

УДК 629.58:678:539.4

С.Ф. Присташ, Є.Т. Бурдун

**МЕТОД РОЗРАХУНКУ МІЦНОГО КОРПУСУ ПІДВОДНОГО АПАРАТУ
В ФОРМІ ТОРУ, ВИКОНАНОГО НАМОТУВАННЯМ**

Розроблено метод розрахунку напружено-деформованого стану ортотропного тороїдального міцного корпусу, що виготовлений поперечною намоткою в комбінації з поздовжньою намоткою або викладкою із полімерного композиційного матеріалу при гідростатичному стисканні. Враховано зміну товщини оболонки по меридіану тороїдальної оболонки, що обумовлено геометрією оболонки та технологією її виготовлення. Адекватність методу перевірена співставленням числових результатів з раніш отриманим рішенням для ізотропної тороїдальної оболонки постійної товщини та проаналізовано збіжність отриманих результатів.

Ключові слова: тороїдальний міцний корпус, змінна товщина оболонки, напружено-деформований стан, намотування, збіжність методу розрахунку.

Разработан метод расчета напряженно-деформированного состояния ортотропного тороидального прочного корпуса изготовленного поперечной намоткой в комбинации с продольной намоткой или выкладкой из полимерного композиционного материала при гидростатическом сжатии. Учтено изменение толщины вдоль меридиана тороидальной оболочки, которая обусловлена геометрией оболочки и технологией ее изготовления. Адекватность метода проверена сопоставлением числовых результатов с ранее полученным решением для изотропной тороидальной оболочки постоянной толщины и проанализирована сходимость полученных результатов.

Ключевые слова: тороидальный прочный корпус, переменная толщина оболочки, напряженно-деформированное состояние, намотка, сходимость метода решения.

The method of evaluation of stressed-deformed state of orthotropic toroidal pressure hull, produced by transverse winding in combination with longitudinal winding from polymer composite material in conditions of hydrostatic compression is developed. The change in thickness of toroidal casing meridian, caused by casing geometry and production technology, is taken into account. Adequacy of proposed method is verified by comparison of results with solution for toroidal casing with constant thickness, obtained earlier, and convergence of results is analyzed on the ample of isotropic toroidal casing.

Keywords: pressure hullm variable thickness, stressed-deformed state, winding, evaluation convergence.

© Присташ С.Ф., Бурдун Є.Т., 2017

Постановка проблеми. Використання полімерних композиційних матеріалів (ПКМ) перспективно в конструкціях міцних корпусів підводних технічних засобів. Так, використання ПКМ дозволяє відчутно зменшити масу конструкції корпусу, що разом з достатніми фізико-механічними характеристиками дозволяє отримати матеріал з питомими міцністю та жорсткістю, що значно перевищує аналогічні показники високоміцної сталі [1].

Міцні корпуси підводних технічних засобів зазвичай мають форму тонкостінного круглого циліндра, конуса або купола. В світлі сучасних тенденцій до ефективних форм міцних корпусів можна віднести тороїдальну форму [2-4]. Ефективніше всього виготовляти тороїдальні міцні корпуси із ПКМ методом намотування волокном або стрічкою. Намотування дозволяє виготовити виріб майже будь-якого розміру зі збереженням геометричної форми близької до ідеального тору, що задається геометрією технологічного оснащення, і важливо з позиції стійкості корпусу при гідростатичному стисканні, та дозволяє максимально реалізувати показники фізико-механічних характеристик односпрямованих волокнистих ПКМ. Намотування реалізує високий коефіцієнт заповнення об'єму (КЗО) волокном (до 70 %). Так, на тороїдальних оболонках методом безперервного намотування волокном можна реалізувати поперечну намотку в комбінації з поздовжньою намоткою (або викладкою) (рис. 1, а) та спіральну геодезичну (або урівноважену) намотку (рис. 1, б), де a – внутрішній радіус перерізу меридіана; R – відстань від вісі обертання до центру меридіального перерізу; r_0 – максимальний радіус обертання (на зовнішньому екваторі); r – відстань від вісі обертання $v-v$ до деякої точки $K(\theta)$ серединної поверхні у меридіанному перерізі; $\pm\varphi$ – кути спіральної намотки

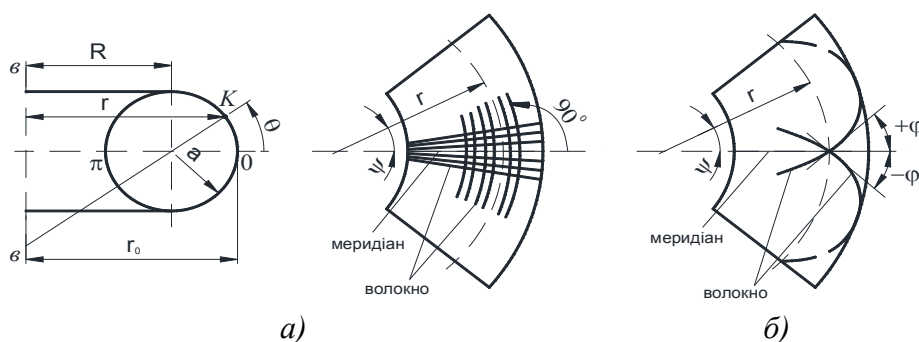


Рис.1. Геометричні розміри та схеми намотування кругової тороїдальної оболонки:
а) поперечна намотка в комбінації з поздовжньою намоткою або викладкою;
б) спіральна намотка

Задача стійкості ортотропної тороїдальної оболонки, у тому числі зі змінною по меридіану товщиною виконаної намотуванням вирішена автором [5]. Проте немає робіт, присвячених дослідженню впливу зміни товщини в перерізі тора при різних структурних схемах намотування на напружено-деформований стан тороїдальної оболонки, що складає новий напрямок в реалізації проблеми міцності тороїдальних міцних корпусів.

Метою статті являється побудова методу визначення напружено-деформованого стану композиційних тороїдальних міцних корпусів підводних технічних засобів з урахуванням змінної товщини при поперечному намотуванні в комбінації з повздовжньою намоткою або викладкою та оцінка збіжності рішень методу.

Виклад основного матеріалу. В якості міцного корпусу підводно-технічного засобу розглядається ортотропна тороїдальна оболонка (рис. 2), виготовлена із ПКМ.

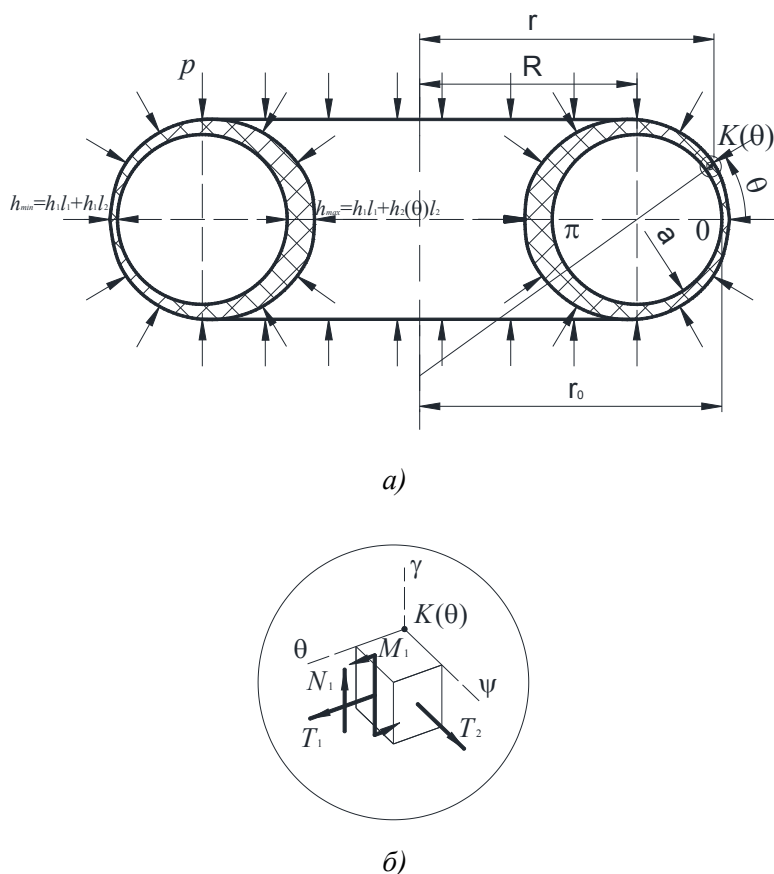


Рис. 2. Геометричні параметри діаметрального перерізу тороїдальної оболонки змінної товщини (а)

та напружений стан в точці тину $K(\theta)$ (б)

При виготовленні тороїдальної оболонки намоткою в комбінації з поздовжньою намоткою (або викладкою) кожен поперечний моношар (загальна кількість шарів l_2) буде мати змінну товщину $h_2(\theta)$ за рахунок більш щільного вкладання на внутрішньому екваторі оболонки [6]

$$h_2(\theta) = h_1 \frac{1+k}{1+k \cos \theta}, \quad (1)$$

де $h_1 = h_{\text{прод}} = \text{const}$ – товщина повздовжнього моношару в пакеті (загальна кількість шарів l_1), яка рівна товщині армуючого волокна (стрічки).

При такому намотуванні формується в цілому ортогонально армований композиційний матеріал, та тороїдальна оболонка далі розглядається як ортотропна зі змінною товщиною.

Напружено-деформований стан замкненої тороїдальної оболонки змінної товщини під дією рівномірно розподіленого зовнішнього тиску p [Па] розглядається як вісесиметрична задача (по координаті ψ). Система рівнянь рівноваги для вісесиметричної задачі (рис. 2) ортотропної тороїдальної оболонки для т. $A(\theta)$ має вигляд [7]

$$\begin{cases} \frac{\partial B T_1}{\partial \theta} + A B k_1 N_1 = 0 \\ -(k_1 T_1 + k_2 T_2) + \frac{1}{A B} \frac{\partial B N_1}{\partial \theta} = p \end{cases}, \quad (2)$$

де $A = \frac{a}{k}(1+k \cos \theta)$ і $B = a$ – коефіцієнти Ламе для тороїдальної поверхні;

$k = \frac{a}{R}$ – геометричний параметр форми тора;

k_1, k_2 – головні кривизни;

N_1, T_1, T_2 – погонні зусилля.

В формулі (1) та наступних індекси 1 і 2 відповідають двом криволінійним координатам ψ і θ відповідно.

В основі теорії згинання тонких оболонок прийнята гіпотеза прямих нормалей, за якою точки, що належать нормалі до серединної поверхні до деформації, залишаються і після деформації лежати на прямій, нормальній до серединної поверхні. Інакше кажучи, в процесі деформації оболонки прямолінійність нормалей декілька порушується: це пов'язано зі зсувами в перерізах, нормальних до серединної поверхні. Тому гіпотеза прямих нормалей зводиться до припущення про те, що зсуви в нормальних перерізах малі в порівнянні з кутами поворотів нормалей і тому деформацією зсуву можна, як правило знехтувати [8].

Геометричні співвідношення мають вигляд

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{1}{A} \frac{\partial u(\theta)}{\partial \theta} + k_1 \omega(\theta), \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{AB} \frac{\partial B}{\partial \theta} u(\theta) + k_2 \omega(\theta), \\ \chi_1 &= -\frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{A} \frac{\partial \omega(\theta)}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial k_1}{\partial \theta} \frac{u(\theta)}{A}, \\ \chi_2 &= 0,\end{aligned}\tag{3}$$

де $u(\theta)$ – тангенціальне переміщення серединної поверхні оболонки вздовж кутової координати θ ;

$\omega(\theta)$ – радіальне переміщення по радіусу меридіанного перерізу тора.

Вирази для погонних зусиль та моментів мають вигляд

$$\begin{aligned}N_1 &= \frac{1}{AB} \frac{\partial BM_1}{\partial \theta}, & N_2 &= 0, \\ T_1 &= C_{11} \varepsilon_1 + C_{12} \varepsilon_2, & T_2 &= C_{22} \varepsilon_2 + C_{12} \varepsilon_1, \\ M_1 &= D_{11} \chi_1 + D_{12} \chi_2, & M_2 &= 0,\end{aligned}\tag{4}$$

де C_{ij} , D_{ij} – жорсткості композитної оболонки ($i, j = 1, 2$).

Жорсткості C_{ij} , D_{ij} будуть мати вигляд [9]

$$\begin{cases} D_{11}(\theta) = R_1 h_2^2(\theta) + R_2 h_2(\theta) + R_3 h_2^3(\theta) + R_4 \\ D_{22}(\theta) = R_5 h_2^2(\theta) + R_6 h_2(\theta) + R_7 h_2^3(\theta) + R_8 \\ D_{12}(\theta) = R_9 h_2^3(\theta) + R_{10} h_2^2(\theta) + R_{11} h_2(\theta) + R_{12}, \\ C_{11}(\theta) = R_{13} + R_{14} h_2(\theta) \\ C_{22}(\theta) = R_{15} + R_{16} h_2(\theta) \\ C_{12}(\theta) = R_{17} + R_{18} h_2(\theta) \end{cases}\tag{5}$$

де R_f ($f = 1, 2 \dots 18$) функція, яка залежить від параметрів, що характеризують структуру намотаної тороїдальної оболонки, та властивостей моношару (армуючої стрічки)

$$R_1 = \frac{1}{12} h_1 l_1 [B_{11}(l_1^2 + 3l_2^2) + 2l_1 B_{22}(l_1 + 3l_2) + 2(B_{11} - B_{22})(3l_2 + 1)],$$

$$R_2 = \frac{1}{12} h_1^2 l_1 [2B_{11}l_1^2 + B_{22}l_1^2 + 3l_2 l_1 B_{22} + 2(B_{22} - B_{11})],$$

$$R_3 = \frac{1}{12} B_{22}(l_2 + l_1)^3, \quad R_4 = \frac{1}{12} B_{11} h_1^3 l_1^3,$$

$$R_5 = \frac{1}{12} h_1 l_1 [l_1^2 (2B_{11} + B_{22}) + 3l_2 (2l_1 B_{11} + l_2 B_{22}) + 2(B_{22} - B_{11})(3l_2 + 1)],$$

$$R_6 = \frac{1}{12} h_1^2 l_1 [l_1^2 (B_{11} + 2B_{22}) + 3l_2 l_1 B_{11} + 2(B_{11} - B_{22})],$$

$$R_7 = \frac{1}{12} B_{11}(l_2 + l_1)^3, \quad R_8 = \frac{1}{12} B_{22} h_1^3 l_1^3, \quad (6)$$

$$R_9 = \frac{1}{12} B_{21}(l_2 + l_1)^3, \quad R_{10} = \frac{3}{12} B_{12}(l_2 + l_1)^2 l_1 h_1,$$

$$R_{11} = \frac{3}{12} B_{12}(l_2 + l_1)^2 l_1^2 h_2, \quad R_{12} = \frac{1}{12} B_{12} h_1^3 l_1^3,$$

$$R_{13} = B_{11} h_1 l_1, \quad R_{14} = B_{22}(l_1 + l_2),$$

$$R_{15} = B_{22} h_1 l_1, \quad R_{16} = B_{11}(l_1 + l_2)$$

$$R_{17} = B_{12} h_1 l_1, \quad R_{18} = B_{12}(l_1 + l_2).$$

$$B_{11} = \frac{E_1}{1 - \mu_{12}\mu_{21}}, \quad B_{22} = \frac{E_2}{1 - \mu_{12}\mu_{21}},$$

$$B_{12} = \frac{E_2 \mu_{12}}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} = \frac{E_1 \mu_{21}}{1 - \mu_{12}\mu_{21}}. \quad (7)$$

$$E_1 = E_B \eta + (1 - \eta) E_M, \quad E_2 = \frac{E_B E_M}{\eta E_M + (1 - \eta) E_B}. \quad (8)$$

$$\mu_{12} = \mu_B \eta + (1 - \eta) \mu_M, \quad \mu_{21} = \frac{\mu_{12} E_2}{E_1}. \quad (9)$$

Пружні характеристики моношару E_1, E_2, μ_{12} та μ_{21} визначаються експериментально або розраховуються за властивостями компонентів по математичним моделям (8) та (9).

Підставляючи значення компонентів деформації з (3) в (4), а потім отримані вирази для внутрішніх зусиль та моментів та вирази (1), (5) в (2) (враховуючи, що жорсткості $C_{ij}(\theta), D_{ij}(\theta)$ функції від θ для розрахунку оболонки змінної товщини), отримаємо рівняння рівноваги в переміщеннях для замкненої ортотропної тороїдальної оболонки змінної товщини

$$\begin{aligned} L_{11}(C_{ij}C'_{ij}D_{ij}D'_{ij})u + L_{12}(C_{ij}C'_{ij}D_{ij}D')w &= 0, \\ L_{21}(C_{ij}C'_{ij}D_{ij}D'_{ij})u + L_{22}(C_{ij}C'_{ij}D_{ij}D')w &= p, \end{aligned} \quad (10)$$

де лінійні диференціальні оператори L_{ij} мають наступний вигляд:

$$\begin{aligned} L_{11}(C_{ij}C'_{ij}D_{ij}D'_{ij}) &= -D_{11} \frac{k^3 \cos^2 \theta}{a^2(1+k \cos \theta)^4} - D_{11} \frac{3k^4 \cos \theta \sin^2 \theta}{a^2(1+k \cos \theta)^5} - D'_{11} \frac{k^3 \cos \theta \sin \theta}{a^2(1+k \cos \theta)^4} + \\ &+ C_{11} \frac{k^2 \sin \theta}{(1+k \cos \theta)^2} \frac{\partial}{\partial \theta} - D_{11} \frac{k^3 \cos \theta \sin \theta}{a^2(1+k \cos \theta)^4} \frac{\partial}{\partial \theta} + C'_{11} \frac{k}{1+k \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} + C_{11} \frac{k}{1+k \cos \theta} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} L_{12}(C_{ij}C'_{ij}D_{ij}D'_{ij}) &= C_{11} \frac{k \sin \theta}{(1+k \cos \theta)^2} + C'_{11} \frac{k \cos \theta}{1+k \cos \theta} + C'_{12} + C_{12} \frac{\partial}{\partial \theta} + C_{11} \frac{k \cos \theta}{1+k \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} - \\ &- D_{11} \frac{k^4 \cos \theta}{a^2(1+k \cos \theta)^4} (\cos \theta + \frac{3k \sin^2 \theta}{1+k \cos \theta}) \frac{\partial}{\partial \theta} - D'_{11} \frac{k^4 \cos \theta \sin \theta}{a^2(1+k \cos \theta)^4} \frac{\partial}{\partial \theta} - D_{11} \frac{3k^4 \cos \theta \sin \theta}{a^2(1+k \cos \theta)^4} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - \\ &- D'_{11} \frac{k^3 \cos \theta}{a^2(1+k \cos \theta)^3} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - D_{11} \frac{k^3 \cos \theta}{a^2(1+k \cos \theta)^3} \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{21}(C_{ij}C'_{ij}D_{ij}D'_{ij}) &= D_{11} \frac{k^5 \cos \theta \sin \theta}{a^4(1+k \cos \theta)^5} (\frac{10k \cos \theta}{1+k \cos \theta} - 1) + D_{11} \frac{k^4 \sin \theta}{a^4(1+k \cos \theta)^4} - D_{11} \frac{15k^6 \sin^3 \theta}{a^4(1+k \cos \theta)^7} - \\ &- D'_{11} \frac{2k^4 \cos \theta}{a^4(1+k \cos \theta)^5} - D'_{11} \frac{7k^5 \sin^2 \theta}{a^4(1+k \cos \theta)^6} - C_{11} \frac{k^2 \cos \theta}{a^2(1+k \cos \theta)^2} \frac{\partial}{\partial \theta} - C_{12} \frac{k}{a^2(1+k \cos \theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} - \\ &- D_{11} \frac{2k^4 \cos \theta}{a^4(1+k \cos \theta)^5} \frac{\partial}{\partial \theta} - D_{11} \frac{7k^5 \sin^2 \theta}{a^4(1+k \cos \theta)^6} \frac{\partial}{\partial \theta} - D'_{11} \frac{2k^4 \sin \theta}{a^4(1+k \cos \theta)^5} \frac{\partial}{\partial \theta} - D''_{11} \frac{k^4 \sin \theta}{a^4(1+k \cos \theta)^5} - \\ &- D_{11} \frac{k^4 \sin \theta}{a^4(1+k \cos \theta)^5} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \end{aligned}$$

Для замкненої в обох напрямках кругової тороїдальної оболонки рішення повинно задовольняти періодичності відносно кута θ , тому знаходиться воно в вигляді [10]

$$\begin{aligned} u(\theta) &= \sum_{m=1}^{\infty} u_m \sin(m\theta), \\ w(\theta) &= \sum_{m=1}^{\infty} w_m \cos(m\theta). \end{aligned} \quad (12)$$

Для досягнення потрібної точності достатньо утримувати декілька членів ряду для знаходження невідомих коефіцієнтів u_m та w_m .

Інтегруючи рівняння рівноваги (10) за методом Бубнова-Гальоркіна [11] по θ і ψ по поверхні тора, приймається до уваги, що елемент площі тору рівен

$$ABd\theta d\psi = \left[\frac{a^2(1+k \cos \theta)}{k} \right] d\theta d\psi. \quad (13)$$

Після перетворень отримано систему безкінечних лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^M (L_{1m} u_m + L_{21m} w_m) &= 0, \\ \sum_{m=0}^M (L_{21m} u_m + L_{22m} w_m) &= p. \end{aligned} \quad (14)$$

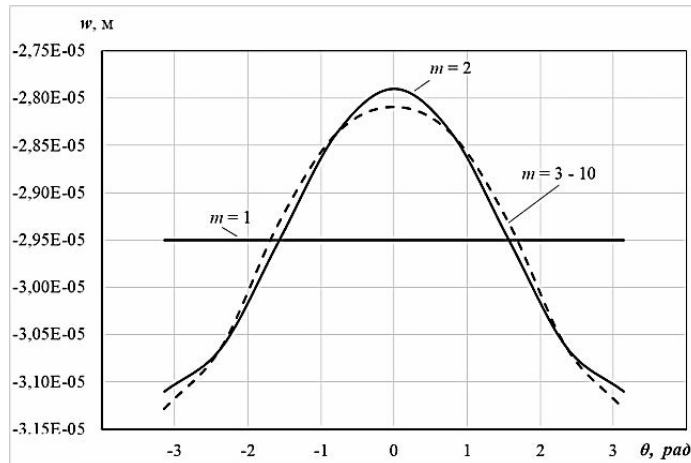
Розв'язання системи (5) при заданих $M = 1, 2, \dots, \infty$, дає значення коефіцієнтів u_m та w_m . Підстановка останніх до (14) дає значення функцій переміщень u_m та w_m точки $K(\theta)$ (рис. 2).

Збіжність рішень (рис. 3) аналізувалась на числових прикладах для прогинів w_m при утриманні по m кінцевого числа членів ряду $M = 1, 2, \dots, 10$ для ізотропної металевої тороїдальної оболонки з наступними значеннями параметрів: $\mu = 0,25$, $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па, $a = 1$ м, $p = 1 \cdot 10^5$ Па, $k = 0,25$.

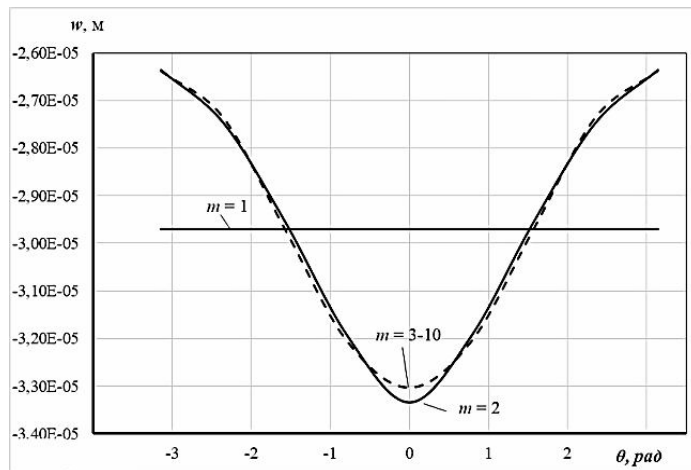
Для підтвердження адекватності запропонованого методу його було опробовано на рішеннях [12] для функції прогинів.

Авторами [12] запропоновано методику розрахунку ізотропної тороїдальної оболонки постійної товщини. В роботі рішення (рис. 4) було доведено до числових результатів. Аналітичне рішення в роботі не наведено.

Числові результати опубліковані в [12] та отримані в даній роботі дають близькі значення, що свідчить про адекватність запропонованої моделі для визначення компонентів напружено-деформованого стану. Автори [12] не надали інформації відносно збіжності їх рішень, або скільки членів ряду вони утримували при розрахунках.



а)



б)

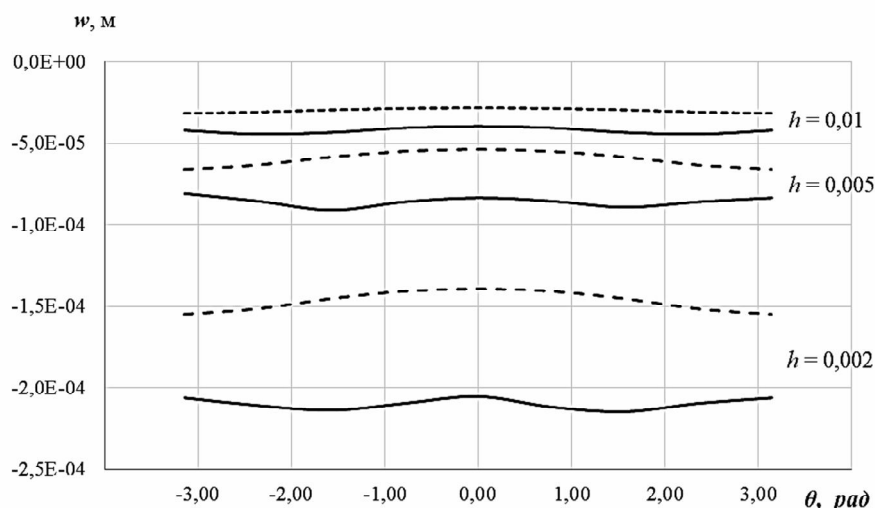
Рис. 3. Збіжності рішень для прогинів ізотропної тороїдальної оболонки при гідростатичному стисканні:

а) постійної товщини ($h(\theta) = 2h_1 = \text{const} = 0,01 \text{ м}$);

б) змінної товщини ($h_2(\theta) = h_1 \frac{1+k}{1+k \cos \theta}$)

Проте, виготовити міцний корпус в формі тора постійної товщини досить складно. Для ізотропної (металевої) оболонки за рахунок технології виготовлення, наприклад штампування, гнуття листів, теж отримується тороїдальна оболонка змінної товщини.

Із аналізу збіжностей отриманих у даній роботі рішень для прогинів $w(\theta)$ ізотропної тороїдальної оболонки постійної товщини достатньо утримувати $M = 3$ члени ряду, для оболонки змінної товщини з параметрами (1) теж достатньо утримувати до $M = 3 - 4$ члени ряду. Із аналізу розподілу прогинів по меридіану тороїдальної оболонки можна зазначити, що у випадку постійної товщини (див. рис. 3, а) максимальний прогин буде при $\theta = \pm\pi/2$, а при змінній товщині спостерігається переміщення максимального прогину у точку $\theta = 0$, що обґрунтовано.



— рішення [12], --- запропоноване рішення

Рис. 4. Епюри розподілу прогинів по меридіану (координата $-\pi \leq \theta \leq +\pi$) при $a = 1$ м; $k = 0,25$; $h = 0,01$ м; $p = 1 \cdot 10^5$ Па

На основі отриманих даних можна зробити припущення, що для ортотропної тороїдальної оболонки, для надійності збіжності результатів щодо обчислення погонних зусиль N_1 , T_1 , T_2 та моменту M_1 потрібно буде утримувати більшу кількість членів ряду, що пов'язано з процедурою диференціювання згідно з (3) та (4). Отримані результати дають можливість вирішувати проблему оптимізації конструкції тороїдального міцного корпусу в залежності від глибини занурення, коефіцієнта форми тороїда $k = a/R$, відносних товщин, схеми намотування та кутів намотування.

Висновки

1. Розроблено метод визначення напружено-деформованого стану композиційних тороїдальних міцних корпусів підводних технічних

засобів з урахуванням змінної товщини при поперечному намотуванні в комбінації з повздовжньою намоткою (або викладкою).

2. Отримано епюри розподілу прогинів по меридіанному перерізу тору для оболонок змінної товщини та виявлено їх особливості.

3. Проведено аналіз збіжності прогинів для міцних корпусів із ізотропного матеріалу, який показав, що для тороїдальної оболонки постійної товщини потрібно утримувати $M = 3$ члени ряду, а для тороїдальної оболонки змінної товщини – $M = 3 - 4$.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Zimmerman S. *Submarine Technology for the 21 st Century* / S. Zimmerman // Trafford Publishing. – 2000. – 230 p.
2. Пат. UA 78215 U, МПК B63G 8/00. Підводне судно типу «Пірнаюче блюдце» підвищеної маневреності / Є.Т. Бурдун, А.В. Крептюк: Заявл. 18.09.2012; Опубл. 11.03.2013. – Бюл. № 5.
3. Пат. 04043190А Японії, МКИ B63G 8/00. Large-sized submersible vessel / Bada Eiichi (Mitsubishi Heavy Ind LTD). – № 02150689. – Опубл. 13.02.1992.
4. Пат. 2026951 Великобританії, МКИ B63B 3/13. Underwater hulls or tanks / Santi; Giunio G. (Italy, IT) - №7915212 – Опубл. 13.02.1980.
5. Крептюк А.В. Проектирование и метод расчета устойчивости композитных тороидальных прочных корпусов подводных технических средств, полученных продольно-поперечной намоткой / А.В. Крептюк // Проблемы техники: Научно-производственный журнал. – 2011. – № 2. – С. 113-127.
6. Комков М.А., Буланов И.М. Определение конструктивно-технологических параметров оболочек, намотанных из композиционных материалов: Учебное пособие / М.А. Комков, И.М. Буланов. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1992. – 83 с.
7. Амбарцумян, С.А. Общая теория анизотропных оболочек / С.А. Амбарцумян. – М.: Изд-во НАУКА, 1974. – 448 с.
8. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. – Изд. 2-е, перераб. и доп / А.С. Вольмир. – М.: Наука, 1967. – 984 с.
9. Бурдун Е.Т., Крептюк А.В. Упругие характеристики намоточной тороидальной оболочки / Е.Т. Бурдун, А.В. Крептюк // Методы решения прикладных задач механики деформированного твердого тела: Сб. научн. работ Днепропетровского национального университета им. О. Гончара. – 2010. – № 11.

10. Вольмир А.С., Хайрнатов К.З. Устойчивость тороидальных композитных оболочек / А.С. Вольмир, К.З. Хайрнатов // *Механика композитных материалов*. – 1982. – № 3. – С.454-459.
11. Шутенко Л.Н., Засядько Н.А., Чупрынин А.А. Основы теории упругости и пластичности / Л.Н. Шутенко, Н.А. Засядько, А.А. Чупрынин // *Учебн. пособие для студентов строительных специальностей*. – Харьков: ХНАГХ, 2007. – 135 с.
12. Гребенюк С.Н. Напряженно-деформированное состояние тороидальных оболочек / С.Н. Гребенюк, Ю.А. Сысоев, Н.Ю. Сысоев // *Вестник Запорожского национального университета*. – 2010. – № 2 – С 24-28.

Стаття надійшла до редакції 15.11.2017

Рецензенти – доктор технічних наук, професор кафедри Конструкцій та механіки судна Національного університету кораблебудування ім. адм. Макарова **Л.І. Коростильов**