

УДК 621.873.254

П.М. Стрельцов

**МЕТОДИ ЧИСЕЛЬНОГО РІШЕННЯ ЕКСТРЕМАЛЬНИХ ЗАДАЧ УПРАВЛІННЯ
ЛЕГКИМИ МОСТОВИМИ КРАНАМИ З ГНУЧКИМ ПІДВІСОМ ВАНТАЖУ**

Запропоновано чисельний метод розрахунку оптимального управління легким мостовим краном при переносі вантажу на підвісі змінної довжини. Виконано аналіз, що підтверджує достовірність отриманих за допомогою метода рішень. Результати рішень можуть бути використані при виборі способів та технічного обладнання для автоматичного гасіння коливань вантажу, що виникають при його переміщенні.

Ключові слова: *легкий мостовий кран, оптимальне управління, гасіння коливань вантажу, підвіс змінної довжини.*

Предложен численный метод расчета оптимального управления легким мостовым краном при переносе груза на подвесе переменной длины. Выполнен анализ, подтверждающий достоверность получаемых при помощи метода решений. Результаты решений могут быть использованы при выборе способов и технических средств автоматического гашения колебаний груза, возникающих при его перемещении.

Ключевые слова: *легкий мостовой кран, оптимальное управление, гашение колебаний груза, подвес переменной длины*

Method of numerical calculation of optimal control for light bridge crane transported load on the rope with varying length is proposed. The investigation, confirmed the reliability of found by method solutions, is performed. The results of such solutions can be used at choice of ways and technical devices for automatic damping of load sways which arise during its transference.

Keywords: *light bridge crane, optimal control, load sway damping, varying rope length.*

Вступ. У сучасних морських портах широко використовуються кранові перевантажувальні установки, що переносять вантажі на гнучкому канатному підвісі. При перенесенні виникають інтенсивні коливання вантажу, які істотно ускладнюють управління краном. Для їх гасіння, що необхідно для точного укладення вантажу в потрібне місце, доводиться витратити (як показують натурні дослідження) до 40 % часу робочого циклу.

На введених останнім часом в експлуатацію великих грейферних та контейнерних перевантажувачах встановлені, як правило, автоматичні «електронні» системи гасіння коливань [1; 3], що забезпечують такий характер руху точки підвісу, при якому коливання вантажу виявляються погашеними при його наблизенні до кінцевого пункту шляху.

Закони управління механізмами крана, що забезпечують гасіння коливань, розраховуються заздалегідь і розміщуються в пам'яті ЕОМ, яка контролює їх виконання.

Оскільки основною метою управління краном є досягнення максимальної продуктивності, бажано, щоб реалізовані закони (управління) руху механізмів були оптимальними за швидкодією (часом). Такі управління можуть мати складну структуру, а їх реалізація – вимагати складних і дорогих пристроїв.

Можна вказати інші, не оптимальні за часом, але більш зручні для здійснення методи гасіння. Однак при вирішенні питання про застосування того чи іншого методу необхідно визначити, чи будуть виправданими пов'язані з цим методом втрати продуктивності.

Нижче розглянуті методи пошуку оптимальних управлінь порівняно простими вантажопідйомними механізмами – легкими мостовими кранами і самохідними телями. Відпрацьовані для таких машин методи розрахунку і оцінки одержуваних результатів можуть бути після відповідного доопрацювання використані для визначення оптимальних або близьких до них управлінь великими перевантажувальними установками і забезпечити значний економічний ефект.

Малі вантажопідйомні машини представляють інтерес не тільки як своєрідні фізичні моделі великих перевантажувачів. Їх часто включають до складу машин, що виконують певний технологічний процес (наприклад, в АСУТП на складальних виробництвах). Оптимізація їх роботи може сприяти підвищенню ефективності всієї автоматичної лінії.

Постановка задачі. Для руху малих вантажопідйомних машин характерно практично повна відсутність перехідних процесів, тобто при включенні двигуна механізм практично миттєво починає переміщатися із заданою постійною швидкістю, а при відключенні двигуна і замиканні гальма він так само миттєво зупиняється і залишається нерухомим (швидкість дорівнює 0). Оскільки швидкість $v(t)$ візка крана можна доволно переключати, цей параметр зручно прийняти як параметр управління.

Зазвичай при управлінні краном знак швидкості намагаються не міняти, допускаючи переміщення тільки в бік кінцевого положення. При цьому обмеження, накладені на параметр управління властивостями приводу і умовами роботи машини, мають вигляд

$$0 \leq v(t) \leq V, \quad (1)$$

де V – максимальна швидкість візка.

Для скорочення робочого циклу горизонтальний рух візка намагаються поєднувати з вертикальним переміщенням вантажу. При цьому змінна довжина підвісу, враховуючи властивості приводу і умови роботи машини, може бути задана як функція часу $L(t)$.

Розрахункову схему талі прийнято [2; 3; 4] зображати у вигляді двомасової системи (див. рис. 1), що складається з візка, що рухається горизонтально, і прикріпленого до нього на гнучкому підвісі вантажу, що переміщується під дією зусилля в підвісі.

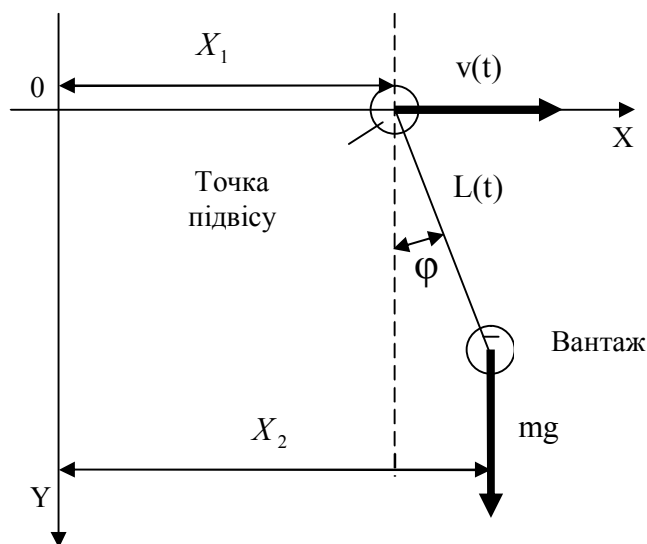


Рис.1. Розрахункова схема системи візок-вантаж

Якщо в якості параметрів, що визначають стан системи (її фазових координат) використовувати: X_1 – переміщення (шлях) візка; X_2 – горизонтальне переміщення вантажу; X_3 – горизонтальну швидкість вантажу, то рівняння руху матеріальної системи (її математичну модель) можна записати у вигляді трьох диференціальних рівнянь першого порядку [4]

$$X_1' = v(t); \quad X_2' = X_3; \quad X_3' = g(X_1 - X_2)/L(t). \quad (2)$$

Метою управління системою є її переміщення з одного стану спокою в інший стан спокою же, віддалений від початкового на заданій відстані S . Якщо тривалість переміщення дорівнює T , то початкове і кінцеве положення системи можна описати у наступному вигляді:

$$\text{початкове положення} - X_1(0) = 0; \quad X_2(0) = 0; \quad X_3(0) = 0; \quad (3)$$

$$\text{кінцеве положення} - X_1(T) = S; \quad X_2(T) = S; \quad X_3(T) = 0. \quad (4)$$

Оптимальну задачу з пошуку управління візком можна сформулювати наступним чином.

Визначити оптимальне управління $v^*(t)$, що переводить матеріальну систему, задану математичною моделлю (2), з початкового положення (3) в кінцеве положення (4) при дотриманні обмеження (1) на параметр управління за найкоротший час.

Зміст і результати дослідження. Розглянута задача відноситься до класу оптимальних задач з обмеженнями на шуканий параметр управління. Рішення таких задач зручно визначати, використовуючи методику, розроблену на базі теорії оптимального управління, відомої як «принцип максимуму» Понтрягіна [6]. Відповідно до цієї методики на основі рівнянь математичної моделі складається функція Гамільтона H , що має для системи (2) вид

$$H = \sum \varphi_i X_i' = \varphi_1 V + \varphi_2 X_3 + \varphi_3 g(X_1 - X_2) / L(t). \quad (5)$$

Допоміжні функції φ_i , що включаються до гамільтоніану H , визначаються за формулами

$$\varphi_i = -\frac{\partial H}{\partial X_i} \quad (6)$$

і мають вигляд

$$\varphi_1' = -\varphi_3 g / L(t); \quad \varphi_2' = \varphi_3 g / L(t); \quad \varphi_3' = -\varphi_2. \quad (7)$$

Із системи (7) для допоміжної функції φ_1 отримаємо

$$\varphi_1^{(3)} + 2\varphi_1'' L' / L(t) + \varphi_1' g / L(t) = 0. \quad (8)$$

Розглянемо метод пошуку оптимального управління візком при переміщенні вантажу на підвісі постійної довжини, коли рівняння (8) приймає вигляд

$$\varphi_1^{(3)} + k^2 \varphi_1' = 0, \quad (9)$$

де $k^2 = g / L$.

Вирішення цього однорідного лінійного диференціального рівняння таке:

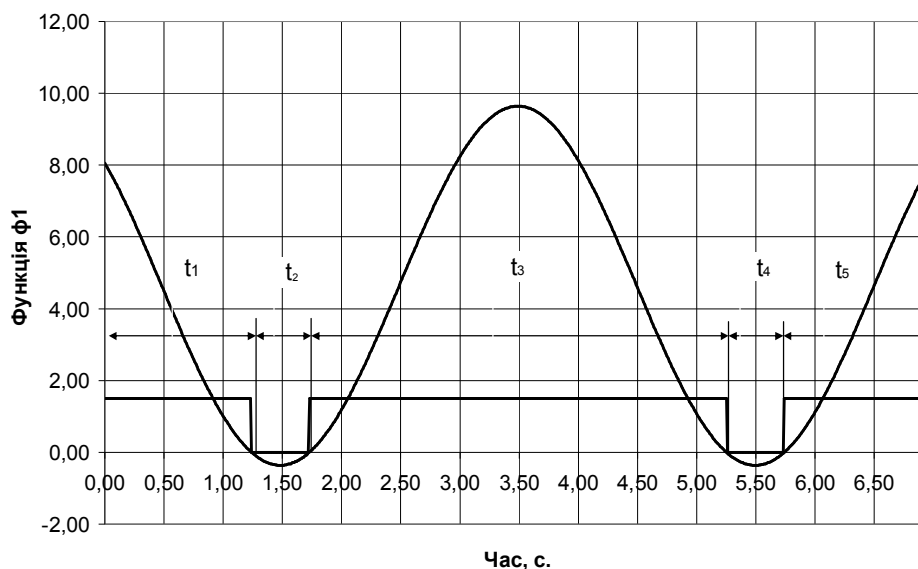
$$\begin{aligned} \varphi_1 &= A \sin(kt + \alpha) + B; \quad \varphi_1' = Ak \cos(kt + \alpha); \\ \varphi_1'' &= -Ak^2 \sin(kt + \alpha), \end{aligned} \quad (10)$$

де α – початкова фаза функції φ_1 ;

A – амплітуда функції φ_1 ;

B – вертикальне зміщення осі синусоїди щодо осі абсцис.

Приблизний графік допоміжної функції φ_1 представлений на рис. 2.



*Рис.2 Графік допоміжної функції
при постійній довжині підвісу та $\tau \leq T \leq 2\tau$*

Відповідно до «принципу максимуму» оптимальна функція $v^*(t)$ повинна приймати такі значення, при яких досягає максимуму гамільтоніан Н. З рівняння (5) можна зробити висновок, що на ділянках функції φ_1 , розташованих над віссю абсцис (коли значення φ_1 позитивні), управління $v^*(t)$ повинно мати максимальне значення (у нашому випадку $v^*(t)=V$), на ділянках функції φ_1 , розташованих під віссю часу, управління повинно мати нижнє екстремальне значення $v^*(t)=0$.

Таким чином, оптимальне управління $v^*(t)$ досліджуваною матеріальною системою є кусково-постійною функцією, що складається з ряду інтервалів сталості, на кожному з яких функція $v^*(t)$ зберігає граничне (максимальне $v(t) = V$ або мінімальне $v(t) = 0$) значення.

«Принцип максимуму» дозволяє отримати уявлення лише про загальний вигляд оптимального управління. Однак кількість його інтервалів і їх тривалості повинні визначатися окремо.

З цією метою розглянемо характер коливань вантажу на підвісі постійної довжини при оптимальному управлінні.

Оскільки прискорення точки підвісу дорівнює нулю $X_1'' = 0$, третє рівняння математичної моделі (2) можна переписати у вигляді

$$X_1'' - X_2'' = -(X_1 - X_2)g/L. \quad (11)$$

Позначивши $y = X_1 - X_2$, $k^2 = g/L$, отримаємо

$$y'' + k^2 y = 0. \quad (12)$$

Вирішення цього лінійного однорідного диференціального рівняння має вигляд

$$y = A \cos kt + B \sin kt, \quad (13)$$

$$y' = -Ak \sin kt + Bk \cos kt. \quad (14)$$

Так як рух системи починається зі стану спокою, коли відхилення $y(0) = 0$, а швидкість відхилення $y'(0) = -V$, для постійних інтегрування A і B отримаємо

$$A = 0, \quad B = -V/k.$$

Рух вантажу відносно точки підвісу при цьому буде описуватися рівняннями

$$y = -(V/k) \sin kt, \quad y' = -V \cos kt. \quad (15)$$

Тобто, при русі точки підвісу з постійною швидкістю V , вантаж буде здійснювати гармонічні коливання відносно вертикалі, що проходить через точку підвісу (рівноважного положення $y=0$). Період коливань

$$\tau = 2\pi/k = 2\sqrt{L},$$

амплітуда відхилень

$$y = V/k.$$

Функція φ_1 (див. рис. 2) представляє з себе синусоїду з періодом, рівним періоду коливань вантажу

$$\tau = 2\pi/k = 2\sqrt{L}.$$

У кожній точці перетину графіком φ_1 осі часу проводиться перемикання управління.

Таким чином, число перемикань оптимального управління залежить від тривалості T переміщення системи. Якщо $T \leq \tau$, графіком φ_1

буде неповна хвиля синусоїди, що перетинає вісь часу лише в двох точках, а управління буде складатися тільки з трьох інтервалів. При $\tau \leq T \leq 2\tau$ графік φ_1 буде включати цілу хвилю синусоїди і перетинати вісь часу в чотирьох точках, а управління буде складатися з п'яти інтервалів. При $2\tau \leq T \leq 3\tau$ управління буде містити вже сім інтервалів і т.д.

Розглянемо метод визначення часових параметрів управління (числа і тривалості інтервалів) для наступних геометричних умов руху: довжина підвісу $L = 4$ м; період коливань $= 4$ с; максимальна швидкість візка $V = 0,3$ м/с; дальність переміщення візка $S = 1,8$ м.

У цьому випадку сумарна тривалість інтервалів, на яких відбувається рух візка, дорівнює $S/V = 1,8/0,3 = 6$ с. Тобто час переміщення $\tau \leq T \leq 2\tau$, і при цьому, як сказано вище, графік функції перетинатиме вісь часу в чотирьох точках, а число інтервалів сталості управління – дорівнюватиме п'яти.

Оскільки початкові і кінцеві умови руху симетричні, графіки оптимального управління $v^*(t)$ і функції φ_1 , що його визначає, будуть симетричними відносно вертикалі, що проходить через середину графіків (див. рис. 2). Якщо позначити тривалості першого і другого інтервалів через t_1 і t_2 , то тривалість третього (середнього) інтервалу буде $t_3 = \tau - t_2$, передостаннього, четвертого інтервалу – $t_4 = t_2$, а п'ятого – $t_5 = t_1$.

Оскільки переміщення візка здійснюється тільки на непарних інтервалах, їх сумарна тривалість повинна дорівнювати 6 с

$$t_1 + t_3 + t_5 = t_1 + \tau - t_2 + t_1 = S/V = 6 \text{ с}, \quad (16)$$

звідки

$$t_2 = 2t_1 - 2. \quad (17)$$

Для матеріальних систем, подібних досліджуваних, рух яких описується лінійними диференціальними рівняннями, можливе застосування принципу суперпозиції, згідно з яким загальний характер коливань вантажу є сумою коливань, що виникають в моменти перемикавання параметру управління.

У кінцевій точці шляху система повинна бути в стані спокою, тобто величина відхилення і швидкість його зміни повинні дорівнювати нулю.

Використовуючи принцип суперпозиції, для величини відхилення в момент T закінчення руху з урахуванням виразу (17) можна записати

$$y(T)k/V = -\sin k(2t_1 + \tau + t_2) + \sin k(t_1 + t_2 + \tau) - \sin k(\tau + t_1) + \sin k(t_2 + t_1) - \sin kt_1 + \sin k \cdot 0 = \quad (18)$$

$$\begin{aligned} &= -\sin k(4t_1 - 2) + \sin k(3t_1 - 2) - \sin kt_1 + \sin(3t_1 - 2) - \sin kt_1 + \sin k * 0 = \\ &= -\sin k(4t_1 - 2) + 2\sin k(3t_1 - 2) - 2\sin kt_1 + \sin k * 0 = 0. \end{aligned}$$

Для швидкості зміни відхилення в момент T після диференціювання отримуємо

$$y'(T)/V = -\cos k(4t_1 - 2) + 2\cos k(3t_1 - 2) - 2\cos kt_1 + \cos k * 0 = 0. \quad (19)$$

Для вирішення отриманих тригонометричних рівнянь можна використати досить простий чисельний метод, який полягає в зміні від нуля з деяким раціональним кроком величини t_1 і розрахунку для кожного її значення сум (18) і (19). Як рішення приймають значення, при якому обидві суми одночасно досить близько підійдуть до нуля. Виконані розрахунки показали, що ця умова виконується при $t_1 = 1,25$ с.

Тривалості подальших інтервалів такі:

другого інтервалу	$t_2 = 0,5$ с,
третього (середнього)	$t_3 = 3,5$ с,
четвертого інтервалу	$t_4 = 0,5$ с,
п'ятого інтервалу	$t_5 = 1,25$ с.

Побудовані за результатами розрахунку графіки допоміжної функції і оптимального управління представлені на рис. 2.

Для визначення положення графіка функції φ_1 щодо осі часу можна використовувати інший спосіб, що має більш загальний характер.

Цей спосіб може бути застосований для розрахунків оптимального управління і в тих випадках, коли функція φ_1 описується нелінійними диференціальними рівняннями (наприклад, для випадку руху крана із змінною довжиною підвісу).

Відповідно до цього способу вигляд і розташування графіка функції φ_1 щодо осі часу визначається в результаті чисельного інтегрування диференціального рівняння (8).

Для цього введемо додаткові змінні

$$f_1 = \varphi_1; \quad f_2 = \varphi_1'; \quad f_3 = \varphi_1''. \quad (20)$$

і запишемо рівняння (9) в нормальній формі:

$$\begin{aligned} f_1' &= f_2; \\ f_2' &= f_3; \\ f_3' &= -f_2g/L. \end{aligned} \quad (21)$$

Для початкових значень функцій $f_1; f_2; f_3$, використовуючи рівняння (10), можна отримати

$$f_1(0) = A \sin \alpha + B; \quad f_2(0) = Ak \cos \alpha; \quad f_3(0) = -k^2 \sin \alpha. \quad (22)$$

Як вказувалося, бажане управління повинно перемістити візок на задану відстань з одночасним гасінням коливань вантажу до приходу в кінцеву точку шляху. Якість управління визначають по інтенсивності залишкових (після зупинки візка) коливань вантажу. Для оцінки інтенсивності залишкових коливань можна використовувати їх енергію, пропорційну величині E , що розраховується за формулою

$$E = X_3(T)^2 + g(X_1(T) - X_2(T))^2 / L(T), \quad (23)$$

де перший доданок пропорційний кінетичній енергії, а другий – потенційній енергії відхиленого від вертикалі вантажу.

Якщо в якості критерію оптимальності прийняти енергію залишкових коливань, а в якості цільової функції використовувати вираз (23), можна сформулювати наступну оптимальну задачу.

Відшукати значення параметрів A, B і α , що визначають функцію φ_1 , описувану рівнянням (9), і відповідне до цієї функції згідно з «принципом максимуму» управління, при якому матеріальна система, задана математичною моделлю (2), пересувається на необхідну відстань S таким чином, що цільова функція E , пропорційна енергії залишкових коливань вантажу, виявляється рівною (або досить близькою) нулю.

Таким чином, вихідна задача про пошук оптимальної функції управління звелася до задачі про пошук значень трьох змінних (координат) A, B і α , при яких досягає екстремуму (мінімуму) цільова функція E .

Розрахунок величини цільової функції E , що відповідає певному набору значень трьох зазначених змінних, здійснюється в результаті порівняно складної процедури, що полягає в одночасному інтегруванні рівнянь математичної моделі (2) досліджуваної матеріальної системи і диференціальних рівнянь (21) допоміжної змінної φ_1 гамільтоніану H . По ходу такого інтегрування знаходять точки перетину графіком функції φ_1 осі часу і виробляють потрібні перемикання управління. Інтегрування проводять від початкового положення системи до моменту приходу візка в кінцеву точку. Потім обчислюють за формулою (23) значення цільової функції E , після чого приймають рішення про характер змін координат A, B і α для використання на наступній ітерації процесу розрахунку.

Загальна послідовність пропонованого рішення сформульованої задачі відповідає чисельному методу «покоординатного спуску» вирішення екстремальних задач. Відповідно до алгоритму цього методу,

викладеному, наприклад, в [7], складена програма визначення оптимального управління досліджуваної системою.

За допомогою програми були виконані розрахунки допоміжної функції φ_1 , оптимального управління та параметрів руху матеріальної системи (2) для тих же геометричних умов руху, що і в попередньому випадку. Як виявилось, ітераційний процес пошуку екстремуму цільової функції E , що передбачається даним методом і програмою, досить швидко сходиться.

Необхідно відзначити, що запропонований метод розрахунку (що має більш широку сферу застосування) є досить трудомістким, передбачає використання складних програм і значних обсягів обчислювальних робіт, що може викликати сумніви в правильності одержуваних рішень. Для усунення можливих сумнівів новий метод доцільно ретельно перевірити, наприклад, порівнюючи отримані за його допомогою результати з результатами, отриманими іншим методом, добре відпрацьованим і надійним.

На рис. 3 показані графіки, побудовані на підставі виконаних за вказаною програмою розрахунків наступних параметрів матеріальної системи (2): 1 – оптимальне управління візком (його швидкість); 2 – абсолютна швидкість вантажу; 3 – відхилення вантажу від рівноважного положення; 4 – довжина підвісу; 5 – шлях візка; 6 – шлях вантажу; 7 – допоміжна функція φ_1 гамільтоніана H . Для зручності користування рисунком графіки швидкості візка і вантажу, а також графік відхилення вантажу дані в збільшеному масштабі.

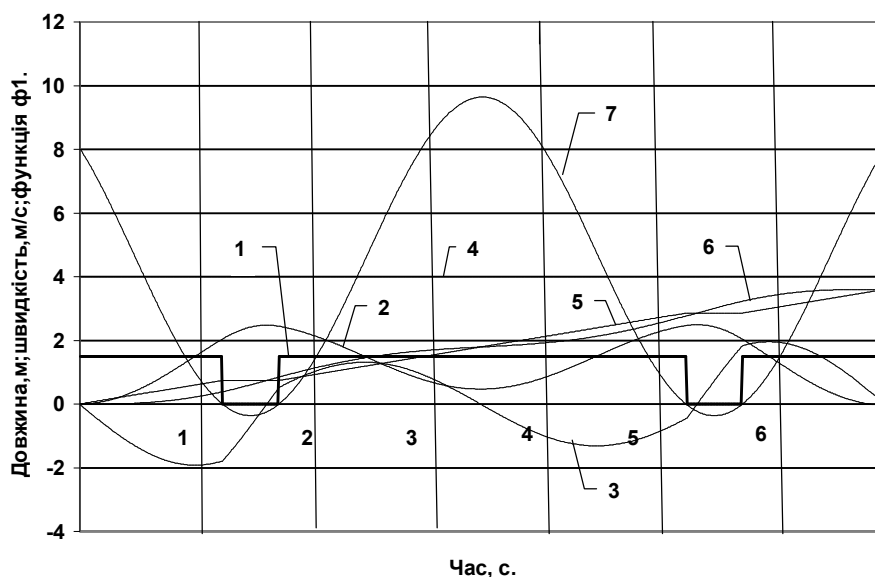


Рис.3 Графіки параметрів руху системи візок-вантаж при оптимальнім управлінні і постійній довжині підвісу

Як видно з рисунків 2 і 3 результати розрахунків тривалості окремих інтервалів оптимального управління обома методами (тим, що розглядається, і описаним раніше) збігаються.

Тобто, другий метод, що не вимагає лінійності рівнянь математичної моделі системи, дозволяє отримати досить достовірні результати і може бути застосований і в більш складних випадках.

Розглянемо використання даного методу при знаходженні оптимального управління візком при переміщенні вантажу *на підвісі змінної довжини* (коли рівняння функції φ_1 не лінійні, і перший з розглянутих методів непридатний) для наступних геометричних параметрів руху:

шлях візка $S = 1,8$ м;

обмеження на параметр управління (швидкість візка) $0 < v(t) < V$, ($V = 0,3$ м / с);

початкова довжина підвісу становить $L(0) = 4$ м;

довжина підвісу змінюється від початкового значення з постійною швидкістю рівною $-0,2$ м/с і може бути задана як функція часу $L(t) = 4 - 0,2t$.

В даному випадку при визначенні положення графіка допоміжної функції φ_1 в її рівняння (8) необхідно включити члени, що відображають характер зміни довжини підвісу. Запис цього рівняння в нормальній формі при введенні змінних (20) буде мати вигляд

$$f_1' = f_2;$$

$$f_2' = f_3; \quad (24)$$

$$f_3' = -2f_3L'(t)/L(t) - f_2g/L(t).$$

Початкові значення функцій $f_1(0); f_2(0); f_3(0)$ можна розрахувати за тими ж формулами (22), де $k^2 = g/L(0)$

Для визначення оптимального управління візком при зазначених геометричних умовах були використані той же алгоритм і та ж програма, відкориговані з урахуванням характеру змін довжини підвісу.

На рис.4 представлені побудовані на основі розрахунків по складеній програмі графіки зміни параметрів руху при оптимальнім управлінні і змінній довжині підвісу. Тут використані ті ж позначення, що і на рис. 3.

Графіки підтверджують ефективність розглянутого способу і складеної на його основі програми, що дозволяють відшукувати управління досліджуваної матеріальної системою (візком з вантажем на підвісі змінної довжини), що відповідають необхідній умові оптимальності за швидкодією, сформульованій «принципом максимуму».

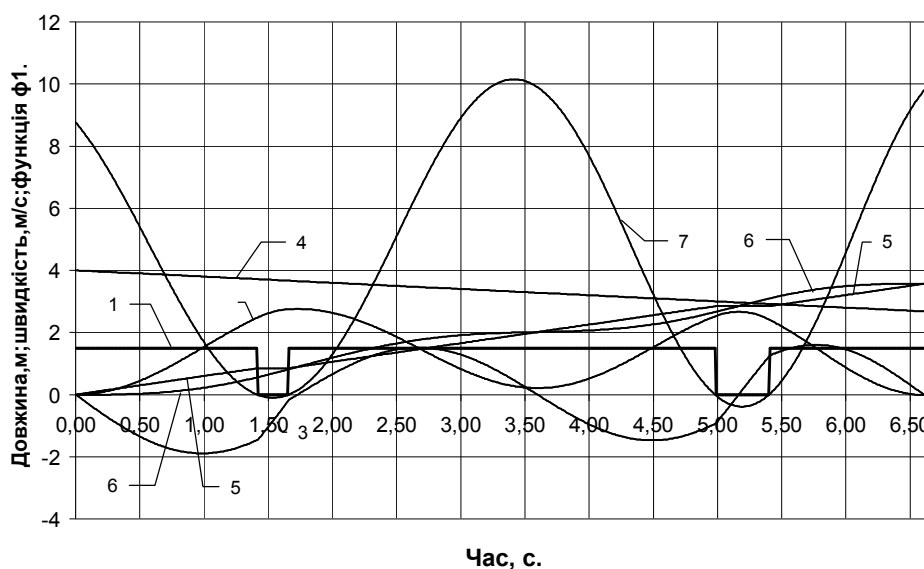


Рис. 4. Графіки параметрів руху системи візок-вантаж при оптимальному управлінні і змінній довжині підвісу

Як видно з рисунка, допоміжна функція ϕ_1 має коливальний характер і може багаторазово перетинати вісь часу. Кількість точок перетину функцією ϕ_1 цієї осі, а, отже, і число інтервалів і перемикачів оптимального управління збільшується при зростанні тривалості T управління (і необхідного шляху візка) і може бути достатньо великим, що, можливо, викличе труднощі при його реалізації. Для прийнятих геометричних умов руху число інтервалів сталості управління виявилось рівним п'яти. На відміну від попереднього випадку вони мають різні тривалості. Загальна тривалість управління склала 6,66 с.

Переміщення візка супроводжується інтенсивним розгойдуванням вантажу з максимальною амплітудою коливань, що дорівнює 0,2 м.

Можна запропонувати інший, більш простий і зручний для реалізації вид управління, при якому гасіння коливань оптимальним чином виконується тільки на ділянках розгону і гальмування. При такому, квазі-оптимальному, управлінні на більшій частині шляху вантаж переміщується синхронно з візком без розгойдування.

Таке управління при будь-якій величині переміщення має тільки п'ять інтервалів сталості, тривалості яких можуть бути розраховані відповідно до алгоритму, описаному в роботі [5]. За складеною на основі цього алгоритму програмою було розраховано квазіоптимальне управління для тих же геометричних умов, що і в попередній задачі.

За результатами розрахунку складені показані на рис. 5 графіки параметрів руху системи візок-вантаж при квазіоптимальному управлінні. Позначення окремих параметрів такі ж, як і на рис. 3.

Як видно з рисунка, при такому управлінні рух візка можна розділити на три етапи. На першому етапі, що складається з двох інтервалів сталості, здійснюється розгін вантажу до горизонтальної швидкості V . Тривалість першого етапу дорівнює 1,3 с. Максимальне відхилення вантажу на цьому етапі становить 0,16 м.

На другому етапі візок і вантаж рухаються з однаковою горизонтальною швидкістю, без розгойдування вантажу. Вантаж продовжує вертикальне переміщення.

На третьому етапі виконується маневр, що також включає два інтервали і забезпечує гальмування вантажу до моменту приходу візка в кінцеву точку шляху до швидкості рівної нулю. Тривалість третього етапу дорівнює 1,0 с. Максимальне відхилення вантажу на цьому етапі становить 0,12 м.

Загальна тривалість переміщення вантажу при такому управлінні дорівнює 7,2 с.

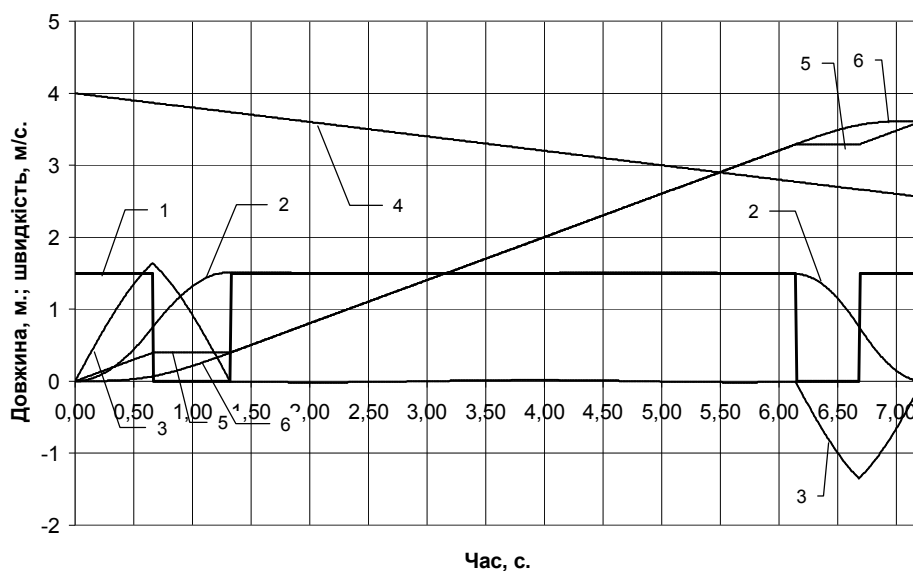


Рис. 5. Графіки параметрів руху системи візок-вантаж при квазіоптимальному управлінні і змінній довжині підвісу

Таким чином, квазіоптимальне управління на своїх окремих етапах має просту структуру, яка допускає більш зручну реалізацію. Ще однією перевагою такого управління є невелика інтенсивність розгойдування і малі пов'язані з ним динамічні навантаження на деталі машини (що сприяє підвищенню їх довговічності). Однак за головним показником – швидкодією – квазіоптимальне управління помітно поступається строго оптимальному (тривалість переміщення вантажу при оптимальному управлінні складає 6,66 с, а при квазіоптимальним – 7,2 с, що на 8 % більше).

Висновки

1. Розглянуто чотири методи розрахунку оптимального управління легкими мостовими кранами при перенесенні вантажу на гнучкому підвісі.

Перший метод призначений для розрахунків управління тільки при перенесенні вантажу на підвісі постійної довжини. У цьому випадку математична модель крана може бути представлена системою лінійних диференціальних рівнянь, що дозволяє оцінити загальний характер допоміжної функції φ_1 гамільтоніана аналітично, а її розташування відносно осі часу, що визначає структуру оптимального управління, уточнюється вельми простим чисельним методом.

2. Другий метод передбачає чисельне інтегрування диференціального рівняння допоміжної функції φ_1 одночасно з рівняннями математичної моделі системи візок-вантаж. Результати рішення оптимальної задачі для одних і тих же геометричних умов обома методами збігаються. Це дає можливість стверджувати, що результати, які отримуються на основі другого методу є достовірними.

3. Третій метод є модифікацією другого, пов'язаної з урахуванням суміщення робочих рухів, і може бути використаний також при розрахунку оптимального управління візком при переміщенні ним вантажу *на підвісі змінної довжини*. Метод дозволяє відшукати управління, яке задовольняє необхідним умовам оптимальності.

4. Для оцінки ефективності оптимального управління запропоновано ще один (четвертий) метод, що дозволяє знайти управління, яке теж забезпечує гасіння коливань вантажу *при змінній довжині підвісу*. Метод передбачає оптимізацію управління візком тільки на етапах розгону і гальмування вантажу, коли проводиться гасіння його коливань. Таке управління має просту структуру і може виявитися зручним для реалізації. Однак при ньому тривалість переміщення в порівнянні зі строго оптимальним управлінням зростає в середньому на 8 %. Це може мати вирішальне значення при виборі управління, що підлягає реалізації.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Bao Qifan. *Research and development of automatic bulk cargo equipment in modern ports* // *Port Technology International*. – 2009. – Vol. 41. – P. 88-93.
2. Черноусько Ф.Л. *Управление колебаниями* / Ф.Л. Черноусько, Л.Д. Акуленко, Б.Н. Соколов. – М.: Наука, 1980. – 384 с.
3. Verschoof J. *Cranes – Design, Practice and Maintenance (Chapter 6. Sway and Swing; Automation the trolley travelling mechanism)* // *Professional Engineering Publishing*. – 2002. – P. 167-173.

4. Стрельцов П.М. Гашение колебаний груза при его перемещении на подвесе переменной длины // Вісник ОНМУ, 2012. – № 35. – С. 179-189.
5. Streltsov P. Time optimal control of light crane transported load on the rope with varying length. Методи та засоби управління розвитком транспортних систем: Зб. наук. праць. – Одеса: ОНМУ, 2014. – Вип. 1 (21). – С. 202-215.
6. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления. – М.: Наука, 1969. – 408 с.
7. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1988. – 545 с.

Стаття надійшла до редакції

Рецензенти:

доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри «Підйомно-транспортні машини та інжиніринг портового технологічного обладнання» Одеського національного морського університету, директор спеціалізованого експертно-технічного центру «ДІАЛАБ» **В.М. Пустовий**

кандидат технічних наук, професор кафедри «Підйомно-транспортні машини та інжиніринг портового технологічного обладнання» Одеського національного морського університету **Н.Ф. Зубко**