

УДК 532+681.3

Т.Д. Панченко, В.І. Стародуб, В.В. Челабчі, В.М. Челабчі

**ІДЕНТИФІКАЦІЯ МОДЕЛЕЙ ДИНАМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ
ПРИ ЗГЛАДЖУВАННІ ЧАСОВИХ РЯДІВ**

У статті описана методика згладжування експериментальних залежностей з високим рівнем шуму. Використовується метод ковзаючих відрізків. Залежності на ковзаючих відрізках описуються поліномами невисоких мір. Передбачена додаткова обробка залежності на початковому і кінцевому ділянках області визначення залежності. Вироблені критерії оцінки результатів згладжування. Розроблений алгоритм управління процесом згладжування дозволяє досягти заданих оцінок згладжування. Відзначається інваріантність методики до виду залежності і до рівня шуму.

Ключові слова: зашумлена інформація, алгоритм, згладжування, ковзаючі відрізки, критерії оцінки результатів.

В статье описана методика сглаживания экспериментальных зависимостей с высоким уровнем шума. Используется метод скользящих отрезков. Зависимости на скользящих отрезках описываются полиномами невысоких степеней. Предусмотрена дополнительная обработка зависимости на начальном и конечном участках области определения зависимости. Выработаны критерии оценки результатов сглаживания. Разработанный алгоритм управления процессом сглаживания позволяет достичь заданных оценок сглаживания. Отмечается инвариантность методики к виду зависимости и к уровню шума.

Ключевые слова: зашумленная информация, алгоритм, сглаживание, скользящие отрезки, критерии оценки результатов.

The technique of smoothing experimental dependences with a high noise level is described in the article. The method of sliding segments is used. Dependences on sliding segments are described by polynomials of low degrees. There is an additional treatment of the dependence on the initial and final sections of the domain of dependence. Criteria for estimating the results of smoothing are developed. The developed algorithm for controlling the smoothing process, which allows you to achieve a given estimation of smoo-thing. The method is invariant to the form of dependence and to the noise level.

Keywords: noisy information, algorithm, smoothing, sliding segments, criteria for evaluating the results.

© Панченко Т.Д., Стародуб В.І., Челабчі В.В., Челабчі В.М., 2017

Вступ. Вирішення будь-якої технічної задачі, що пов'язана з обробкою цифрових даних (сигналу) незалежно від їх природи, починається з виділення корисної інформації (інформативних ознак). Як правило, вихідна інформація надається нам с деякою похибкою. Випадкові похибки (шуми) при цьому необхідно погасити тим чи іншим фільтром. Далі, при вирішенні конкретних задач інформація, очищена від перешкод, використовується у практиці.

Якщо природа перешкод відома, то будуються цифрові фільтри, що реагують саме на такі перешкоди. Якщо ж природа перешкод не відома, тобто коли на інформативний сигнал накладений «білий шум», то використовують різноманітні апарати згладжування, які убирають різкі зміни вхідної інформації.

Як правило, експериментальні дані зашумлені. Для отримання ясної картини досліджуваного процесу потрібно знизити вплив шуму. У практиці обробки експериментальних даних апроксимація зашумлених даних не завжди проводиться успішно. Особливо, якщо істотною є інформація про першу і особливо другу похідні.

Аналіз основних публікацій з проблеми. У літературі описано безліч методів згладжування, в числі яких метод поліномів Чебишева, метод рядів Фур'є, метод змінного середнього, метод четвертих різниць, експоненціальне згладжування [1; 3]. Часто використовуються методи сплайнової апроксимації [4]. Проводяться розробки в області адаптивного згладжування шумів [4; 5].

У практиці обробки експериментальних даних апроксимація зашумлених даних не завжди проводиться успішно. Особливо, коли необхідна достовірна інформація про значення першої й особливо другої похідної. При апроксимації рядів експериментальних даних сплайнами так само існують певні сумніви у вірогідності визначення похідних.

Можливий інший шлях, коли в процесі згладжування розраховуються значення не тільки згладженої функції але і її похідних [6; 7].

Постановка задачі. Основні вимоги до розробки методів згладжування:

- слабка чутливість до характеру і рівня зашумлення залежностей;
- інваріантність до типу фізичних процесів в об'єктах;
- забезпечення високої міри достовірності результатів згладжування.

При тестуванні оцінку результатів згладжування має сенс проводити шляхом порівняння аналітичних залежностей $Y_a(\tau)$ з результатами згладжування $Y_v(\tau)$. Імітація зашумлених залежностей $Y_e(\tau)$ проводиться згідно до

$$Y_e(\tau) = Y_a(\tau) + \Delta sh,$$

де Δsh – заданий шум. При тестуванні розглядалися різні варіанти генерації шуму.

Варіант 1. ($Kodf = 0$) Смуга шуму при постійному відносному значенні ширини смуги. Центр смуги шуму Δsh збігається з кривою аналітичного рішення. Величина зашумленого значення Ye визначається по залежності (1)

$$Ye = Ya + Dsh \cdot (0.5 - Clч) \cdot (Y_{\max} - Y_{\min}). \quad (1)$$

Варіант 2. ($Kodf = 1$) Смуга шуму у вигляді гармонійного коливання з високою частотою. Центр смуги шуму Δsh збігається з кривою аналітичного рішення. Величина зашумленого значення Ye визначається по залежності (2)

$$Ye = Ya + Dshf/2 \cdot \sin(Fric \cdot \tau) \cdot (Y_{\max} - Y_{\min}). \quad (2)$$

Варіант 3. ($Kodf = 2$) Смуга шуму у вигляді гармонійного коливання з високою частотою і випадковою зміною амплітуди коливань. Центр смуги шуму Δsh збігається з кривою аналітичного рішення. Величина зашумленого значення Ysh визначається по залежності (3)

$$Ye = Ya + Dshf/2 \cdot (0.5 - Clч) \cdot \sin(Fric \cdot \tau) \cdot (Y_{\max} - Y_{\min}), \quad (3)$$

де Y_{\max} , Y_{\min} – відповідно максимальне і мінімальне значення, отримані при аналітичному рішенні;

Ya – аналітичне рішення;

Dsh – відносне значення величини смуги шуму;

$Dshf/2$ – відносне значення амплітуди коливань;

$Fric$ – частота гармонійних коливань;

$Clч$ – випадкове число в діапазоні 0-1 при рівномірному розподілі.

Розробка методу згладжування. Доречно використовувати згладжування зашумлених часових рядів $Ye(\tau)$, використовуючи апроксимацію на ковзних відрізках [6]. Схема розташування вузлів (моментів часу) приводиться на рис. 1.

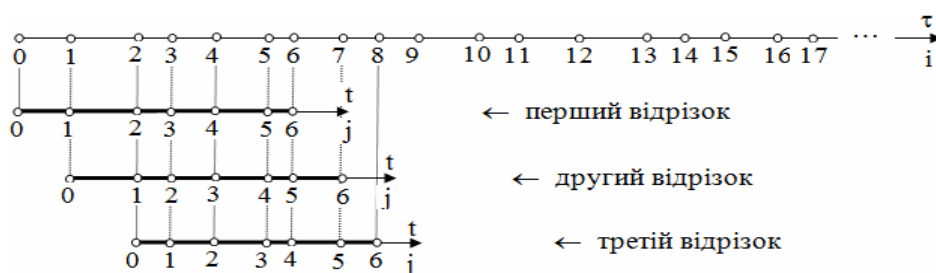


Рис. 1. Схема розбивки області визначення функції на відрізки

На кожному виділеному відрізку часу використовується локальна, в межах кожного відрізка, незалежна змінна t , τ – глобальний час. Залежність $Ye(t)$ у межах кожного відрізка апроксимується поліномом невисокого ступеня. Апроксимація функції Y на відрізках здійснюється методом найменших квадратів.

Обраний спосіб подання даних для проведення апроксимації експериментальних залежностей $Y(\tau)$ відрізняється тим, що він не вимагає рівномірного розташування моментів часу на осі τ .

Обчислюються значення апроксимуючої функції Ya і її похідних для кожного значення аргументу відрізка (4)

$$Ya(t) = \sum_{k=0}^{K_{pol}} a_k \cdot t^k, \quad Ya'(t) = \sum_{k=1}^{K_{pol}} k \cdot a_k \cdot t^{k-1}, \quad Ya''(t) = \sum_{k=2}^{K_{pol}} (k-1) \cdot k \cdot a_k \cdot t^{k-2}, \quad (4)$$

де K_{pol} – порядок апроксимуючого полінома.

Таким чином, значення Y , Y' , Y'' для кожного i -го значення аргументу обробляються багаторазово. Згладжені значення Y_v , Y_v' , Y_v'' для кожного значення τ_i розраховуються по формулах (5)

$$Y_v = \frac{1}{km} \cdot \sum_{k=1}^{km} Ya_k, \quad Y_v' = \frac{1}{km} \cdot \sum_{k=1}^{km} Ya'_k, \quad Y_v'' = \frac{1}{km} \cdot \sum_{k=1}^{km} Ya''_k, \quad (5)$$

де km – кількість обробок значень Ya .

Початкова й кінцева частини області визначення функції $Ye(\tau)$ обробляються недостатньо, що веде до зниження якості згладжування в цих районах. Тому обробка зазначених областей проводиться додатково [7] (рис. 2).

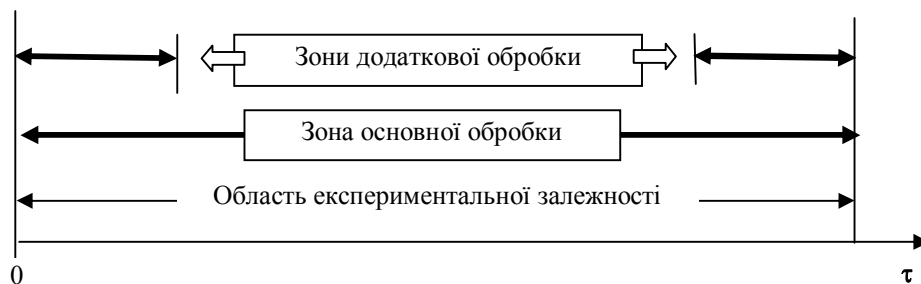


Рис. 2. Зони обробки даних

При розробці алгоритмів і програм згладжування різних залежностей використані позначення: аргумент X , а функція Y . Коли використовуються розроблені програми для згладжування часових рядів в якості аргументу вводяться значення моментів часу τ . Основний алгоритм згладжування залежності виду $Y = f(X)$ (процедура Smoo) представлений блок-схемою на рис. 3, де використані позначення (таблиця 1).

Таблиця 1

Основні параметри процедури Smoo

Ім'я в процедурі	Ім'я в тексті	Назва
Im	Im	Кількість значень на осі аргументу X
Kpol	K_{pol}	Ступінь апроксимуючого полінома
Jm	J_m	Кількість вузлів на відрізьку апроксимації
Xe	X_e	Вихідне (зашумлене) значення аргументу X
Ye	Y_e	Вихідне (зашумлене) значення функції Y
R2Ymin	R^2_{min}	Мінімальне на відрізьку значення оцінки R^2
Yv	Y_{it}	Відновлене (згладжене) значення Y
dY/dτ	$Y_{v'}$	Відновлене значення першої похідної
d2Y/dτ2	$Y_{v''}$	Відновлене значення другої похідної

В процедурі Smoo використана процедура Arg, яка призначена для апроксимування залежності методом найменших квадратів (рис. 4).

Для підвищення якості згладжування можна проводити повторне згладжування, коли в якості вихідних даних використовуються результати попереднього згладжування. Результати досліджень представлені на рис. 5-7 при $\Delta sh = 10\%$ від максимальної зміни значення Y_a .

Відносні похибки згладжування δY , $\delta Y'$, $\delta Y''$ обчислюються щодо максимальної зміни відповідної величини в області згладжування.

Управляти згладжуванням можна кількістю значень аргументу на ковзному відрізьку (J_m) і ступенем апроксимуючого полінома (K_{pol}).

Для вибору оптимальних умов згладжування проводиться варіювання значень J_m і K_{pol} . Оптимальними вважаються значення J_m і K_{pol} для яких мінімальне значення оцінки R^2 (6) по всіх оброблюваних відрізьках R^2_{Ymin} максимально близька до одиниці.

$$R^2 Y = 1 - \left(\sum_{i=0}^{Im} (Y_{sh_i} - Y_{v_i})^2 \right) / \left(\sum_{i=0}^{Im} Y_{sh_i}^2 - \left(\sum_{i=0}^{Im} Y_{sh_i} \right)^2 / (Im + 1) \right), \quad (6)$$

де Y_{sh} , Y_v – відповідно, зашумлені й відновлені безрозмірні значення Y ;
 i – індекс моменту часу на осі τ .

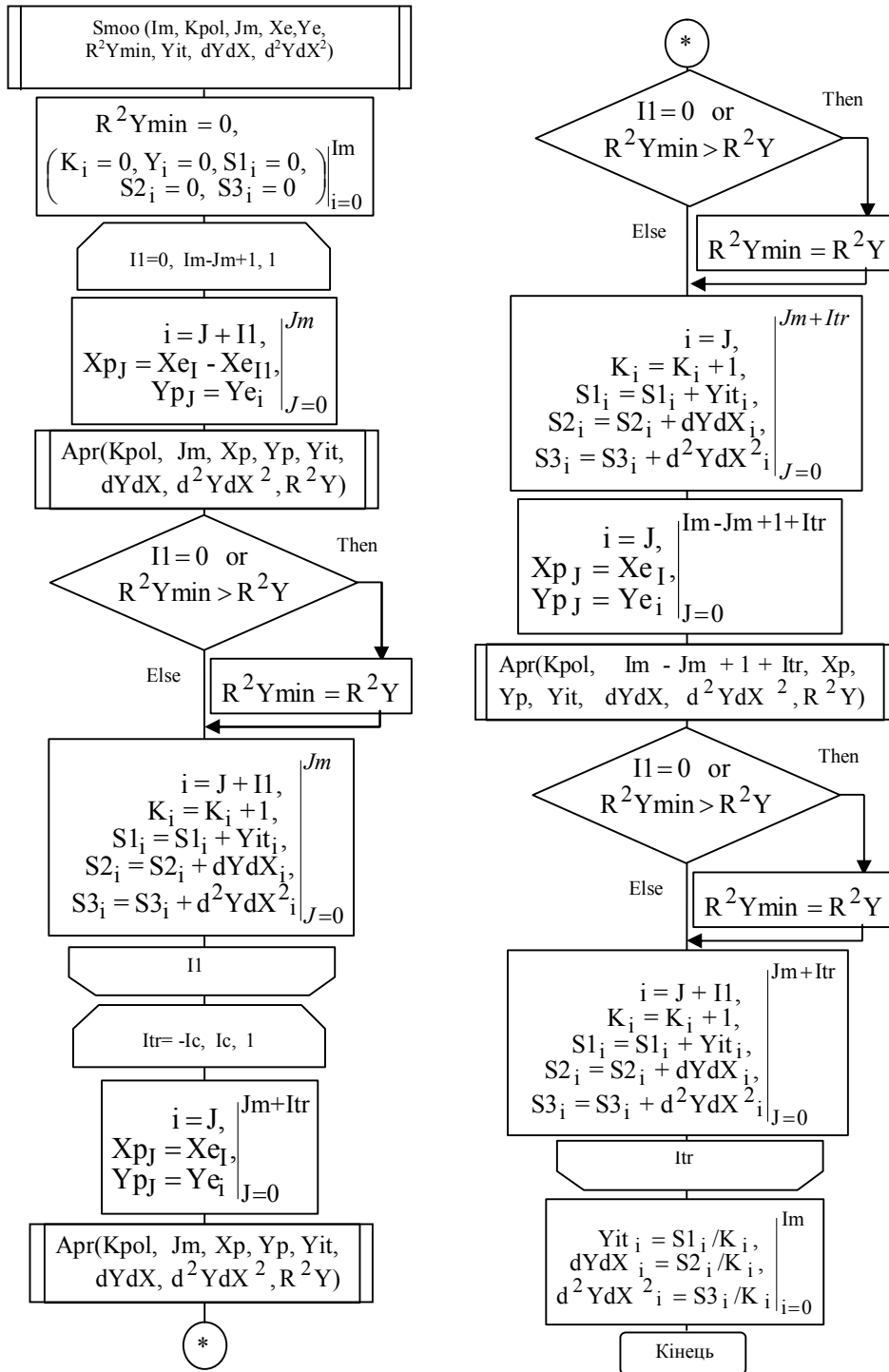


Рис. 3. Основний алгоритм згладжування

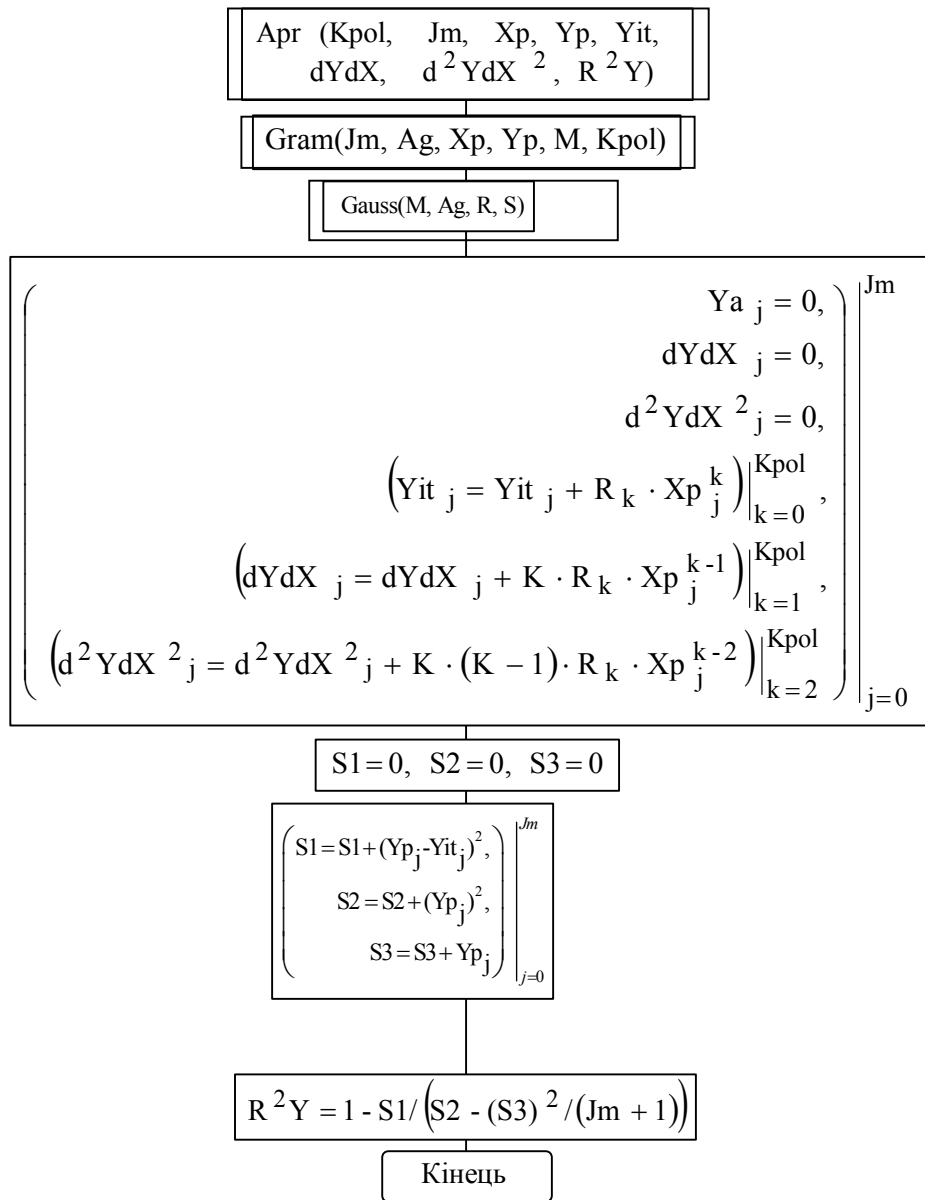


Рис. 4. Блок-схема процедури Apr

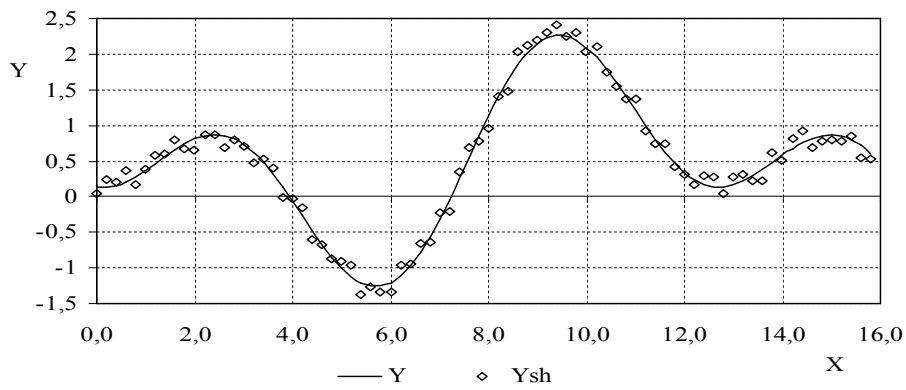


Рис. 5. Формування зашумленої залежності

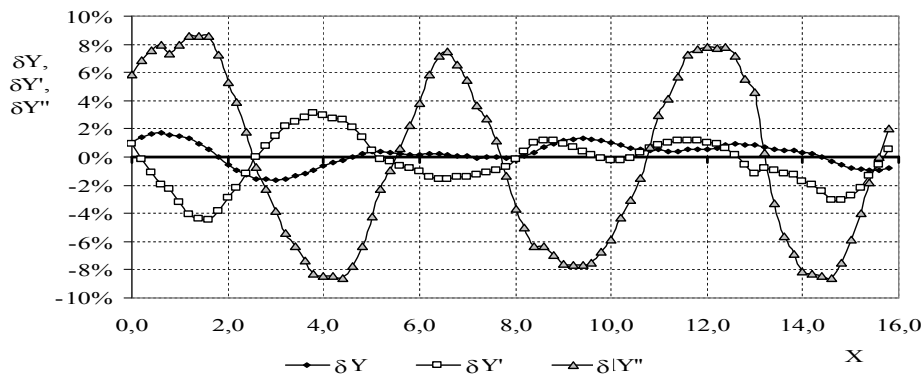


Рис. 6. Оцінка похибки при першому згладжуванні

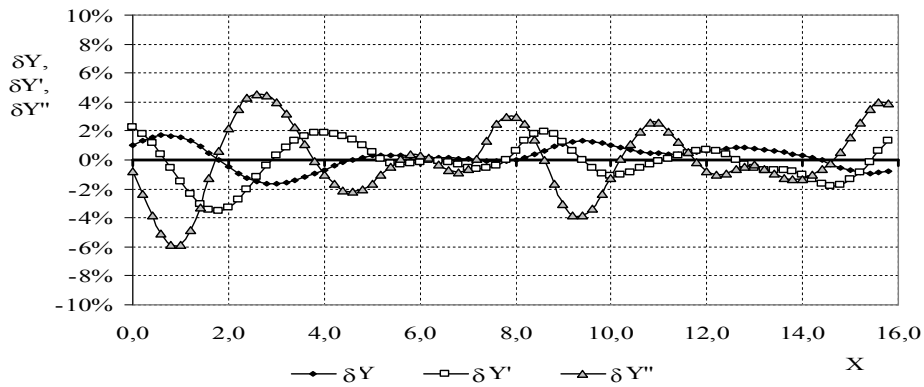


Рис. 7. Результати повторення згладжування

Для оперативного керування ітераційним процесом згладжування поряд з оцінкою (6) використовується середньоквадратична оцінка різниці рішень на двох сусідніх ітераціях (7).

$$\sigma_{it} = \sqrt{\left(\sum_{i=0}^{lm} (Y_{v_i | Iter} - Y_{v_i | Iter-1})^2 \right) / (lm + 1)}, \quad (7)$$

де Y_v – значення функції, що отримане шляхом ітераційного згладжування;
 $Iter$ – номер ітерації.

Для розширення діапазону значень величин і підвищення якості згладжування експериментальних залежностей використовується безрозмірне подання даних $Ye \rightarrow Ysh$.

$$Ysh_i = \left(\frac{Ye_i}{Ysh_{\max} - Ysh_{\min}} \right) \Big|_{i=0}^{lm}, \quad (8)$$

де $Ysh_{\max} = \max (Ysh_i |_{i=0}^{lm})$, $Ysh_{\min} = \min (Ysh_i |_{i=0}^{lm})$.

При виконанні процедури Smoo обробляється вся область представлення Ysh_i , додатково, ділянки на початку і кінці області. При цьому, для кожного відрізка апроксимації визначається оцінка узгодження значень апроксимаційних і заданих змінних (R^2).

Завершення ітераційного процесу здійснюється за умовою (9).

$$1 \geq R^2 \min > R^2 Y \text{ у } \sigma_{it} < \sigma_0, \quad (9)$$

де $R^2 Y \min$, kn , σ_0 – параметри керування;

$R^2 Y$, $R^2 \min$, σ_{it} – поточне значення параметрів.

Алгоритм керованого згладжування представлений на рис. 8.

Тестування методу. Для вибору надійних значень параметрів управління були проведені дослідження для ряду залежностей, коли вид залежності та рівень шуму варіювалися в широких діапазонах. Як показали дослідження, має сенс призначити: $R^2 Y \min = 0,985-0,99$, $\sigma_0 = 0,01$, $kn = 5-7$.

Для оцінки ефективності розробленої методики проводилася ідентифікація рівняння (10) з використанням дуже зашумлених експериментальних даних

$$C_2 \cdot \frac{d^2 Y}{d\tau^2} + C_1 \cdot \frac{dY}{d\tau} + Y = K_1 \cdot X, \quad (10)$$

де τ – час;

$X(\tau)$ – дія;

$Y(\tau)$ – реакція об'єкту;

C_1, C_2, K_1 – коефіцієнти властивості об'єкту.

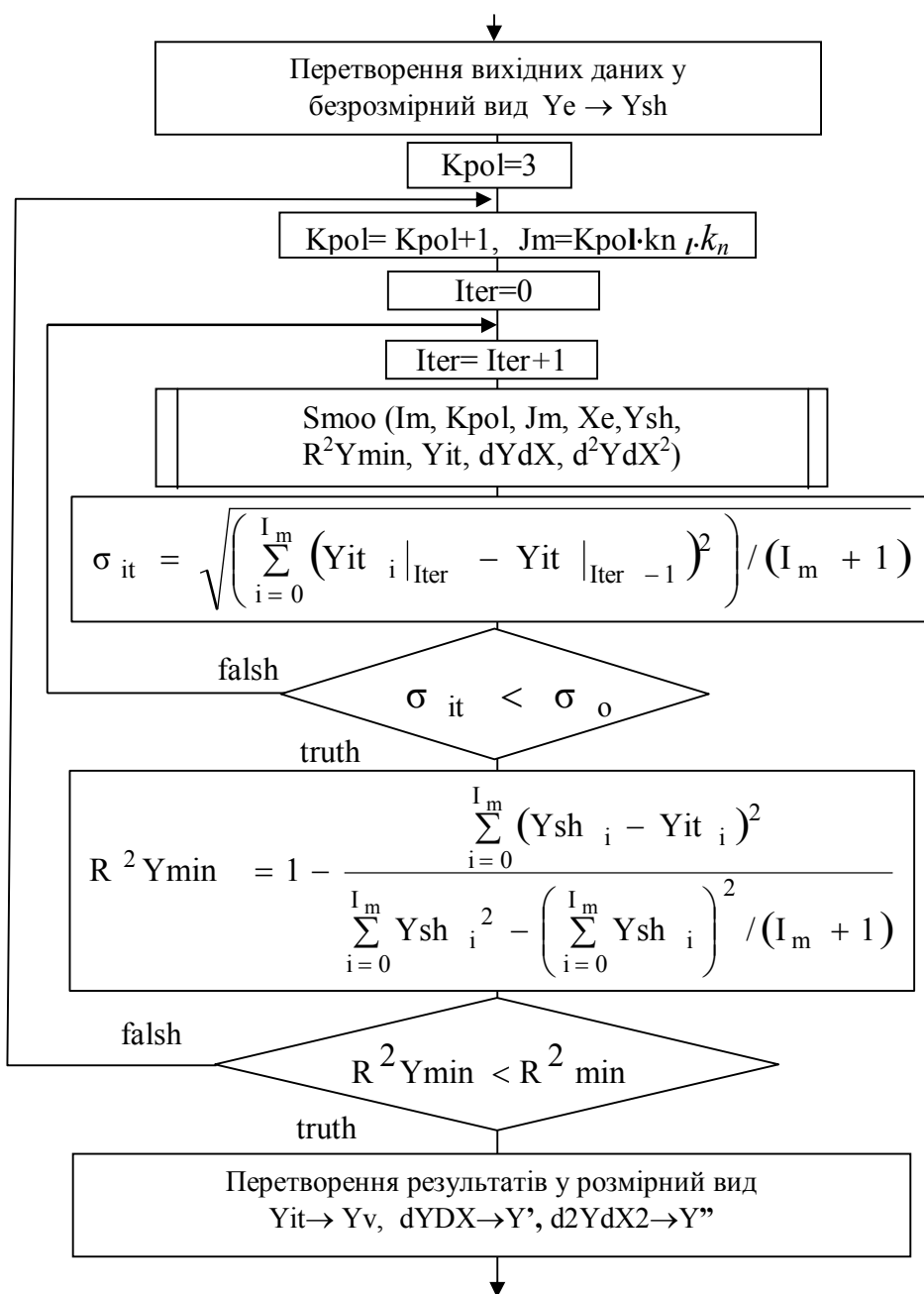


Рис. 8. Схема алгоритму керованого згладжування

Найчастіше, ідентифікація моделей динамічних об'єктів проводиться з апроксимацією зашумлених даних на ковзаючих відрізках [8; 10]. В даному випадку використаний інший підхід [11]. Заздалегідь проводиться згладжування експериментальних часових рядів в усій області представлення зашумлених залежностей $X = (\tau)$ та $Y(\tau)$. Для ідентифікації рівняння (10) використовувався алгоритм, представлений на рис. 9.

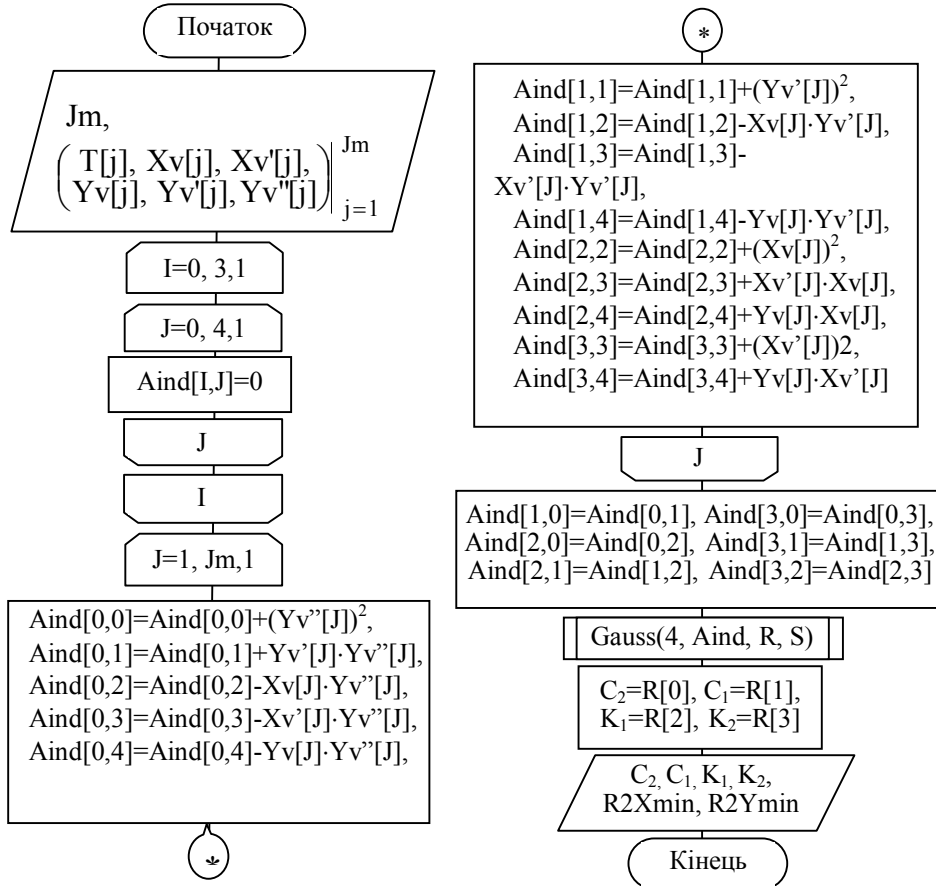


Рис. 9. Блок-схема процесу ідентифікації рівняння (10)

Використовувалися зашумлені аналітичні рішення рівняння (10).

Приймалося, що відхилення зашумлених даних від аналітичного рішення задовольняють рівномірному розподілу. Величини смуг шуму Δshx і Δshy задавалися на рівні 15 % від максимальних змін аналітичних значень відповідно X та Y .

На рис. 10 суцільними лініями відображені графіки зміни в часі величини дії X і аналітичного рішення Y . Зашумлені дані (X_e і Y_e) та згладжені (X_v і Y_v) відображені маркерами.

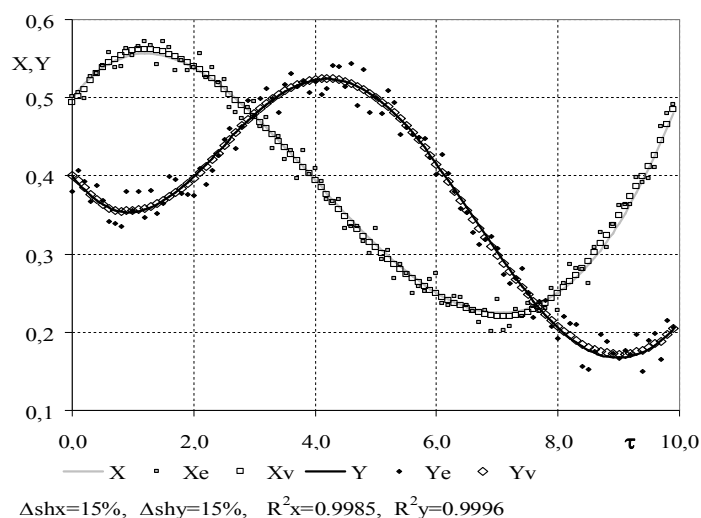


Рис. 10. Залежність аналітичних, імітованих (зашумлених) і згладжених залежностей впливу і реакції об'єкта від часу

Для оцінки достовірності рішення задачі ідентифікації було одержане аналітичне рішення (10) за тих же початкових умов, але з використанням відновлених значень $C1$, $C2$, $K1$. Результати наведені в таблиці 2.

Таблиця 2

Результати ідентифікації

Параметр	Прийнято	Результат	Похибка, %
C1	2.0	1.93	3.4
C2	1.0	1.029	2.9
K1	1.0	1.006	0.53

Висновки. Розроблено метод згладжування різного виду зашумлених експериментальних залежностей. Метод орієнтовано, в першу чергу, на обробку часових рядів.

Особливості методу:

- слабка чутливість до характеру і рівню зашумлення залежностей;
- інваріантність до типу фізичних процесів в об'єктах;
- метод не вимагає рівномірного розташування значень моментів часу на осі аргументу;
- метод забезпечує високу міру достовірності результатів згладжування.

Розроблено метод ідентифікації моделей динаміки об'єктів з попереднім згладжуванням експериментальних (зашумлених) часових рядів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гайдышев И. Анализ и обработка данных: Специальный справочник / И. Гайдышев. – СПб.: Питер, 2001. – 752 с.
2. Ruey-Chyn Tsaur. Further Examination to Fuzzy Exponential Smoothing Model / Ruey-Chyn Tsaur // *Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers*. – 2005. – Vol. 22. – № 6.
3. Кондрашова Н.В. Сравнительный анализ методов сглаживания и МГУА для прогнозирования временных рядов / Н.В. Кондрашова, Я.В. Павлов // *Індуктивне моделювання складних систем: Зб. наук. праць*. – К.: МННЦ ІТС НАН та МОН України, 2009. – Вип. 1. – С. 84-101.
4. Остропицкий В.М. Среднеквадратическое приближение параболических сплайн-регрессионных зависимостей / В.М. Остропицкий // *Вопросы прикладной математики и математического моделирования: Сб. научн. трудов*. – Д.: ДГУ, 1999. – С. 97-101.
5. Файзильберг Л.С. Адаптивное сглаживание шумов в информационных технологиях обработки физиологических сигналов / Л.С. Файзильберг // *Математические машины и системы*. – 2002. – № 3. – С. 96-104.
6. Меркт Р.В. Особенности сглаживания экспериментальных зависимостей методом скользящих отрезков / Р.В. Меркт, В.В. Челабчи, В.Н. Челабчи // *Сб. научн. трудов Sword. Физика и математика*. – Одесса: Черноморье, 2011. – Т. 8. – С. 18-22.
7. Chelabchi V.N. Smoothing out of experimental dependences / V.N. Chelabchi, V.V. Chelabchi // *Сб. научн. трудов Sword*. – Иваново: МАРКОВА АД, 2013. – Вып. 4. – Т. 5. – С. 47-51.
8. Челабчи В.В. К вопросу параметрической идентификации элементов динамических систем с запаздыванием / В.В. Челабчи, В.Н. Челабчи // *Матеріали I Міжнародної науково-практичної конференції «Передові наукові розробки-2006»*. – Дніпропетровськ: Наука і освіта, 2006. – Т. 5. – С. 71-73.
9. Челабчи В.В. Управляемая идентификация моделей динамических систем / В.В. Челабчи, В.Н. Челабчи // *Materialy IX Megdunarodowej naukowowi-praktycznej konferencij. «Perspektywiczne opracowania sa nauka I technikami-2013»*. *Matematyka*. – Przemysl: Nauka i studia, 2013. – Vol. 33. – С. 47-51.
10. Меркт Р.В. Обчислювальний експеримент. Динаміка систем / Р.В. Меркт, В.В. Челабчі, В.Н. Челабчі, І.А. Кукішев // *Вісник*

Одеського національного морського університету: Зб. наук. праць. – Одеса: ОНМУ, 2014. – № 1(40). – С. 214-227.

11. Челабчи В.В. К вопросу идентификации динамических объектов / В.В. Челабчи, В.Н. Челабчи // Вторая Международная научно-практическая конференция «Спецпроект: анализ научных исследований»: Сб. науч. работ. – Т. 3. – Днепропетровск: НАЦ «ЕРА», 2005. – С. 52-55.

Стаття надійшла до редакції 25.10.2017

Рецензенти:

доктор технічних наук, професор, віце-президент Асоціації українського сейсмостійкого будівництва **К.В. Єгупов**

кандидат технічних наук, доцент кафедри «Суднові енергетичні установки і технічна експлуатація» Одеського національного морського університету **Л.С. Вітюк**