

УДК 656.6: 519.863

М.А. Верещака

**СИСТЕМНА ОПТИМІЗАЦІЯ ІНВЕСТИЦІЙ  
У РІЧКОВИЙ ФЛОТ, ПОРТИ ТА ІНФРАСТРУКТУРУ  
ВНУТРІШНІХ ВОДНИХ ШЛЯХІВ**

*У статті побудовані моделі системної оптимізації інвестицій у річковий флот, порти та інфраструктуру внутрішніх водних шляхів, аналітично знайдені оптимальні значення відповідних інвестицій.*

**Ключові слова:** внутрішні водні шляхи, річковий флот, порти, інфраструктура, інвестиції, оптимізація.

*В статье построены модели системной оптимизации инвестиций в речной флот, порты и инфраструктуру внутренних водных путей, аналитически найдены оптимальные значения соответствующих инвестиций.*

**Ключевые слова:** внутренние водные пути, речной флот, порты, инфраструктура, инвестиции, оптимизация.

*Models of system optimization of investments into river fleet, ports and infrastructure of internal water ways are built, optimal values of these investments are analytically determined.*

**Keywords:** internal water ways, river fleet, ports, infrastructure, investment, optimization.

**Постановка загальної проблеми.** Внутрішні водні шляхи відіграють важливу роль у транспортній системі країни, оскільки здатні забезпечити великі обсяги перевезень з низькими витратами на них. Проте стан внутрішніх водних шляхів з часом погіршується в силу природних чинників, тож необхідно періодично проводити днопоглиблювальні роботи, інвестувати у розвиток інфраструктури внутрішніх водних шляхів та пропускної спроможності річкового флоту і портів.

Тож актуальною є проблема визначення обсягів та структури інвестування у внутрішні водні шляхи та пов'язані з ними напрямки.

**Огляд публікацій із загальної проблеми.** Теорія та методологія побудови транспортних систем розглянуті у [1, 2]. Взаємодії різних видів транспорту присвячені роботи [3, 4]. Проблематика саме внутрішнього водного транспорту висвітлена у [5]. Зокрема, інвестиційна діяльність на водному транспорті досліджена у [6]. У [7, 8] побудовані математичні моделі транспортних систем, що дають змогу формалізовано описати їх діяльність.

Проте у наявних публікаціях не вирішена задача визначення необхідних значень інвестицій у розвиток внутрішніх водних шляхів, річкового флоту та портів, які б дозволяли збалансувати їх пропускні спроможності на оптимальному рівні.

Тож **метою даної статті** є системна оптимізація інвестицій у флот, порти та інфраструктуру внутрішніх водних шляхів за допомогою побудови та аналізу відповідних математичних моделей.

**Основний матеріал дослідження.** Розглянемо спочатку випадок інвестування у річковий флот у припущенні достатнього рівня розвитку внутрішніх водних шляхів (якщо інвестиції у їх подальший розвиток не потрібні). Тоді модель оптимізації інвестицій у річковий флот буде мати вигляд:

$$F = \sum_{t=0}^T \frac{d \cdot Q_1}{(1+R)^t} - I_1 \rightarrow \max_{I_1 \geq 0}, \quad (1)$$

де  $F$  – чиста приведена вартість інвестиційного проекту розвитку річкового флоту;

$d$  – чистий дохід від одиниці перевезеної продукції;

$Q_1$  – обсяг перевезеної річковим флотом продукції (пропускна спроможність річкового флоту за умови достатності попиту);

$R$  – ставка дисконту;

$T$  – горизонт планування;

$I_1$  – величина інвестицій у річковий флот.

Із залученням інвестицій обсяг перевезень  $Q_1$  буде зростати, але все повільніше, адже ефективність додаткових вкладень поступово спадає в силу дії закону спадної продуктивності. Отже, функція  $Q_1(I_1)$  буде монотонно зростаючою та опуклою догори; найпростішою функцією, що відповідає даним умовам є (рис.1)

$$Q_1 = Q_1^0 + c_1 \sqrt{I_1}, \quad (2)$$

де  $c_1$  – показник ефективності інвестицій у річковий флот;

$Q_1^0$  – базове значення обсягу перевезень річковим флотом.

Позначимо дисконтуючий множник як

$$\beta = \beta(R, T) = \sum_{t=0}^T \frac{1}{(1+R)^t}. \quad (3)$$

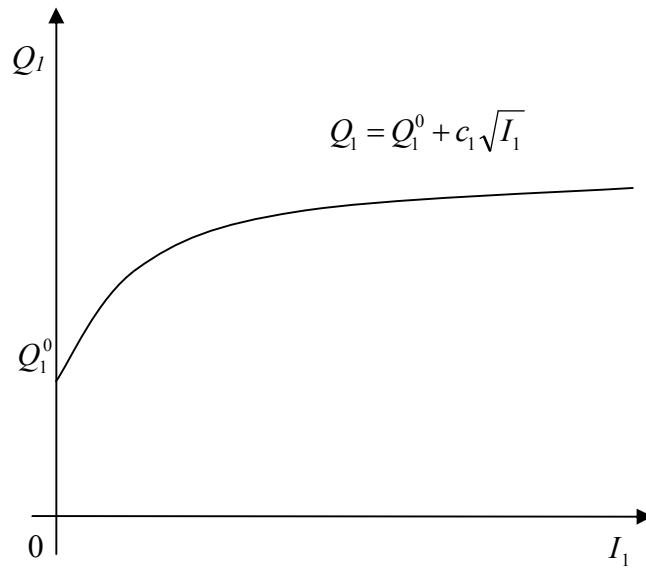


Рис. 1. Залежність обсягу перевезень  $Q_1$   
від інвестицій у річковий флот  $I_1$

Для інвесторів дисконтна ставка  $R$  являє собою ступінь переваги цінності теперішніх грошей щодо майбутніх, чим вона більша, тим менший дисконтуючий множник  $\beta$ , тим більша перевага надається цінності теперішніх грошей над майбутніми. Зі збільшенням горизонту планування інвестиційного проекту  $T$  дисконтуючий множник  $\beta(R, T)$  зростає, але все повільніше, оскільки кожний наступний рік матиме все менше значення з точки зору теперішнього моменту.

Таким чином, запишемо (1), застосовуючи усі введені залежності:

$$F = \beta \cdot d \cdot Q_1 - I_1 = \beta \cdot d(Q_1^0 + c_1\sqrt{I_1}) - I_1 \rightarrow \max_{I_1 \geq 0}. \quad (4)$$

Прирівняємо до нуля першу похідну від (4) та знайдемо оптимальне значення інвестицій у річковий флот за умови достатнього рівня розвитку внутрішніх водних шляхів

$$F'_{I_1} = \frac{\beta \cdot d \cdot c_1}{2\sqrt{I_1}} - 1 = 0. \quad (5)$$

Звідси

$$\sqrt{I_1} = \frac{\beta \cdot d \cdot c_1}{2}. \quad (6)$$

Знаходимо оптимальне значення інвестицій у річковий флот  $I_1^*$  за умови достатнього рівня розвитку внутрішніх водних шляхів

$$I_1^* = \left( \frac{\beta \cdot d \cdot c_1}{2} \right)^2 \quad (7)$$

та оптимальний обсяг перевезень річковим флотом  $Q_1^*$

$$Q_1^* = Q_1^0 + \frac{\beta \cdot d \cdot c_1^2}{2}. \quad (8)$$

Аналізуючи (7), робимо висновок, що оптимальне значення інвестицій у річковий флот зростає з підвищенням показника ефективності інвестицій  $c_1$ , питомого чистого доходу  $d$  та дисконтуючого множника  $\beta$ , причому все швидше, пропорційно квадрату цих величин. З (8) же бачимо, що приріст обсягу перевезень річковим флотом також є пропорційним квадрату показника ефективності інвестицій  $c_1$ , але за питомим чистим доходом  $d$  та дисконтуючим множником  $\beta$  зростає вже лінійно.

Якщо  $Q_1^* \leq Q_2^0$ , де  $Q_2^0$  – базове значення пропускної спроможності внутрішніх водних шляхів, то задача є розв’язаною.

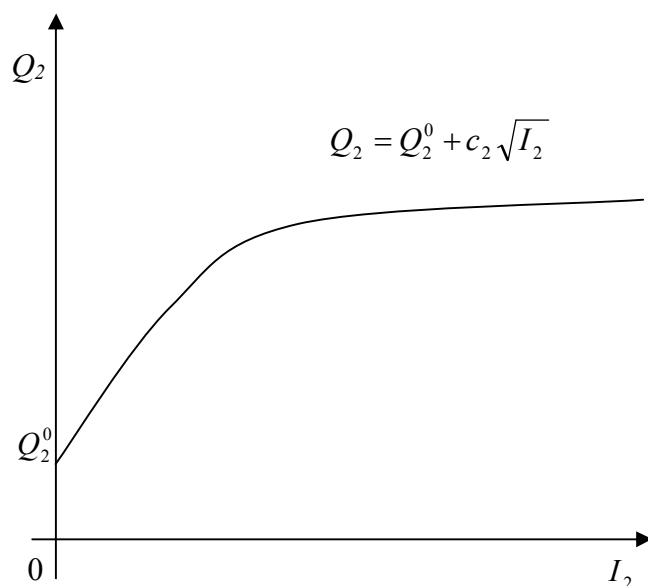
Розглянемо тепер ситуацію  $Q_1^* > Q_2^0$ , коли річковий флот має потенціал до розвитку, але невідповідний стан внутрішніх водних шляхів, недостатність їх пропускної спроможності стримує цей розвиток, обмежує його, а отже необхідне узгоджене інвестування і в розвиток річкового флоту, і в розширення пропускної спроможності внутрішніх водних шляхів.

В результаті залучення інвестицій у розвиток внутрішніх водних шляхів їх пропускна спроможність  $Q_2$  буде зростати, але все повільніше, адже можливості покращення стану внутрішніх водних шляхів будуть поступово вичерпуватися, тож функція  $Q_2$  буде монотонно зростаючою та опуклою догори (рис. 2)

$$Q_2 = Q_2^0 + c_2 \sqrt{I_2}, \quad (9)$$

де  $c_2$  – показник ефективності інвестицій у розвиток внутрішніх водних шляхів.

Зазначимо, що внутрішні водні шляхи виконують одночасно дві функції: з одного боку, забезпечують доставку продукції річковим флотом споживачам, з іншого боку, не збільшують кількість перевезеної продукції, але ж підвищують її вартість (тобто  $d$ ).



*Рис. 2. Залежність пропускної спроможності внутрішніх водних шляхів  $Q_2$  від інвестицій у їх розвиток  $I_2$*

Тож розглянемо модель системної оптимізації інвестування як у розвиток річкового флоту, так і в розширення пропускної спроможності внутрішніх водних шляхів

$$F = \beta \cdot d \cdot Q_1 - I_1 - I_2 \rightarrow \max_{I_1, I_2 \geq 0} \quad (10)$$

$$Q_1 \leq Q_2,$$

де  $I_2$  – інвестиції у розвиток внутрішніх водних шляхів.

Для знаходження оптимального розв'язку моделі (10) побудуємо функцію Лагранжа

$$F(I_1, I_2, \lambda) = \beta \cdot d \cdot Q_1 - I_1 - I_2 + \lambda(Q_2 - Q_1) \rightarrow \max_{I_1, I_2, \lambda \geq 0} . \quad (11)$$

Підставимо (2) та (9) у (11) і запишемо модель у розгорнутому вигляді

$$F(I_1, I_2, \lambda) = \beta \cdot d \cdot (Q_1^0 + c_1 \sqrt{I_1}) - I_1 - I_2 + \\ + \lambda (Q_2^0 + c_2 \sqrt{I_2} - Q_1^0 - c_1 \sqrt{I_1}) \rightarrow \max_{I_1, I_2, \lambda \geq 0}.$$

Прирівняємо до нуля усі три часткові похідні

$$F'_{I_1} = \frac{\beta \cdot d \cdot c_1}{2\sqrt{I_1}} - 1 - \frac{\lambda c_1}{2\sqrt{I_1}} = 0, \quad (12)$$

$$F'_{I_2} = -1 + \frac{\lambda c_2}{2\sqrt{I_2}} = 0, \quad (13)$$

$$F'_\lambda = Q_2^0 + c_2 \sqrt{I_2} - Q_1^0 - c_1 \sqrt{I_1} = 0. \quad (14)$$

Розв'яжемо цю систему з трьома невідомими  $I_1, I_2, \lambda$  з (12) отримуємо

$$\sqrt{I_1} = \frac{(\beta d - \lambda)c_1}{2}, \quad (15)$$

з (13) маємо

$$\sqrt{I_2} = \frac{\lambda c_2}{2}, \quad (16)$$

підставимо тепер (15) і (16) у (14)

$$F'_\lambda = Q_2^0 + \frac{\lambda c_2^2}{2} - Q_1^0 - \frac{(\beta d - \lambda)c_1^2}{2} = 0, \quad (17)$$

звідси

$$\lambda = \frac{\beta d c_1^2 + 2(Q_1^0 - Q_2^0)}{c_1^2 + c_2^2}, \quad (18)$$

підставляємо (18) у (15) і (16), отримуємо

$$\sqrt{I_1} = \frac{\left( \beta d - \frac{\beta d c_1^2 + 2(Q_1^0 - Q_2^0)}{c_1^2 + c_2^2} \right) c_1}{2} = \frac{(\beta d c_2^2 - 2(Q_1^0 - Q_2^0))c_1}{2(c_1^2 + c_2^2)}, \quad (19)$$

$$\sqrt{I_2} = \frac{(\beta dc_1^2 + 2(Q_1^0 - Q_2^0))c_2}{2(c_1^2 + c_2^2)} \quad (20)$$

та знаходимо оптимальні значення інвестицій

$$I_1^* = \left( \frac{(\beta dc_2^2 - 2(Q_1^0 - Q_2^0))c_1}{2(c_1^2 + c_2^2)} \right)^2, \quad (21)$$

$$I_2^* = \left( \frac{(\beta dc_1^2 + 2(Q_1^0 - Q_2^0))c_2}{2(c_1^2 + c_2^2)} \right)^2. \quad (22)$$

Цікаво, що на отримані оптимальні значення інвестицій у розвиток річкового флоту та внутрішніх водних шляхів впливають обидва коефіцієнти ефективності інвестицій у відповідні напрямки. З'ясуємо, як саме вони діють на інвестування. Для цього розглянемо спочатку похідну від виразу оптимальної величини інвестицій у розвиток річкового флоту (21) по відповідному коефіцієнту ефективності інвестицій  $c_1$ .

$$\begin{aligned} (I_1^*)'_{c_1} &= \left( \frac{2c_1(\beta dc_2^2 - 2(Q_1^0 - Q_2^0))}{2(c_1^2 + c_2^2)} \right) \cdot \\ &\left( \frac{(\beta dc_2^2 - 2(Q_1^0 - Q_2^0)) \cdot 2(c_1^2 + c_2^2) - 4c_1^2(\beta dc_2^2 - 2(Q_1^0 - Q_2^0))}{4(c_1^2 + c_2^2)} \right) = \\ &= \frac{c_1(\beta dc_2^2 - 2(Q_1^0 - Q_2^0))^2 \cdot (c_2^2 - c_1^2)}{2(c_1^2 + c_2^2)^3}. \end{aligned} \quad (23)$$

Бачимо, що від'ємність чи додатність (23) залежить від співвідношення коефіцієнтів ефективності інвестицій, а саме

$$(I_1^*)'_{c_1} = \frac{c_1(\beta dc_2^2 - 2(Q_1^0 - Q_2^0))^2 \cdot (c_2^2 - c_1^2)}{2(c_1^2 + c_2^2)^3} > 0$$

при  $c_2 > c_1$ , тоді  $I_1^*$  зростає по  $c_1$ ,

$$(I_1^*)'_{c_1} = \frac{c_1(\beta dc_2^2 - 2(Q_1^0 - Q_2^0))^2 \cdot (c_2^2 - c_1^2)}{2(c_1^2 + c_2^2)^3} < 0$$

при  $c_2 < c_1$ , тоді  $I_1^*$  спадає по  $c_1$ .

Таким чином, якщо ефективність інвестицій у розвиток річкового флоту  $c_1$  вища, ніж у внутрішні водні шляхи  $c_2$ , то при її ( $c_1$ ) подальшому збільшенні інвестиції у розвиток річкового флоту знижуються; а якщо нижча – то зростають.

Визначимо й вплив показника ефективності інвестицій у внутрішні водні шляхи  $c_2$  на оптимальний обсяг інвестицій у розвиток річкового флоту  $I_1^*$ , для цього візьмемо відповідну часткову похідну

$$(I_1^*)'_{c_2} = \frac{c_1^2 c_2 (\beta d c_1^2 + 2(Q_1^0 - Q_2^0)) \cdot (\beta d c_2^2 - 2(Q_1^0 - Q_2^0))}{4(c_1^2 + c_2^2)^3} = \frac{c_1 \sqrt{I_2} \sqrt{I_1}}{c_1^2 + c_2^2} > 0. \quad (24)$$

Отже, оптимальний обсяг інвестицій у розвиток річкового флоту  $I_1^*$  при підвищенні ефективності інвестицій у внутрішні водні шляхи  $c_2$  збільшується завжди, що підтверджує стимулюючу дію зростання пропускної здатності внутрішніх водних шляхів на розвиток річкового флоту.

Розглянемо тепер дію показника ефективності інвестицій у внутрішні водні шляхи  $c_2$  на оптимальний обсяг інвестицій у відповідний напрямок  $I_2^*$ , для чого візьмемо похідну від виразу оптимальної величини інвестицій у внутрішні водні шляхи (22) по коефіцієнту ефективності інвестицій  $c_2$

$$(I_2^*)'_{c_2} = \frac{c_2 (\beta d c_1^2 + 2(Q_1^0 - Q_2^0))^2 \cdot (c_1^2 - c_2^2)}{2(c_1^2 + c_2^2)^3}. \quad (25)$$

Від'ємність чи додатність (25) залежить від співвідношення коефіцієнтів ефективності інвестицій, а саме

$$(I_2^*)'_{c_2} = \frac{c_2 (\beta d c_1^2 + 2(Q_1^0 - Q_2^0))^2 \cdot (c_1^2 - c_2^2)}{2(c_1^2 + c_2^2)^3} > 0$$

при  $c_1 > c_2$ , тоді  $I_2^*$  зростає по  $c_2$ ,

$$(I_2^*)'_{c_2} = \frac{c_2 (\beta d c_1^2 + 2(Q_1^0 - Q_2^0))^2 \cdot (c_1^2 - c_2^2)}{2(c_1^2 + c_2^2)^3} < 0$$

при  $c_1 < c_2$ , тоді  $I_2^*$  спадає по  $c_2$ .

Таким чином, якщо ефективність інвестицій у внутрішні водні шляхи  $c_2$  вища, ніж у розвиток річкового флоту  $c_1$ , то при її ( $c_2$ )



подальшому збільшенні інвестиції у внутрішні водні шляхи  $I_2^*$  знижуються; а якщо нижча – то зростають.

Визначимо тепер вплив показника ефективності інвестицій у розвиток річкового флоту  $c_1$  на оптимальний обсяг інвестицій у внутрішні водні шляхи  $I_2^*$ , для цього візьмемо відповідну часткову похідну

$$(I_2^*)'_{c_1} = \frac{c_2^2 c_1 (\beta d c_1^2 + 2(Q_1^0 - Q_2^0)) \cdot (\beta d c_2^2 - 2(Q_1^0 - Q_2^0))}{4(c_1^2 + c_2^2)^3} = \frac{c_2 \sqrt{I_2} \sqrt{I_1}}{c_1^2 + c_2^2} > 0. \quad (26)$$

Отже, розвиток річкового флоту в умовах  $\bar{Q}_1^* > Q_2^0$ , де  $\bar{Q}_1^*$  – оптимальний обсяг перевезень річковим флотом, потребує відповідного зростання пропускної спроможності внутрішніх водних шляхів.

Підставимо тепер (21) і (22) у (2) та знайдемо оптимальний обсяг перевезень річковим флотом

$$\bar{Q}_1^* = Q_1^0 + \frac{(\beta d c_2^2 - 2(Q_1^0 - Q_2^0))c_1^2}{2(c_1^2 + c_2^2)} = \frac{\beta d c_2^2 + 2c_1^2 Q_2^0 + 2c_2^2 Q_1^0}{(c_1^2 + c_2^2)}, \quad (27)$$

порівняємо  $\bar{Q}_1^*$  (27) з оптимальним обсягом перевезень річковим флотом за відсутності інвестицій у внутрішні водні шляхи  $Q_1^*$  (8)

$$\begin{aligned} Q_1^* - \bar{Q}_1^* &= \frac{1}{2} \cdot \left( \beta d c_1^2 - \frac{c_1^2}{c_1^2 + c_2^2} (\beta d c_2^2 - 2(Q_1^0 - Q_2^0)) \right) = \\ &= \frac{c_1^2}{2(c_1^2 + c_2^2)} (\beta d c_1^2 + 2(Q_1^0 - Q_2^0)) > 0, \end{aligned} \quad (28)$$

при  $I_2 > 0$ . Отже, у разі необхідності інвестування у внутрішні водні шляхи оптимальні інвестиції у розвиток річкового флоту та оптимальний обсяг перевезень знижуються у порівнянні з ситуацією, коли пропускна спроможність внутрішніх водних шляхів була б достатньо високою з самого початку.

Значимо, що пропускна спроможність внутрішніх водних шляхів визначається як пропускною спроможністю їх інфраструктури, так і пропускною спроможністю відповідних річкових портів. Ці пропускні спроможності мають бути збалансовані між собою, щоб не утворювалися вузькі місця.

Тож побудуємо модель системної оптимізації інвестицій у розвиток річкового флоту, інфраструктуру внутрішніх водних шляхів та річкові порти:

$$F = \beta \cdot d \cdot Q_1 - I_1 - I_2 - I_3 \rightarrow \max_{I_1, I_2, I_3 \geq 0} \quad (29)$$

$$Q_1 \leq Q_2,$$

$$Q_1 \leq Q_3.$$

де  $I_1$  – величина інвестицій у розвиток річкового флоту;

$I_2$  – величина інвестицій в інфраструктуру внутрішніх водних шляхів;

$I_3$  – величина інвестицій у річкові порти ;

$Q_2$  – величина пропускної спроможності інфраструктури внутрішніх водних шляхів;

$Q_3$  – величина пропускної спроможності річкових портів.

В результаті залучення інвестицій у інфраструктуру внутрішніх водних шляхів їх пропускна спроможність  $Q_2$  буде зростати, але все повільніше, адже можливості її збільшення будуть поступово вичерпуватися, тож функція  $Q_2(I_2)$  буде монотонно зростаючою та опуклою догори; найпростішою функцією, що відповідає даним умовам, є

$$Q_2 = Q_2^0 + c_2 \sqrt{I_2}, \quad (30)$$

де  $c_2$  – показник ефективності інвестицій у інфраструктуру внутрішніх водних шляхів;

$Q_2^0$  – базове значення пропускної спроможності інфраструктури внутрішніх водних шляхів.

Аналогічно запишемо функцію залежності пропускної спроможності річкових портів від інвестицій у її збільшення  $Q_3(I_3)$

$$Q_3 = Q_3^0 + c_3 \sqrt{I_3}, \quad (31)$$

де  $c_3$  – показник ефективності інвестицій у підвищення пропускної спроможності річкових портів ;

$Q_3^0$  – базове значення величини пропускної спроможності річкових портів.

Для знаходження оптимального розв'язку (29) побудуємо функцію Лагранжа у розгорнутому вигляді, застосовуючи введені функції (30) і (31)

$$F(I_1, I_2, I_3, \lambda_1, \lambda_2) = \beta \cdot d \cdot (Q_1^0 + c_1 \sqrt{I_1}) - I_1 - I_2 - I_3 + \quad (32)$$

$$+ \lambda_1 (Q_2^0 + c_2 \sqrt{I_2} - Q_1^0 - c_1 \sqrt{I_1}) + \lambda_2 (Q_3^0 + c_3 \sqrt{I_3} - Q_1^0 - c_1 \sqrt{I_1}) \rightarrow \max_{I_1, I_2, I_3, \lambda_1, \lambda_2 \geq 0},$$

та прирівняємо до нуля її часткові похідні

$$F'_{I_1} = \frac{\beta \cdot d \cdot c_1}{2\sqrt{I_1}} - 1 - \frac{\lambda_1 c_1}{2\sqrt{I_1}} - \frac{\lambda_2 c_1}{2\sqrt{I_1}} = 0, \quad (33)$$

$$F'_{I_2} = -1 + \frac{\lambda_1 c_2}{2\sqrt{I_2}} = 0, \quad (34)$$

$$F'_{I_3} = -1 + \frac{\lambda_2 c_3}{2\sqrt{I_3}} = 0, \quad (35)$$

$$F'_{\lambda_1} = Q_2^0 + c_2 \sqrt{I_2} - Q_1^0 - c_1 \sqrt{I_1} = 0. \quad (36)$$

$$F'_{\lambda_2} = Q_3^0 + c_3 \sqrt{I_3} - Q_1^0 - c_1 \sqrt{I_1} = 0. \quad (37)$$

З (33) знайдемо

$$\sqrt{I_1} = \frac{(\beta \cdot d - \lambda_1 - \lambda_2) \cdot c_1}{2}, \quad (38)$$

з (34) отримуємо

$$\sqrt{I_2} = \frac{\lambda_1 \cdot c_2}{2}, \quad (39)$$

з (35) маємо

$$\sqrt{I_3} = \frac{\lambda_2 \cdot c_3}{2}. \quad (40)$$

Підставимо (39) і (38) у (36) та (40) і (38) у (37)

$$F'_{\lambda_1} = Q_2^0 + \frac{\lambda_1 c_2^2}{2} - Q_1^0 - \frac{c_1^2 (\beta d - \lambda_1 - \lambda_2)}{2} = 0. \quad (41)$$

$$F'_{\lambda_2} = Q_3^0 + \frac{\lambda_2 c_3^2}{2} - Q_1^0 - \frac{c_1^2 (\beta d - \lambda_1 - \lambda_2)}{2} = 0. \quad (42)$$

Розв'яжемо отриману систему

$$\begin{cases} \lambda_1 = -\frac{2(Q_2^0 - Q_1^0) - c_1^2 \beta d + \lambda_2 c_1^2}{c_1^2 + c_2^2} \\ \lambda_2 = -\frac{2(Q_3^0 - Q_1^0) - c_1^2 \beta d + \lambda_1 c_1^2}{c_1^2 + c_3^2} \end{cases}, \quad (43)$$

Звідси

$$\lambda_1 = -\frac{2(c_1^2 + c_3^2)(Q_2^0 - Q_1^0) + c_1^2 c_3^2 \beta d + 2c_1^2 (Q_3^0 - Q_1^0)}{c_1^2 c_2^2 + c_1^2 c_3^2 + c_2^2 c_3^2}, \quad (44)$$

$$\lambda_2 = -\frac{2(c_1^2 + c_2^2)(Q_3^0 - Q_1^0) + c_1^2 c_2^2 \beta d + 2c_1^2 (Q_2^0 - Q_1^0)}{c_1^2 c_2^2 + c_1^2 c_3^2 + c_2^2 c_3^2}, \quad (45)$$

Підставляючи (44) і (45) у (38), (39) та (40), знаходимо оптимальні значення відповідних інвестицій

$$I_1^* = \left( \frac{c_1}{2} \cdot \frac{c_2^2 c_3^2 \beta d + 2c_3^2 (Q_2^0 - Q_1^0) + 2c_2^2 (Q_3^0 - Q_1^0)}{c_1^2 c_2^2 + c_1^2 c_3^2 + c_2^2 c_3^2} \right)^2, \quad (46)$$

$$I_2^* = \left( \frac{c_2}{2} \cdot \frac{c_1^2 c_2^2 \beta d + 2c_1^2 (Q_3^0 - Q_2^0) + 2c_3^2 (Q_1^0 - Q_2^0)}{c_1^2 c_2^2 + c_1^2 c_3^2 + c_2^2 c_3^2} \right)^2, \quad (47)$$

$$I_3^* = \left( \frac{c_3}{2} \cdot \frac{c_1^2 c_2^2 \beta d + 2c_1^2 (Q_2^0 - Q_3^0) + 2c_2^2 (Q_1^0 - Q_3^0)}{c_1^2 c_2^2 + c_1^2 c_3^2 + c_2^2 c_3^2} \right)^2, \quad (48)$$

Бачимо, що на отримані оптимальні значення інвестицій у розвиток річкового флоту, внутрішніх водних шляхів та річкових портів впливають усі коефіцієнти ефективності інвестицій у відповідні напрямки. З'ясуємо, як саме вони діють на інвестування

$$(I_1^*)'_{c_1} = \frac{c_1 \left( c_2^2 c_3^2 \beta d + 2c_3^2 (Q_2^0 - Q_1^0) + 2c_2^2 (Q_3^0 - Q_1^0) \right)^2 \cdot (c_2^2 c_3^2 - c_1^2 c_2^2 - c_1^2 c_3^2)}{4(c_1^2 c_2^2 + c_1^2 c_3^2 + c_2^2 c_3^2)^3}. \quad (49)$$

Бачимо, що  $c_1 \left( c_2^2 c_3^2 \beta d + 2c_3^2 (Q_2^0 - Q_1^0) + 2c_2^2 (Q_3^0 - Q_1^0) \right)^2 > 0$  та  $4(c_1^2 c_2^2 + c_1^2 c_3^2 + c_2^2 c_3^2)^3 > 0$ , отже, в разі  $c_2^2 c_3^2 - c_1^2 c_2^2 - c_1^2 c_3^2 > 0$ , тобто при малому значенні  $c_1$ , оптимальне значення інвестицій у розвиток річкового флоту  $I_1^*$  зростає по  $c_1$ , у разі ж  $c_2^2 c_3^2 - c_1^2 c_2^2 - c_1^2 c_3^2 < 0$ , тобто при великому значенні  $c_1$ , оптимальне значення інвестицій у розвиток річкового флоту  $I_1^*$  спадає по  $c_1$ .

Візьмемо тепер похідну від виразу оптимальної величини інвестицій у інфраструктуру внутрішніх водних шляхів (44) по коефіцієнту ефективності інвестицій  $c_2$

$$(I_2^*)'_{c_2} = \frac{c_2 \left( c_1^2 c_2^2 \beta d + 2c_1^2 (Q_3^0 - Q_2^0) + 2c_3^2 (Q_1^0 - Q_2^0) \right)^2 \cdot (c_1^2 c_3^2 - c_1^2 c_2^2 - c_2^2 c_3^2)}{4(c_1^2 c_2^2 + c_1^2 c_3^2 + c_2^2 c_3^2)^3}, \quad (50)$$

від'ємність чи додатність (47) залежить від різниці  $c_1^2 c_3^2 - c_1^2 c_2^2 - c_2^2 c_3^2$ .

При  $c_1^2 c_3^2 - c_1^2 c_2^2 - c_2^2 c_3^2 > 0$  оптимальне значення інвестицій у інфраструктуру внутрішніх водних шляхів  $I_2^*$  зростає по  $c_2$ ; бачимо, що це можливо при малому значенні  $c_2$ .

При  $c_1^2 c_3^2 - c_1^2 c_2^2 - c_2^2 c_3^2 < 0$  оптимальне значення інвестицій у інфраструктуру внутрішніх водних шляхів  $I_2^*$  спадає по  $c_2$ ; це матиме місце при великому значенні  $c_2$ .

Проаналізуємо й вплив коефіцієнта ефективності інвестицій у річкові порти на оптимальне значення інвестицій у цей напрямок, для чого візьмемо похідну від виразу (45) по коефіцієнту  $c_3$

$$(I_3^*)'_{c_3} = \frac{c_3 \left( c_1^2 c_2^2 \beta d + 2c_1^2 (Q_2^0 - Q_3^0) + 2c_2^2 (Q_1^0 - Q_3^0) \right)^2 \cdot (c_1^2 c_2^2 - c_1^2 c_3^2 - c_2^2 c_3^2)}{4(c_1^2 c_2^2 + c_1^2 c_3^2 + c_2^2 c_3^2)^3}, \quad (51)$$

від'ємність чи додатність (48) залежить від різниці  $c_1^2 c_2^2 - c_1^2 c_3^2 - c_2^2 c_3^2$ .

При  $c_1^2 c_2^2 - c_1^2 c_3^2 - c_2^2 c_3^2 > 0$  оптимальне значення інвестицій у річкові порти  $I_3^*$  зростає по  $c_3$ ; бачимо, що це можливо при малому значенні  $c_3$ .

При  $c_1^2 c_2^2 - c_1^2 c_3^2 - c_2^2 c_3^2 < 0$  оптимальне значення інвестицій у річкові порти  $I_3^*$  спадає по  $c_3$ ; це матиме місце при великому значенні  $c_3$ .

Знайдемо тепер оптимальне значення перевезень річковим флотом внутрішніми водними шляхами

$$\begin{aligned}
 Q^* &= Q_1^* = Q_2^* = Q_3^* = \\
 &= Q_1^0 + \frac{c_1^2}{2} \cdot \frac{c_2^2 c_3^2 \beta d + 2c_2^2 (Q_2^0 - Q_1^0) + 2c_3^2 (Q_2^0 - Q_1^0)}{c_1^2 c_2^2 + c_1^2 c_3^2 + c_2^2 c_3^2} = \quad (52) \\
 &= \frac{c_1^2 c_2^2 c_3^2 \beta d + 2c_1^2 c_2^2 Q_3^0 + 2c_1^2 c_3^2 Q_2^0 + 2c_2^2 c_3^2 Q_1^0}{2(c_1^2 c_2^2 + c_1^2 c_3^2 + c_2^2 c_3^2)}.
 \end{aligned}$$

Бачимо, що оптимальне значення перевезень внутрішніми водними шляхами залежить як від базового значення пропускної спроможності їх інфраструктури, так і від базових значень пропускних спроможностей річкового флоту та портів, а також від усіх коефіцієнтів ефективності інвестицій.

Таким чином, необхідна сумісна оптимізація інвестицій у розвиток річкового флоту та внутрішніх водних шляхів. Побудована відповідна модель системної оптимізації інвестицій у ці взаємопов'язані напрямки, яка досліджена у двох випадках – коли наявної пропускної спроможності внутрішніх водних шляхів достатньо або недостатньо для забезпечення оптимального обсягу перевезень річковим флотом.

**Висновки.** З'ясовано, що у разі необхідності інвестування у внутрішні водні шляхи оптимальні інвестиції у розвиток річкового флоту та оптимальний обсяг перевезень скорочуються у порівнянні з ситуацією апріорної достатності пропускної спроможності внутрішніх водних шляхів.

Встановлено, що коли ефективність інвестицій у розвиток річкового флоту вища, ніж у внутрішні водні шляхи, то при її подальшому збільшенні інвестиції у розвиток річкового флоту знижуються; а якщо нижча – то зростають.

У разі, коли ефективність інвестицій у внутрішні водні шляхи вища, ніж у розвиток річкового флоту, то при її подальшому збільшенні інвестиції у внутрішні водні шляхи знижуються; а якщо нижча – то зростають.

З'ясовано, що оптимальний обсяг інвестицій у розвиток річкового флоту при підвищенні ефективності інвестицій у внутрішні водні шляхи

збільшується завжди, що підтверджує стимулюючу дію зростання пропускної спроможності внутрішніх водних шляхів на розвиток річкового флоту.

Для збалансованого розвитку галузі треба збалансовувати пропускні спроможності річкового флоту, інфраструктури внутрішніх водних шляхів та річкових портів. Це дозволяє зробити побудована модель системної оптимізації інвестицій у розвиток річкового флоту, інфраструктури внутрішніх водних шляхів та річкових портів. Аналітично знайдені оптимальні значення цих інвестицій та обсягу перевезень, встановлено вплив коефіцієнтів ефективності інвестицій на оптимальні значення інвестицій у відповідні напрямки.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Горев А.Э. *Основы теории транспортных систем.* – СПб.: СПбГАСУ, 2010. – 214 с.
2. Белый О.В., Кокаев О.Г., Попов С.А. *Архитектура и методология транспортных систем.* – СПб.: Элмор, 2002. – 256 с.
3. Магамадов А.Р. *Координация работы различных видов транспорта.* – М.: Транспорт, 1982. – 176 с.
4. Правдин Н.В., Негрей В.Я., Подкопаев В.А. *Взаимодействие различных видов транспорта.* – М.: Транспорт, 1989. – 208 с.
5. Бланк Ш.П., Митаишвили А.А., Легостаев В.А. *Экономика внутреннего водного транспорта.* – М.: Транспорт, 1983. – 236 с.
6. Жихарева В.В. *Теория и практика инвестиционной деятельности судоходных компаний.* – Одесса: ИПРЭИ НАН Украины, 2010. – 480 с.
7. Смехов А.А. *Маркетинговые модели транспортного рынка.* – М.: Транспорт, 1998. – 120 с.
8. Ortuzar J. D., Willumsen L. G. *Modeling Transport / 3-rd edition.* – John Willey & Sons Ltd, 2008. – 499 p.

*Стаття надійшла до редакції 24.12.2012*

**Рецензент** – доктор економічних наук, професор, завідувачий кафедрою «Економічна теорія і кібернетика» Одеського національного морського університету **Г.С. Махуренко**