнений для определения эффективных деформативных характеристик композита и средних деформаций в его волокнах и связующем.

Алгоритм для определения эффективных деформативных свойств и напряженно-деформированного состояния композита. Решение системы нелинейных уравнений (6) – (8), (10) – (13) можем построить итерационным методом по следующей схеме. Примем, что объемные деформации и напряжения в волокнах и связующем связаны линейно, то есть их модули объемного сжатия K_1, K_2 не зависят от деформаций, а девиаторы напряжений и деформаций связаны нелинейным законом

$$\langle \sigma_{pq}^v \rangle = 2\mu_\nu (J_\varepsilon^v) \langle \varepsilon_{pq}^v \rangle; \quad J_\varepsilon^v = (\langle \varepsilon_{pq}^v \rangle' \langle \varepsilon_{pq}^v \rangle')^{1/2} \quad (\nu = 1, 2), \tag{14}$$

При этом предполагаем, что нелинейные диаграммы деформирования волокон и связующего при малых деформациях имеют линейные участки, которым соответствуют модули сдвига соответственно $\mu_1(0)$ и $\mu_2(0)$.

Эффективные деформативные характеристики волокнистого композита в n -ом приближении $\lambda_{11}^{*(n)}, \lambda_{12}^{*(n)}, \lambda_{13}^{*(n)}, \lambda_{33}^{*(n)}, \lambda_{44}^{*(n)}$ определяются формулами

$$\begin{aligned}
\frac{\lambda_{11}^{*(n)} + \lambda_{12}^{*(n)}}{2} &= c_1[\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)})] + c_2[\lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) + \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})] - \\
&\quad - \frac{c_1c_2[\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - \lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})]^2}{c_1[\lambda_2(J_\varepsilon^{2(n)}) + \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})] + c_2[\lambda_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + \mu_1(J_\varepsilon^{1(n)})] + \mu_c}; \\
\frac{\lambda_{11}^{*(n)} - \lambda_{12}^{*(n)}}{2} &= c_1\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + c_2\mu_2(J_\varepsilon^{2(n)}) - \frac{c_1c_2[\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) - \mu_2(J_\varepsilon^{2(n)})]^2}{c_1\mu_2(J_\varepsilon^{2(n)}) + c_2\mu_1(J_\varepsilon^{1(n)}) + \frac{\mu_c(\lambda_c + \mu_c)}{\lambda_c + 3\mu_c}};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_{13}^{*(n)} &= c_1 \lambda_1 (J_\varepsilon^{1(n)}) + c_2 \lambda_2 (J_\varepsilon^{2(n)}) - \\
& - \frac{c_1 c_2 [\lambda_1 (J_\varepsilon^{1(n)}) + \mu_1 (J_\varepsilon^{1(n)}) - \lambda_2 (J_\varepsilon^{2(n)}) - \mu_2 (J_\varepsilon^{2(n)})] [\lambda_1 (J_\varepsilon^{1(n)}) - \lambda_2 (J_\varepsilon^{2(n)})]}{c_1 [\lambda_2 (J_\varepsilon^{2(n)}) + \mu_2 (J_\varepsilon^{2(n)})] + c_2 [\lambda_1 (J_\varepsilon^{1(n)}) + \mu_1 (J_\varepsilon^{1(n)})] + \mu_c}, \\
\lambda_{33}^{*(n)} &= c_1 [\lambda_1 (J_\varepsilon^{1(n)}) + 2\mu_1 (J_\varepsilon^{1(n)})] + c_2 [\lambda_2 (J_\varepsilon^{2(n)}) + 2\mu_2 (J_\varepsilon^{2(n)})] - \\
& - \frac{c_1 c_2 [\lambda_1 (J_\varepsilon^{1(n)}) - \lambda_2 (J_\varepsilon^{2(n)})]^2}{c_1 [\lambda_2 (J_\varepsilon^{2(n)}) + \mu_2 (J_\varepsilon^{2(n)})] + c_2 [\lambda_1 (J_\varepsilon^{1(n)}) + \mu_1 (J_\varepsilon^{1(n)})] + \mu_c}, \\
\lambda_{44}^{*(n)} &= c_1 \mu_1 (J_\varepsilon^{1(n)}) + c_2 \mu_2 (J_\varepsilon^{2(n)}) - \frac{c_1 c_2 [\mu_1 (J_\varepsilon^{1(n)}) - \mu_2 (J_\varepsilon^{2(n)})]^2}{c_1 \mu_2 (J_\varepsilon^{2(n)}) + c_2 \mu_1 (J_\varepsilon^{1(n)}) + \mu_c}, \tag{15}
\end{aligned}$$

где

$$\lambda_\nu (J_\varepsilon^{\nu(n)}) = K_\nu - \frac{2}{3} \mu_\nu (J_\varepsilon^{\nu(n)}) \quad (\nu = 1, 2); \tag{16}$$

$$\mu_c = c_1 \mu_1 (0) + c_2 \mu_2 (0); \quad \lambda_c = c_1 [\lambda_1 (0) + \mu_1 (0)] + c_2 [\lambda_2 (0) + \mu_2 (0)], \tag{17}$$

если жесткость связующего слоя больше жесткости волокон, и

$$\mu_c = \left[\frac{c_1}{\mu_1 (0)} + \frac{c_2}{\mu_2 (0)} \right]^{-1}; \quad \lambda_c = \left[\frac{c_1}{\lambda_1 (0) + \mu_1 (0)} + \frac{c_2}{\lambda_2 (0) + \mu_2 (0)} \right]^{-1}, \tag{18}$$

если жесткость волокон слоя больше жесткости связующего.

Средние по компонентам деформации в $(n+1)$ -ом приближении $\langle \varepsilon_{ij}^\nu \rangle^{(n+1)}$

определяются через макродеформации $\langle \varepsilon_{ij} \rangle$ по формулам

$$\begin{aligned}
\langle \varepsilon_{ij}^\nu \rangle^{(n+1)} &= (-1)^{\nu+1} \left\{ \frac{\lambda_{11}^{*(n)} - \lambda_{12}^{*(n)} - 2\mu_{3-\nu} (J_\varepsilon^{(3-\nu)(n)})}{2c_\nu [\mu_2 (J_\varepsilon^{2(n)}) - \mu_1 (J_\varepsilon^{1(n)})]} \langle \varepsilon_{ij} \rangle + \right. \\
& + \frac{2[\lambda_{12}^{*(n)} - \lambda_{3-\nu} (J_\varepsilon^{(3-\nu)(n)})] [\mu_2 (J_\varepsilon^{2(n)}) - \mu_1 (J_\varepsilon^{1(n)})] - [\lambda_{11}^{*(n)} + \lambda_{13}^{*(n)} - 2\lambda_{12}^{*(n)} - 2\mu_{3-\nu} (J_\varepsilon^{(3-\nu)(n)})] [\lambda_2 (J_\varepsilon^{2(n)}) - \lambda_1 (J_\varepsilon^{1(n)})]}{6c_\nu (K_2 - K_1) [\mu_2 (J_\varepsilon^{2(n)}) - \mu_1 (J_\varepsilon^{1(n)})]} \langle \varepsilon_{rr} \rangle \delta_{ij} + \\
& + \left. \frac{2[\lambda_{13}^{*(n)} - \lambda_{3-\nu} (J_\varepsilon^{(3-\nu)(n)})] [\mu_2 (J_\varepsilon^{2(n)}) - \mu_1 (J_\varepsilon^{1(n)})] - [\lambda_{33}^{*(n)} - \lambda_{13}^{*(n)} - 2\mu_{3-\nu} (J_\varepsilon^{(3-\nu)(n)})] [\lambda_2 (J_\varepsilon^{2(n)}) - \lambda_1 (J_\varepsilon^{1(n)})]}{6c_\nu (K_2 - K_1) [\mu_2 (J_\varepsilon^{2(n)}) - \mu_1 (J_\varepsilon^{1(n)})]} \langle \varepsilon_{33} \rangle \delta_{ij} \right\}; \\
\langle \varepsilon_{33}^\nu \rangle^{(n)} &= (-1)^{\nu+1} \times \\
& \times \left\{ \frac{2[\lambda_{13}^{*(n)} - \lambda_{3-\nu} (J_\varepsilon^{(3-\nu)(n)})] [\mu_2 (J_\varepsilon^{2(n)}) - \mu_1 (J_\varepsilon^{1(n)})] - [\lambda_{11}^{*(n)} + \lambda_{12}^{*(n)} - 2\lambda_{13}^{*(n)} - 2\mu_{3-\nu} (J_\varepsilon^{(3-\nu)(n)})] [\lambda_2 (J_\varepsilon^{2(n)}) - \lambda_1 (J_\varepsilon^{1(n)})]}{6c_\nu (K_2 - K_1) [\mu_2 (J_\varepsilon^{2(n)}) - \mu_1 (J_\varepsilon^{1(n)})]} \langle \varepsilon_{rr} \rangle + \right. \\
& + \left. \frac{[\lambda_{33}^{*(n)} - \lambda_{3-\nu} (J_\varepsilon^{(3-\nu)(n)}) - 2\mu_{3-\nu} (J_\varepsilon^{(3-\nu)(n)})] [\mu_2 (J_\varepsilon^{2(n)}) - \mu_1 (J_\varepsilon^{1(n)})] - [\lambda_{33}^{*(n)} - \lambda_{13}^{*(n)} - 2\mu_{3-\nu} (J_\varepsilon^{(3-\nu)(n)})] [\lambda_2 (J_\varepsilon^{2(n)}) - \lambda_1 (J_\varepsilon^{1(n)})]}{3c_\nu (K_2 - K_1) [\mu_2 (J_\varepsilon^{2(n)}) - \mu_1 (J_\varepsilon^{1(n)})]} \langle \varepsilon_{33} \rangle \right\}; \\
\langle \varepsilon_{i3}^\nu \rangle^{(n)} &= (-1)^{\nu+1} \frac{\lambda_{44}^{*(n)} - \mu_{3-\nu} (J_\varepsilon^{(3-\nu)(n)})}{c_\nu [\mu_2 (J_\varepsilon^{2(n)}) - \mu_1 (J_\varepsilon^{1(n)})]} \langle \varepsilon_{i3} \rangle \quad (i, j, r = 1, 2). \tag{19}
\end{aligned}$$

В качестве нулевого приближения выбирается случай линейного деформирования волокнистого композитного материала.

Исследование влияния не линейности компонентов на деформирование композита.

В качестве конкретной задачи исследуем нелинейное деформирование волокнистого

композитного материала, у которого модули объемного сжатия волокон K_1 и связующего K_2 постоянны, а модули сдвига μ_ν ($\nu = 1, 2$) задаются функциями

$$\mu_1(J_\varepsilon^1) = \begin{cases} \mu_{01}, & J_\varepsilon^1 < \frac{k_1}{2\mu_{01}}; \\ \mu_{01} - \mu'_1 \left(1 - \frac{k_1}{2J_\varepsilon^1}\right), & J_\varepsilon^1 \geq \frac{k_1}{2\mu_{01}}; \end{cases} \quad (20)$$

$$\mu_2(J_\varepsilon^2) = \begin{cases} \mu_{02}, & J_\varepsilon^2 < \frac{k_2}{2\mu_{02}}; \\ \mu'_2 + \left(1 - \frac{\mu'_2}{\mu_{02}}\right) \frac{k_{i2}}{2J_\varepsilon^2}, & J_\varepsilon^2 \geq \frac{k_2}{2\mu_{02}}, \end{cases} \quad (21)$$

где $\mu_{0\nu}$, μ'_ν , $k_\nu = \sigma_{0\nu} \sqrt{\frac{2}{3}}$ – постоянные волокон (при $\nu=1$) и связующего (при $\nu=2$) материала, $\sigma_{0\nu}$ – предел их текучести, $J_\varepsilon^\nu = (\langle \varepsilon_{pq}^\nu \rangle' \langle \varepsilon_{pq}^\nu \rangle')^{1/2}$, $\langle \varepsilon_{pq}^\nu \rangle'$ – девиатор средних в волокнах или связующем деформаций.

При выполнении расчетов в качестве компонентов взяты соответственно стекловолокна, которые имеют диаграмму нелинейного деформирования (20) с постоянными [1, 6-8]

$$K_1 = 27,78 \text{ ГПа}; \quad \mu_{01} = 20,83 \text{ ГПа}; \quad \mu'_1 = 0,184 \text{ ГПа}; \quad \sigma_{01} = 1,8 \text{ ГПа}, \quad (22)$$

объемным содержанием $c_1 = 0; 0,2; 0,4; 0,6; 1,0$

и эпоксидная матрица, которая имеет диаграмму линейного упрочнения (21) с постоянными [1, 7-9]

$$K_2 = 3,33 \text{ ГПа}; \quad \mu_{02} = 1,11 \text{ ГПа}; \quad \mu'_2 = 0,02 \text{ ГПа}; \quad \sigma_{02} = 0,12 \text{ ГПа}. \quad (23)$$

На основе полученных зависимостей были исследованы эффективные диаграммы нелинейного деформирования волокнистого композитного материала при различных объемных концентрациях компонентов в слоях.

В случае, когда задано одноосное растяжение композита

$$\langle \varepsilon_{11} \rangle \neq 0; \quad \langle \sigma_{22} \rangle = \langle \sigma_{33} \rangle = 0, \quad (24)$$

согласно (9) макронапряжения $\langle \sigma_{11} \rangle$ композита связаны с макродеформациями $\langle \varepsilon_{11} \rangle$ соотношением

$$\langle \sigma_{11} \rangle = \frac{\lambda_{11}^* - \lambda_{12}^*}{\lambda_{11}^* \lambda_{33}^* - (\lambda_{13}^*)^2} [(\lambda_{11}^* + \lambda_{12}^*) \lambda_{33}^* - 2(\lambda_{13}^*)^2] \langle \varepsilon_{11} \rangle. \quad (25)$$

При этом в уравнениях имеют место равенства

$$\langle \varepsilon_{22} \rangle = \frac{(\lambda_{13}^*)^2 - \lambda_{12}^* \lambda_{33}^*}{\lambda_{11}^* \lambda_{33}^* - (\lambda_{13}^*)^2} \langle \varepsilon_{11} \rangle; \quad \langle \varepsilon_{33} \rangle = \frac{(\lambda_{12}^* - \lambda_{11}^*) \lambda_{13}^*}{\lambda_{11}^* \lambda_{33}^* - (\lambda_{13}^*)^2} \langle \varepsilon_{11} \rangle. \quad (26)$$

На рис. 2 показаны кривые зависимостей $\langle \sigma_{11} \rangle / \mu_2$ от $\langle \varepsilon_{11} \rangle$ для разных значений объемного содержания волокон c_1 .

В случае, когда задано одноосное растяжение композита

$$\langle \varepsilon_{33} \rangle \neq 0; \quad \langle \sigma_{11} \rangle = \langle \sigma_{22} \rangle = 0, \quad (27)$$

согласно (11) макронапряжения $\langle \sigma_{33} \rangle$ композита связаны с макродеформациями $\langle \varepsilon_{33} \rangle$ соотношением

$$\langle \sigma_{33} \rangle = \frac{1}{\lambda_{11}^* + \lambda_{12}^*} [(\lambda_{11}^* + \lambda_{12}^*)\lambda_{33}^* - 2(\lambda_{13}^*)^2] \langle \varepsilon_{33} \rangle. \quad (28)$$

При этом в уравнениях имеют место равенства

$$\langle \varepsilon_{11} \rangle = \langle \varepsilon_{22} \rangle = \frac{-\lambda_{13}^*}{\lambda_{11}^* + \lambda_{12}^*} \langle \varepsilon_{33} \rangle. \quad (29)$$

На рис. 3 показаны кривые зависимостей $\langle \sigma_{33} \rangle / \mu_2$ от $\langle \varepsilon_{33} \rangle$ для разных значений объемного содержания волокон c_1 .

Графики показывают существенное влияние нелинейности деформативных свойств компонентов на деформирование стекловолокнита. Как видно, при $c_1 > 0$ кривые зависимостей $\langle \sigma_{11} \rangle / \mu_2$ от $\langle \varepsilon_{11} \rangle$ имеют параболический характер, а для зависимости $\langle \sigma_{33} \rangle / \mu_2$ от $\langle \varepsilon_{33} \rangle$ при $0 < c_1 < 0,4$ кривая деформирования состоит из двух линейных участков.

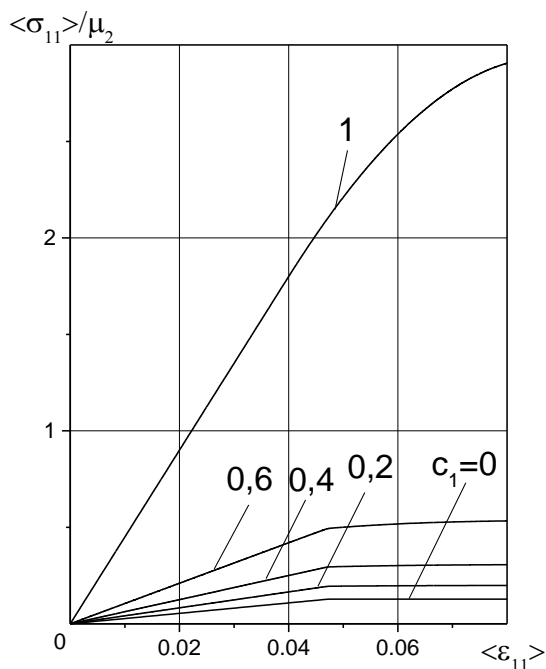


Рисунок 2 – Графики зависимостей макронапряжения от макродеформации при одноосном растяжении [24]

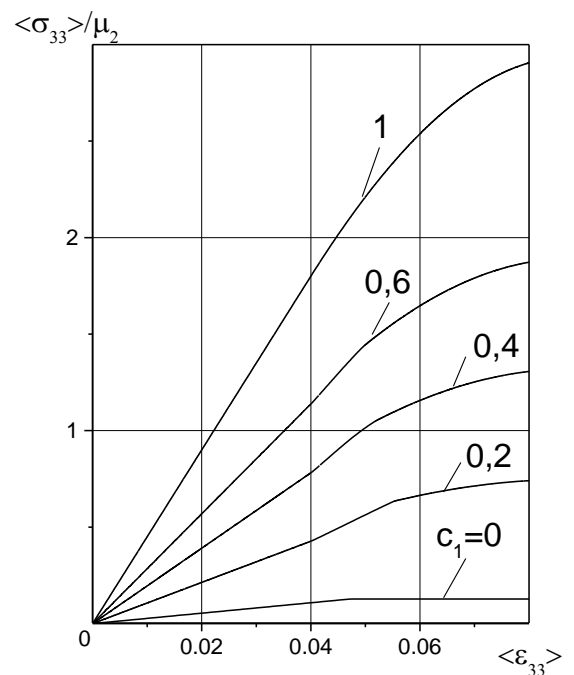


Рисунок 3 – Графики зависимостей макронапряжения от макродеформации при одноосном растяжении [27]

Выводы. В настоящей работе предложено решение задачи о нелинейном деформировании волокнистых композитных материалов с физически нелинейными компонентами. Для волокнистых композитных материалов предложена модель нелинейного деформирования, построены алгоритмы определения эффективных деформативных свойств и напряженно-деформированного состояния, а также исследовано влияние нелинейности на деформирование композита.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вулф Б. К., Ромадин К. П. Авиационное материаловедение. – Москва: Машиностроение, 1967. – 422с.
2. Хорошун Л. П. Методы теории случайных функций в задачах о макроскопических свойствах микронеоднородных сред // Прикл. механика. – 1978. – 14. № 2. – С. 3-17.
3. Хорошун Л. П. Метод условных моментов в задачах механики композитных материалов // Прикл. механика. – 1987. – 23, № 10. – С. 100-108.
4. Хорошун Л. П., Маслов Б. П., Шикула Е. Н., Назаренко Л. В. Статистическая механика и эффективные свойства материалов. – Киев: Наук, думка, 1993. – 389 с. (Механика композитов: в 12-ти т.; Т. 3).
5. Хорошун Л. П., Шикула Е. Н. Нелинейные деформативные свойства дисперсно-упрочненных материалов // Механика композитных материалов. – 2002. – 38, № 4. – С. 473-486.
6. Крегерс А. Ф. Математическое моделирование термического расширения пространственно армированных композитов // Механика композитных материалов. – 1988. – № 3. – С. 433-441.
7. Михеев С. В., Строганов Г. Б., Ромашин А. Г. Керамические и композиционные материалы в авиационной технике. – Москва: Альтекс, 2002. – 276 с.
8. Белов А. Ф., Бенедиктовна Г. П., Висков А. С. и др. Строение и свойства авиационных материалов – Москва: Металлургия, 1989. – 368 с.
9. Гузь А. Н., Хорошун Л. П., Ванин Г. А. и др. Механика материалов. – Киев: Наук, думка, 1982. – 368 с. (Механика композитных материалов и элементов конструкций: в 3-х т.; т. 1).

Шикула Е.Н., Хорошун Л.П., Демьяненко С.К., Иваненко В.Н.
НЕЛІНІЙНЕ ДЕФОРМУВАННЯ ВОЛОКНИСТИХ МАТЕРІАЛІВ

У статті досліджено нелінійне деформування волокнистих композитних матеріалів. Запропоновано модель нелінійного деформування волокнистих матеріалів з фізично нелінійними стохастичними компонентами. Побудовано алгоритм для визначення ефективних деформативних властивостей і напружено-деформованого стану волокнистих композитних матеріалів, а також криві деформування для різних видів простого навантаження. Досліджено вплив нелінійності компонентів на деформування композита. Встановлено, що нелінійність компонентів суттєво впливає на ефективні деформативні властивості та напружено-деформований стан волокнистих композитів.

Ключові слова: волокнисті композитні матеріали, фізична нелінійність, напружено-деформований стан, ефективні деформативні властивості.

Shikula E.N., Khoroshun L.P., Dem'yanenko S.K., Ivanenko V.M.
NONLINEAR DEFORMATION OF OF FIBROUS MATERIALS

The nonlinear deformation of fibrous composites is studied in the article. A model of nonlinear deformation of fibrous composite materials under physically nonlinear deformation of components is formulated. Algorithms of determination of effective deformative properties and stress-strain state of fibrous composite materials as well as the deformation curves for different types of simple loading are constructed. Influence of a nonlinearity of the deformation of components on the effective deformative properties of fibrous composite materials is investigated. It is established that the nonlinearity of the components significantly affects on the effective deformative properties and stress-strain state of fibrous composites.

Keywords: fiber composites, physically nonlinear deformation of components, effective deformative properties, influence of nonlinearity.