УДК 517.977

КОНЦЕПЦИЯ ПРОГРАММНОГО ДВИЖЕНИЯ В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫМ АППАРАТОМ

В.И. Нещерет
к.ф.-м.н., доцент
кафедры «Техническая кибернетика им. профессора Р.В. Меркта»
onmu_tk@ex.ua
Т.Д. Панченко
старший преподаватель
кафедры «Техническая кибернетика им. профессора Р.В. Меркта»
tdp_1103@ukr.net
В.И. Стародуб
старший преподаватель
кафедры «Техническая кибернетика им. профессора Р.В. Меркта»
sval6236@gmail.com

Одесский национальный морской университет

Аннотация. *Реализуется идеология программного движения. В системе дифференциальных уравнений движения объекта управление определяется таким образом, чтобы реализовать заданное программное движение.*

Задача программного движения состоит в том, что для системы дифференциальных уравнений, описывающих движение объекта, задана программа в виде многообразия или траектории, а управление требуется выбирать таким образом, чтобы по возможности наилучшим образом реализовывать эту программу.

Пространственное движение летательного аппарата (ЛА) предлагается рассматривать в виде трёх последовательных уровней, трёх контуров управления: текущего движения центра масс (ЦМ), вращения вокруг ЦМ и динамики исполнительных органов.

В уравнениях движения ЦМ управления – это углы атаки α *и скольжения* β, *они определяются из решения задачи наведения, то есть попадания ЦМ в нужную область, движения по заданной траектории, выполнения определенных маневров и т.п. Рассчитанные предварительно или в процессе движения, интегрирования уравнений движения углы атаки и скольжения используются как программные* $\alpha_{пр}$, $\beta_{пр}$ *в задаче второго контура – углового движения относительно ЦМ.*

В ней углы поворота рулей δ_i *(*i*=1, 2, 3, 4), необходимо определять из решения задачи стабилизации* α, β *относительно программных* $\alpha пр$, $\beta пр$. *Найденные значения используются как программные для определе-ния управлений в уравнениях динамики исполнительных органов.*

В уравнениях движения летательного аппарата рассматриваются три уровня, три контура управления. В каждом контуре решение верхнего контура используется как программа для определения управления. Для обеспечения этой программы предлагается использовать локально-оптимальные управления.

***Ключевые слова**: управление, стабилизация, программа, угловое движение, алгоритм, локально-оптимальное, функционал, дифференциальные уравнения, интегрирование, летательный аппарат, угол атаки, скольжения, рыскания, наклон траектории.*

КОНЦЕПЦІЯ ПРОГРАМНОГО РУХУ В ЗАДАЧІ УПРАВЛІННЯ ЛІТАЛЬНИМ АПАРАТОМ

В.І. Нещерет
к.ф.-м.н., доцент
кафедри «Технічна кібернетика ім. професора Р.В. Меркта»
onmu_tk@ex.ua
Т.Д. Панченко
старший викладач
кафедри «Технічна кібернетика ім. професора Р.В. Меркта»
tdp_1103@ukr.net
Одеський національний морський університет
В.І. Стародуб
старший викладач
кафедри «Технічна кібернетика ім. професора Р.В. Меркта»
sval6236@gmail.com

Одеський національний морський університет

***Анотація**. Реалізована ідеологія програмного руху. В системі диференціальних рівнянь руху об'єкта управління визначається таким чином, щоб реалізувати заданий програмний рух.*

Задача програмного руху полягає в тому, що для системи диференціальних рівнянь, що описують рух об'єкта, задана програма у вигляді різноманіття або траєкторії, а управління потрібно вибирати таким чином, щоб по можливості найкращим чином реалізовувати цю програму.

Просторовий рух літального апарату (ЛА) пропонується розглядати у вигляді трьох послідовних рівнів, трьох контурів управління: поточного руху центру мас (ЦМ), обертання навколо ЦМ і динаміки виконавчих органів

У рівняннях руху ЦМ управління – це кути атаки α і ковзання β, вони визначаються з рішення задачі наведення, тобто попадання ЦМ в потрібну область, руху по заданій траєкторії, виконання певних маневрів і т.п. Розраховані попередньо або в процесі руху, інтегрування рівнянь

руху кути атаки і ковзання використовуються як програмні α_{np}, β_{np} в завданні другого контуру – кутового руху щодо ЦМ.

У ній кути повороту керма δ_i (i = 1, 2, 3, 4), необхідно визначати завдання стабілізації α, β щодо програмних α_{np}, β_{np}. Знайдені значення використовуються як програмні для визначення управлінь в рівняннях динаміки виконавчих органів.

У рівняннях руху літального апарату розглядаються три рівні, три контури управління. У кожному контурі рішення верхнього контуру використовується як програма для визначення управління. Для забезпечення цієї програми пропонується використовувати локально-оптимальні управління.

***Ключові слова**: управління, стабілізація, програма, кутовий рух, алгоритм, локально-оптимальне, функціонал, диференціальні рівняння, інтегрування, літальний апарат, кут атаки, ковзання, рискання, нахил траєкторії.*

UDC 517.977

CONCEPTION OF PROGRAMMATIC MOTION IN TASK OF CONTROL BY AIRCRAFT

V.I. Necheret
Ph. D. Associate Professor
of department of «Technical Cybernetics named of the Professor R.V. Merkt»
onmu_tk@ex.ua
T.D. Panchenko
senior lecturer
of the department «Technical Cybernetics named of the Professor R.V. Merkt»
tdp_1103@ukr.net
V.I. Starodub
senior lecturer
of the department «Technical Cybernetics named of the Professor R.V. Merkt»
sval6236@gmail.com

Odessa National Maritime University

***Annotation.** The ideology of the program movement is being realized. In the system of differential equations of motion of an object, control is defined in such a way as to realize a given program motion.*

The task of programmed motion is that for a system of differential equations describing the movement of an object, a program is specified in the form of a manifold or a trajectory, and the control must be chosen in such a way that, as far as possible, to realize this program in the best possible way.

The spatial motion of the aircraft (LA) is proposed to be considered in the form of three consecutive levels, three control loops: the current movement of the center of mass (CM), rotation around the CM, and the dynamics of the executive bodies.

In the equations of motion, the CM of control is the angles of attack α and slip β, they are determined from the solution of the aiming problem, that is, the entry of the CM into the desired region, the motion along a given trajectory, the performance of certain maneuvers, and so on. The angles of attack and slip, calculated beforehand or in the course of motion, of integrating the equations of motion are used as program α_{pr}, β_{pr} in the problem of the second contour-the angular motion relative to the CM.

In it the steering angles δ_i ($_i$=1, 2, 3, 4) must be determined from the solution of the stabilization problem α, β with respect to the program α_{pr}, β_{pr}. The values found are used as software to determine the controls in the equations of the dynamics of the executive bodies.

To solve these problems, classical methods of optimal control are not applicable, since they use an integral criterion for a given time of motion. In this paper, we propose to use the methods of locally optimal control developed by the authors for the tasks of program motion.

The method of applying locally optimal controls is that a criterion is used which, at each moment of time, in a certain way characterizes the state of the object, described by a system of differential equations. Control from the permissible region must be chosen so that the local functional decreases as much as possible on the trajectories of the system. To do this, it is necessary to minimize its derivative due to the system of differential equations at each instant of time, practically at each step of the system integration. An algorithm for determining such controls for the problem is constructed.

***Keywords**: control, stabilizing, program, angular motion, algorithm, locally-optimal, functional, differential equations, integration, aircraft, corner of attack, skidding, prowling, inclination of trajectory.*

Постановка проблемы. Сложность задач оптимального управления летательным аппаратом состоит в том, что классические математические методы оптимального управления предполагают рассмотрение задачи на заданном конечном промежутке времени. В качестве критерия используется, как правило, интегральный функционал и требуется решать краевые задачи. Необходимо многократно интегрировать исходную и сопряжённую системы дифференциальных уравнений. Управление получается в виде функции, справедливой для заданного конкретного промежутка времени [1-3].

Но для летательного аппарата более естественна постановка задачи стабилизации, так чтобы решение было получено в форме синтеза, когда управление является функцией текущего состояния объекта. В такой постановке данная проблема изучается в данной работе. Рассматривается возможность совместного использования идеологии программного движения [4] и локально-оптимальных управлений [5-8]. С их помощью могут быть построены эффективные алгоритмы вычисления управления в функции от фазовых переменных системы.

Обзор литературы. В общем виде идея локально-оптимальных управлений заключается в том, что используется критерий, который в каждый момент времени определённым образом характеризует отклонение от программы для объекта, описываемого системой дифференциальных уравнений. Управление требуется выбирать так, чтобы такой локальный функционал максимально уменьшался на траекториях системы. Для этого необходимо минимизировать его производную в силу системы дифференциальных уравнений [5].

При реализации таких идей возникает ряд проблем – выбор структуры локальных функционалов, построение производной в виде явных функций от управления в сложных системах, решение задач их минимизации в процессе интегрирования, учёт ограничений для фазовых переменных и управлений, учет особенностей области допустимых управлений и, наконец, исследование динамики системы с таким управлением.

В наших работах [6,7] исследованы некоторые из этих вопросов и получены конструктивные результаты для линейных систем. В статье [8] рассматривается общий подход к задаче управления программным движением в нелинейной системе. В [9] идеология локально-оптимального управления была успешно реализована для сложной технической проблемы – стабилизации послеаварийных переходных процессов в электроэнергетических системах. Эти процессы описываются нелинейными дифференциальными уравнениями и функциональными связями. Расчёты показали хорошее демпфирование послеаварийных возмущений взаимных углов генераторов нескольких станций.

Основной материал исследования. В задаче пространственного движения летательного аппарата (ЛА) [2,3] можно выделить три уровня, три контура управления: текущее движение центра масс (ЦМ), вращение вокруг ЦМ, и динамику исполнительных органов.

Движение ЦМ в общей форме можно описать системой уравнений

$$\dot{X} = f_1(X, \alpha, \beta), \qquad X=\{x, y, z, V, \theta, \Psi\}, \tag{1}$$

где X – вектор состояния с компонентами;

x – дальность;

y – высота;

z – боковое отклонение;

V – скорость;

θ – угол наклона траектории;

Ψ – угол рыскания.

Углы атаки α и скольжения β можно считать для этого контура управлением и определять из решения задачи наведения, то есть попадания в нужную область, движения по заданной траектории, выполнения определенных маневров и т.п. Рассчитанные предварительно или в процессе движения (интегрирования уравнений движения) углы атаки и скольжения будем использовать как программные $\alpha_{пр}$, $\beta_{пр}$ в задаче для углового движения относительно ЦМ

$$\dot{Y} = f_{II}(X, Y, \delta), \qquad Y=\{\alpha, \beta, \omega_x, \omega_y, \omega_z\}. \tag{2}$$

Это уравнения второго контура. В них углы поворота рулей δ_i, i = 1, 2, 3, 4, необходимо определять из решения задачи стабилизации α, β относительно программных $\alpha_{пр}$, $\beta_{пр}$.

В свою очередь динамика углов поворота рулей описывается уравнениями

$$\dot{Z} = f_{III}(Z, u); \qquad Z_i = \{\delta_i, \dot{\delta}_i\}; \; i = 1, 2, 4. \tag{3}$$

В этой системе уравнений третьего контура управления $u=\{u1, u2, u3, u4\}$ нужно выбирать так, чтобы стабилизировать δ_i, i = 1, 2, 4, относительно их значений, которые найдены в задаче для второго контура и являются здесь программными. При этом должны выполняться ограничения на значения и скорость углов поворота рулей

$$|\delta_i| \le \overline{\delta}_i, \quad |\dot{\delta}_i| \le \Delta i, \quad i = 1,2,..4. \tag{4}$$

Таким образом, управление $u = \{u1, u2, u3, u4\}$ нужно рассчитывать на основе текущей информации о состоянии системы (1)-(3), т.е. в форме обратной связи.

В задаче управления для (2) решаются две группы вопросов: определение опорных (балансировочных) значений $\delta^{оп}$, соответствующих программным $\alpha_{пр}$, $\beta_{пр}$, а также расчет составляющей δ^S

$$\delta = \delta^{оп} + \delta^S, \tag{5}$$

которая осуществляет стабилизацию отклонений от этой программы.

Сложность первого вопроса в том, что необходимо в каждый момент времени (или на каждом шаге интегрирования) решать три трансцендентных уравнения с 4 неизвестными $\delta_i^{оп}$. Здесь возможны различные соображения и подходы. В простейшем варианте построен алгоритм вычисления $\delta^{оп}$ с минимальной нормой.

$$\sum_{i=1}^{4} (\delta_i^{on})^2 \tag{6}$$

После определения $\delta^{оп}$ формулируем задачу стабилизации. Для этого нужно предварительно определить по $\delta^{оп}$ аналогичное ему опорное значение $u^{оп}$ из условия равновесия (3), записать уравнение (2) в отклонениях от отклонениях от $\alpha_{пр}$, $\beta_{пр}$, а (3) в отклонениях от $\delta^{оп}$.

Такая задача стабилизации для уравнений (2), (3) в случае плоского продольного движения $(\beta_{пр}=\beta_{пр}=0)$ при линеаризации относительно программы без ограничений решается довольно просто с использованием, например, модального управления. Учет фазовых ограничений (4) делает ее значительно более сложной, особенно в общем случае пространственного движения для системы уравнений (2), (3).

Поэтому используем концепцию раздельного синтеза. Аналогично тому, как задачу наведения решают для ЦМ в (1) и найденные α, β, обеспечивают с помощью углового движения, будем сначала решать задачу программного движения для уравнений (2) выбором «управления» δ, а найденные значения δ используем как программу для уравнений (3).

Обозначим

$$x_1 = \alpha - \alpha_{пр},\ x_2 = \beta - \beta_{пр}\ \ x_3 = \omega_x,\ x_4 = \omega_y,\ x_5 = \omega_z .$$

Запишем уравнение (2) в этих переменных в такой форме

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \phi(x_3, x_4) \\ \dot{x}_3 &= f_1(x) + y_1(\delta^s) \\ \dot{x}_4 &= f_2(x) + y_1(\delta^s) \\ \dot{x}_5 &= f_3(x) + y_1(\delta^s) \end{aligned} \tag{7}$$

Линеаризуем эти уравнения по управлениям δ^S. Тогда управляющие моменты $y_i(\delta)$ можно записать в виде

$$y_i = \sum_{j=1}^{4} B_{ij}\delta_j^s, \qquad i = 1, 2, 3 \tag{8}$$

Коэффициенты B_{ij} матрицы B рассчитываются на каждом шаге интегрирования по текущим значениям фазовых переменных и программы при $\delta = \delta^{оп}$.

Для стабилизации системы (7) использован наш опыт исследования локально-оптимальной стабилизации программных движений для дифференциальных уравнений [5-8] и применения локальных функционалов для решения задач стабилизации послеаварийных переходных процессов в сложных электроэнергетических системах [9].

Применительно к данной задаче рассмотрим локальный функционал такого вида

$$\widehat{O} = \widehat{O}_* + \int_0^t \sum_{i=1}^4 \zeta_i (\delta^s)^2 dt \tag{9}$$

$$\widehat{O}_* = (\xi_1 x_1 + x_5)^2 + \eta(\xi_2 x_2 + \phi)^2 dt$$

Здесь $\xi_1, \xi_2, \eta, \zeta_i$ $i = 1, 2, 4$ – положительные весовые коэффициенты. Запишем его производную в силу системы (7).

$$\widehat{O} = \widehat{O}_* + \sum_{i=1}^4 \zeta (\delta_i^s)^2 \tag{10}$$

$$\widehat{O}_* = 2(\xi_1 x_1 + x_5)(\xi_1 x_2 + f_3(x) + y_3(\delta)) +$$

$$+2\eta(\xi_2 x_5 + \varphi)(\xi_2 \varphi + \frac{\partial \varphi}{\partial x_3}(f_1 + y_1) + \frac{\partial \varphi}{\partial x_4}(f_2 + y_2)) . \tag{11}$$

Она имеет наименьшее значение при δ_j^s, определяемых по условию

$$\partial \widehat{O}(x, \delta^s) / \partial \delta^s = 0 \tag{12}$$

Отсюда получаем

$$\delta_j^s = -\frac{1}{\zeta_j}((\xi_1 x_1 + x_5)B_{3j} + \eta(\xi_2 x_2 + \varphi)(\frac{\partial \varphi}{\partial x_3} B_{1j} \frac{\partial \varphi}{\partial x_4} B_{2j}) .$$

Видно, что каждое управление δ_j^s оказывает непосредственное воздействие одновременно на углы α и β. Попытаемся в какой-то мере разделить его, выделив влияние управления по каждой из угловых скоростей в (7). В определённой степени это уже сделано введением переменных $y_i(\delta)$, i=1, 2, 3. Рассмотрим их как некое управление, которое надо определить. Для этого введём их в локальный функционал аналогично (10).

$$\widehat{O} = \widehat{O}_* + \int_9^t \sum_{i=1}^3 \rho_i {y_i}^2 dt \tag{13}$$

Минимальное значение его производной определяется, как и ранее, и даёт такие значения «управлений»

$$y_1 = -\frac{\eta}{\rho_1}\frac{\partial\varphi}{\partial x_3}(\xi_2 x_2 + \varphi(x))$$
$$y_2 = -\frac{\eta}{\rho_2}\frac{\partial\varphi}{\partial x_4}(\xi_2 x_2 + \varphi(x)) \qquad (14)$$
$$y_1 = -\frac{1}{\rho_3}(\xi_1 x_1 + x_5)$$

Здесь уже более чётко выделено воздействие y_3 на изменение угла тангажа (через угловую скорость $x_5=\omega_z$) и, следовательно, угла атаки α.

Теперь необходимо найти отклонения рулей δ_i^s. Для этого надо рассмотреть (8) как уравнения относительно δ_i^s , i=1,…4, где свободные члены определены выражениями (13). Запишем их так:

$$B\delta^s = y \qquad (15)$$

Здесь $B=\{B_{ij}\}$, $y=\{y_i\}$, i =1,..3, j =1,..4. Это уравнение имеет в общем случае неединственное решение. Поэтому выделим то, которое обладает наименьшей нормой. Для этого запишем решение (15) в виде $\delta^s=B^+y$ с помощью псевдообратной матрицы B^+. Минимум нормы вектора δ^s будет обеспечен, если вычислять эту матрицу по формуле

$$B^+=B^T(B\,B^T)^{-1} \qquad (16)$$

Здесь B^T транспонированная, а $(B\,B^T)^{-1}$ обратная матрица.

В (14) $1/\rho_i$ играют роль коэффициентов усиления для управляющих моментов. С другой стороны, коэффициенты ξ_1, ξ_2 задают соотношение между величиной и скоростью изменения углов атаки и скольжения. Совместно с ρ_i они формируют то изменение в частоте колебаний, которое вносит «управление» y. Эти соображения определяют выбор весовых коэффициентов в расчётах.

Были проведены расчеты на модели ЛА специального вида. На каждом шагу численного интегрирования системы дифференциальных уравнений использовались аэродинамические характеристики из базы данных, полученной по результатам экспериментальных продувок.

Результаты моделирования показали хорошее отслеживание программы в различных режимах.

Выводы. На основе идеологии программного движения построен алгоритм поуровневого решения задачи управления летательным аппаратом. Такой подход реализуем при использовании управлений в форме обратной связи. Эту возможность даёт применение локально-оптимальных управлений. Предложенная процедура раздельного синтеза и метод локальных функционалов позволили построить эффективный алгоритм локально-оптимальной стабилизации ЛА.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Летов А.М. Динамика полёта и управления. – М.: Наука, 1969. – 359 с.*
2. *Красовский А.А. Системы автоматического управления полётом и их аналитическое конструирование. – М.: Наука, 1973. – 558 с.*
3. *Ефремов А.В., Захарченко В.Ф. и др. Динамика полёта. – М.: Машиностроение-Полёт, 2017. – 776 с.*
4. *Галиуллин А.С., Мухаметзянов И.А., Мухарлямов Р.Г., Фурасов В.Д. Построение систем программного движения. – М.: Наука, 1971. – 352 с.*
5. *Нещерет В.И., Ружников Г.М., Заболонова Н.А. Задачи управления с локальными функционалами // Асимптотические методы. Задачи и модели механики. – Новосибирск: Наука. Сибирское отделение, 1987. – С. 190-215.*
6. *Нещерет В.И. Стабилизация неинвариантного многообразия в скользящем режиме при использовании локально-оптимального управления // Вестник Одесского национального морского университета. – Вып. 18. – Одесса, 2005. – С. 198-206.*
7. *Нещерет В.И. Об инвариантных многообразиях в задаче локально-оптимального управления // Вестник Одесского национального морского университета. – Одесса, 2013. – Вып. 2 (38). – С. 171-182.*
8. *Нещерет В.И., Стародуб В.И. Локально-оптимальное управление в задаче программного движения // Международное периодическое научное издание: Сб. научн. трудов Sworld. – Иваново: Научный мир. – Вып. № 2 (39). – 2015. – С. 68-72.*
9. *Нещерет В.И. Проблемы стабилизации послеаварийных режимов энергетических систем, использование локальных функционалов // Проблемы техники. – Вып. 1. – Одесса, 2002. – С. 149-156.*

Стаття надійшла до редакції 25.10.2018

Рецензенти:

доктор технічних наук, професор, віце-президент Асоціації українського сейсмостійкого будівництва **К.В. Єгупов**

кандидат технічних наук, доцент кафедри «Технічна кібернетика ім. професора Р.В. Меркта» Одеського національного морського університету **І.Г. Бугаєва**