

УДК 620:178.3

А.В. Коноплєв

**ВЛИЯНИЕ ВЫБОРА МОДЕЛИ КРИВОЙ УСТАЛОСТИ  
НА СУММУ НАКОПЛЕННЫХ ПОВРЕЖДЕНИЙ  
ПРИ НЕРЕГУЛЯРНОМ РЕЖИМЕ НАГРУЖЕНИЯ**

*Сделан анализ влияния модели кривой усталости на сумму накопленных повреждений, найденных с помощью линейной гипотезы суммирования повреждений. Показано, что при использовании модернизированного уравнения Вейбулла в качестве модели кривой усталости можно добиться как повышения коэффициента корреляции, так и существенно уточнить сумму накопленных повреждений.*

**Ключевые слова:** сопротивление усталости, коэффициент корреляции, линейная гипотеза накопления повреждений.

*Зроблено аналіз впливу моделі кривої втоми на суму накопичених пошкоджень, які знайдені за допомогою лінійної гіпотези сумування пошкоджень. Показано, що при використанні модернізованого рівняння Вейбулла в якості моделі кривої втоми можна добитися як підвищення коефіцієнта кореляції, так й суттєво вточнити суму накопичених пошкоджень.*

**Ключові слова:** опір втоми, коефіцієнт кореляції, лінійна гіпотеза накопичення пошкоджень.

*The impact analysis of an endurance curve model on the sum of accumulated damages, found with the help of the liner hypothesis of damage summation, was done. It can be achieved both the increase of correlation coefficient and essentially make more exact the sum of the accumulated damages, using the modernized Weibull equation as an endurance curve.*

**Keywords:** endurance resistance, correlation coefficient, liner hypothesis of damage summation.

**Постановка проблемы.** При решении задач, связанных с нерегулярным режимом нагружения чаще всего используют линейную гипотезу накопления повреждений

$$a = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = 1, \quad (1)$$

где  $a$  – сумма накопленных повреждений;

$n_i$  – число циклов на  $i$ -ом уровне циклических напряжений;

$N_i$  – долговечность до разрушения на  $i$ -ом уровне по кривой усталости;

$k$  – число уровней напряжений.

Формула (1) выражает теоретическую суть гипотезы, однако, если говорить о практическом смысле, то её следует писать в наиболее общем виде [1]

$$a = \sum_{i=1}^n \frac{n_i}{N_i} \geq 1. \quad (2)$$

Такая запись обусловлена тем, что цикловое отношение, как правило, превышает единицу, причём с существенным смещением в большую сторону  $4,0 \geq a \geq 0,25$  [1].

В случае не дискретного, а непрерывного изменения нагрузки зависимости (1) и (2) запишутся соответственно в виде

$$a = \int_0^{n_c} \frac{dn}{N} = \left( \int_{\sigma_1}^{\sigma_p} \frac{d\sigma}{N} \right) / \alpha = 1; \quad (3)$$

$$a = \int_0^{n_c} \frac{dn}{N} = \left( \int_{\sigma_1}^{\sigma_p} \frac{d\sigma}{N} \right) / \alpha \geq 1. \quad (4)$$

Значения сумм накопленных повреждений, превышающих единицу, свойственны случаям, когда нагрузка имеет тенденцию к повышению. В случае понижения нагрузки эта величина, как правило, становится меньше единицы. При стохастическом режиме нагружения значение  $a$  близко к единице и изменяется в сравнительно узком диапазоне значений от 0,6 до 1,6 [1]. Принято считать, что именно режим нагружения в большей степени, чем другие факторы, влияет на величину суммы накопленных повреждений. К числу этих факторов можно отнести размеры испытуемых объектов, материал, наличие концентраторов напряжений, покрытий, упрочнения и т. д.

Несмотря на многочисленные экспериментальные исследования, направленные на проверку линейной гипотезы суммирования повреждений в настоящее время нет однозначной оценки того, как перечисленные факторы оказывают влияние на величину  $a$ . Попытки заменить линейную гипотезу другими теориями накопления повреждений привели к усложнению расчётов. В разное время были предложены нелинейные гипотезы [1], в которых для уточнения величины  $a$ , было необходимо опре-

делять ряд параметров или коэффициентов, проведя соответствующие дополнительные испытания. В связи с этим в настоящее время большинство расчётов проводят на основе линейной гипотезы суммирования повреждений, резервы точности которой не исчерпаны. Таким дополнительным резервом может быть выбор модели кривой усталости.

**Цель настоящего исследования** – уточнение суммы накопленных повреждений и повышение коэффициента корреляции при построении экспериментальной кривой усталости за счёт выбора её более точной математической модели.

**Изложение основного материала исследований.** В формулах (1) и (2) величина  $N_i$  представляет собой долговечность на соответствующем уровне напряжений, а это означает, что её значение связано с выбором математической модели кривой усталости. Для проведения сравнительного анализа рассмотрим наиболее распространённые и чаще всего применяемые модели – уравнение Вейбулла и степенное уравнение. Кроме того, рассмотрим также модернизированное уравнение Вейбулла, отличающееся от двух предыдущих более высоким коэффициентом корреляции [2].

$$(\sigma - \sigma_R)^{m_w} \cdot N = 10^{C_w}; \quad (5)$$

$$\sigma^{m_c} \cdot N = 10^{C_c}; \quad (6)$$

$$(\sigma - A)^{m'_w} \cdot N = 10^{C'_w}, \quad (7)$$

где  $\sigma$  и  $N$  – переменные значения напряжения и числа циклов до разрушения соответственно;

$\sigma_R$  – предел выносливости;

$m_w, C_w, m_c, C_c, m'_w$  и  $C'_w$  – параметры.

Решив совместно уравнения (3) и (5), (3) и (6), а также (3) и (7) для случая непрерывного увеличения нагрузки, получим соответствующие зависимости для определения сумм накопленных повреждений.

$$a_w = \frac{(\sigma_P - \sigma_R)^{m_w+1} - (\sigma_1 - \sigma_R)^{m_w+1}}{\alpha(m_w + 1)10^{C_w}}; \quad (8)$$

$$a_c = \frac{\sigma_P^{m_c+1} - \sigma_1^{m_c+1}}{\alpha(m_c + 1)10^{C_c}}; \quad (9)$$

$$a'_w = \frac{(\sigma_P - A)^{m'_w+1} - (\sigma_1 - A)^{m'_w+1}}{\alpha(m'_w + 1)10^{C'_w}}, \quad (10)$$

где  $a_w$ ,  $a_c$  и  $a'_w$  – величины сумм накопленных повреждений соответственно для уравнений (5), (6) и (7);

$\sigma_p$  – напряжение, при котором произошло разрушение;

$\alpha = d\sigma/dN$  – скорость непрерывного увеличения нагрузки;

$\sigma_1$  – напряжение, соответствующее началу увеличения амплитуды напряжений.

Для расчёта сумм накопленных повреждений воспользуемся результатами испытаний лабораторных образцов, приведенными в работе [2].

С помощью зависимостей (8), (9) и (10) рассчитаем параметры этих уравнений, коэффициенты корреляции и значения сумм накопленных повреждений  $a_w$ ,  $a_c$  и  $a'_w$  для образцов из стали 45 и стали 40X, гладких и с различными концентраторами напряжений, испытанных от разных начальных уровней напряжений и при различных скоростях увеличения амплитуды напряжений (табл.1).

Таблица 1

*Расчётные значения параметров уравнений кривых выносливости, коэффициентов корреляции и сумм накопленных повреждений*

Марка стали, тип образца, параметры, коэффициент корреляции	$\alpha$ , Па/цикл	$\sigma_1$ , МПа	$\bar{a}_c$	$\bar{a}_w$	$\bar{a}'_w$
1	2	3	4	5	6
Сталь 45, образцы гладкие (1 тип, $\alpha_\sigma = 1,029$ ), $\sigma_R = 250$ МПа; $m_C = 18,0832$ ; $C_C = 49,7649$ ; ( $R^2 = 0,7979$ ); $m_W = 2,1142$ ; $C_W = 8,5882$ ; ( $R^2 = 0,7609$ ); $m'_W = 43,4783$ ; $C'_W = 128,6739$ ; $A = -400$ МПа ( $R^2 = 0,8004$ ).	100	240	1,6440	1,5955	1,6264
		270	1,7855	1,8202	1,7612
		285	1,9455	1,8612	1,9309
	200	225	1,2175	1,1659	1,2082
		270	1,3823	1,2800	1,3798
		285	1,3952	1,2441	1,3971
Сталь 45, образцы с концентратором напряжений (2 тип, $\alpha_\sigma = 1,556$ ), $\sigma_R = 204,0$ МПа; $m_C = 13,0208$ ; $C_C = 36,6367$ ; ( $R^2 = 0,9342$ ); $m_W = 1,3990$ ; $C_W = 7,6512$ ; ( $R^2 = 0,8487$ ); $m'_W = 30,9598$ ; $C'_W = 90,9505$ ; $A = -329,0$ МПа ( $R^2 = 0,9346$ ).	50	180	1,1992	1,6886	1,1884
		230	1,0715	1,4799	1,0559
		250	0,7096	0,7928	0,7056
	100	180	1,7991	1,9323	1,8175
	200	180	2,2270	1,7998	2,3291

Продолжение табл. 1

Сталь 45, образцы с концентратором напряжений (4 тип, $\alpha_\sigma = 2,6246$ ), $\sigma_R = 145,0$ МПа; $m_C = 6,6445$ ; $C_C = 20,9409$ ; ( $R^2 = 0,9386$ ); $m_W = 1,8688$ ; $C_W = 8,8397$ ; ( $R^2 = 0,9510$ ); $m'_W = 1,9759$ ; $C'_W = 9,0767$ ; $A = 142,0$ МПа. ( $R^2 = 0,9511$ ).	100	120	0,7011	0,7286	0,6899
		170	0,6626	0,7303	0,7243
		195	0,8095	0,9181	0,9100
		220	0,5236	0,7269	0,7247
	200	120	0,7450	0,7801	0,7775
		170	0,7116	0,7829	0,7775
		195	0,6341	0,7014	0,6967
	400	120	0,6905	0,7013	0,7006
		170	0,7429	0,7597	0,7583
		195	0,7074	0,7184	0,7177
	600	120	0,7635	0,7248	0,7271
		145	0,8454	0,7876	0,7908
		170	0,7984	0,7550	0,7571
195		0,7850	0,7300	0,7329	
Средние значения			1,0599	1,0882	1,0754
Сталь 40X, образцы гладкие (1 тип, $\alpha_\sigma = 1,029$ ), $\sigma_R = 274,0$ МПа; $m_C = 18,6567$ ; $C_C = 51,8190$ ; ( $R^2 = 0,8829$ ); $m_W = 1,9153$ ; $C_W = 8,2287$ ; ( $R^2 = 0,8701$ ); $m'_W = 8,6806$ ; $C'_W = 24,0903$ ; $A = 165$ МПа ( $R^2 = 0,8832$ ).	50	280	3,5505	3,8193	3,5639
		310	3,8855	3,8854	3,8596
		320	3,4216	3,1394	3,3566
	100	280	5,7452	4,9069	5,5225
	200	280	5,5955	3,7037	5,0754
	Сталь 40X, образцы с концентр. напряжений (3 тип, $\alpha_\sigma = 1,7723$ ), $\sigma_R = 154,0$ МПа; $m_C = 7,9554$ ; $C_C = 23,9960$ ; ( $R^2 = 0,8412$ ); $m_W = 1,4695$ ; $C_W = 7,9902$ ; ( $R^2 = 0,7587$ ); $m'_W = 27,8552$ ; $C'_W = 84,9666$ ; $A = - 500$ МПа ( $R^2 = 0,8517$ ).	50	160	0,8488	1,0989
180			0,9366	1,2736	0,8905
200			0,6291	0,8112	0,5968
Сталь 40X, образцы с концентр. напряжений (4 тип, $\alpha_\sigma = 2,6246$ ; $\sigma_R = 159,0$ МПа.); $m_C = 7,7220$ ; $C_C = 23,0726$ ; ( $R^2 = 0,8925$ ); $m_W = 1,2847$ ; $C_W = 7,2879$ ; ( $R^2 = 0,8589$ ); $m'_W = 3,5778$ ; $C'_W = 12,3556$ ; $A = 105,0$ МПа ( $R^2 = 0,8958$ ).		50	130	3,2834	3,6556
	190		2,2125	2,6420	2,3259
	210		1,5504	1,6221	1,5845
	100	130	2,4496	2,6148	2,4969
	200	130	2,6501	2,5218	2,6148
	Средние значения			2,8276	2,7457

Приведенные в табл. 1 результаты расчёта показывают, что уравнения (5) и (6) могут иметь более высокие коэффициенты корреляции по отношению друг к другу, однако их значения всегда ниже, чем при использовании модернизированного уравнения Вейбулла.

Наиболее близкий к единице результат для стали 45 соответствует степенному уравнению, в тоже время для стали 40X он соответствует уравнению Вейбулла. При этом модернизированному уравнению Вейбулла в обоих случаях соответствует промежуточный результат. Из этого можно сделать вывод о том, что по близости суммы накопленных повреждений к единице нельзя судить о правильности выбора математической модели кривой усталости.

Значения погрешностей  $\delta_{R^2}$  величин  $R^2$ , а также погрешностей  $\delta_a^C$  и  $\delta_a^W$  сумм накопленных повреждений степенного уравнения и уравнения Вейбулла  $\bar{a}_C$  и  $\bar{a}_W$ , относительно значений  $\bar{a}_W'$  представлены в табл. 2.

Таблица 2

*Расчётные значения погрешностей величин  $\delta_{R^2}$  и погрешностей сумм накопленных повреждений  $\delta_a^C$  и  $\delta_a^W$*

Тип образца	$\delta_{R^2}, \%$	$\delta_a^C, \%$	$\delta_a^W, \%$	Тип образца	$\delta_{R^2}, \%$	$\delta_a^C, \%$	$\delta_a^W, \%$
Сталь 45, образцы гладкие (1 тип)	4,9	0,7	-3,6	Сталь 40X, образцы гладкие (1 тип)	1,5	3,8	9,0
Сталь 45, образцы с концентратором напряжений (2 тип)	9,2	-1,3	8,4	Сталь 40X, образцы с концентратором напряжений (3 тип)	10,9	4,6	37,9
Сталь 45, образцы с концентратором напряжений (4 тип)	1,3	-3,5	0,6	Сталь 40X, образцы с концентратором напряжений (4 тип)	4,1	5,4	1,7

### Выводы

1. Данные табл. 2 показывают, что использование модернизированного уравнения Вейбулла, позволяет существенно уточнить значение суммы накопленных повреждений. Для уравнения Вейбулла, в частности это уточнение в одном случае составило 37,9 %. Для степенного уравнения оно не превысило 10,9 %, однако и такой результат можно считать существенным.

2. Значения  $\delta_{R^2}$  достигают почти 11 %, что свидетельствует о больших возможностях увеличения коэффициента корреляции за счёт использования модернизированного уравнения Вейбулла в качестве модели кривой усталости.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Коллинз Дж. Повреждение материалов в конструкциях. – М.: Мир, 1984. – 624 с.
2. Коноплев А.В. Повышение точности построения кривой усталости при использовании трехпараметрического уравнения Вейбулла // Вісник ОНМУ. – 2007. – № 22. – С. 131-136.

*Стаття надійшла до редакції 30.09.2013*

**Рецензент** – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри «Судноремонт» Одеського національного морського університету  
**В.Д. Євдокімов**