УДК 336.767

Хохлов В. Ю.
Національний технічний університет України

ОПТИМІЗАЦІЯ ПОРТФЕЛЮ ЦІННИХ ПАПЕРІВ ЗА КРИТЕРІЄМ INFORMATION RATIO

У статті досліджено оптимізацію портфелю цінних паперів за критерієм Information Ratio, який є відношенням дохідності портфеля понад дохідність бенчмарка до похибки стеження. У загальному випадку це є задачею нелінійного програмування. У статті показано, як цю задачу звести до задачі квадратичного програмування та запропоновано відповідний алгоритм пошуку оптимального портфелю.
Ключові слова: оптимізація портфелів, управління портфелями, information ratio.

Постановка проблеми. Використання критерію Information ratio (IR) для управління портфелем останнім часом набуло значної популярності. Це пов'язано з тим, що портфельна теорія визнала перевагу оцінки результатів управління портфелем відносно вказаного бенчмарка (еталонного портфеля). Крім того, останнім часом спостерігається розповсюдження методів управління портфелем відносно структури зобов'язань, що є типовим для пенсійних фондів та страхових компаній. У цьому випадку портфель зобов'язань можна розглядати як бенчмарк. Тому розробка моделей, методів та алгоритмів, які дозволяють знаходити оптимальні за критерієм IR портфелі, є наразі актуальною та практично значущою проблемою портфельної теорії. Результати цих розробок можуть у подальшому використовуватися для створення інструментарію управління портфелями різних фінансових установ.

Аналіз останніх наукових досліджень та публікацій. З початку 1990-х років тема управління портфелем відносно бенчмарка стає все більш популярною серед дослідників у галузі портфельної теорії. Класичним дослідженням є стаття Ролла [1], у якій наведені деякі критерії оптимізації портфелю відносно бенчмарка, але Ролл використовує підхід, який базується на визначенні добавок до ваги активів в індексі, таким чином кількість компонентів у портфелі згідно його моделей буде приблизно такою, як в індексі. Крім того, моделі, запропоновані Роллом, не містять обмежень на вагу активів. Ідеї Ролла були розвинені Чоу [2] та Джоріоном [3], в їхніх дослідженнях розглядається оптимізація за критерієм похибки стеження, але не були додані обмеження на ваги активів. У більш сучасному дослідженні Бажьо-Беснену [4] такі обмеження були введені. Застосування підходів MVO до оптимізації за критерієм похибки стеження з обмеженнями на вагу активів було досліджено і у попередньому дослідженні авторів [5].

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Попередні дослідження торкалися теми оптимізації портфелю за похибкою стеження, але наразі широкому загалу невідомі моделі, методи та алгоритми оптимізації власне за критерієм IR. Для практичного застосування такі методи не повинні бути занадто складними – наприклад, загальні методи нелінійного програмування не знайшли практичного застосування в практиці управління портфелем, а також повинні допускати накладати обмеження на вагу активів.

Мета статті. Метою статті є розробка моделей, методів та алгоритмів оптимізації портфелю цінних паперів за критерієм IR, які є достатньо простими для масового повсякденного застосування та не потребують володіння складним математичним апаратом нелінійного програмування.

Виклад основного матеріалу. Information ratio визначається як відношення активної дохідності портфеля, яка визначається як різниця між дохідністю портфеля та дохідністю відповідного бенчмарка, до похибки стеження, яка визначається як стандартне відхилення активної дохідності:

$$IR = \frac{\mathrm{E}\left[r_p\right] - \mathrm{E}\left[r_b\right]}{\omega}, \tag{1}$$

де r_p – це дохідність портфеля (випадкова величина), r_b – дохідність бенчмарка (у загальному випадку теж випадкова величина), ω– похибка стеження, E[] означає математичне очікування випадкової величини.

Є два способи визначення IR – ex-ante та ex-post. У першому випадку ми використовуємо у формулі (1) математичні очікування невідомої майбутньої дохідності. У другому випадку ми використовуємо відому реалізовану дохідність, а замість математичного очікування – відповідну статистику, тобто вибіркове середнє. Результати дослідження не залежать від того, який спосіб визначення ми оберемо, тому у подальшому ми не будемо використовувати оператор E[], а через r_p будемо позначати або реалізовану дохідність (у випадку ex-post), або математичне очікування дохідності (у випадку ex-ante).

У нашому дослідженні ми будемо під похибкою стеження розуміти стандартне відхилення різниці між дохідністю портфеля по дохідністю бенчмарка. Вона являє собою той додатковий ризик, який портфельний менеджер бере завдяки тому, що вкладає у портфель, а не в бенчмарк. Відповідна формула похибки стеження має такий вигляд [6, с. 49; 7, с. 266]:

$$\omega = \sqrt{\mathrm{var}[r_p - r_b]}, \tag{2}$$

де var[] позначає дисперсію випадкової величини (у випадку ex-ante) або вибіркову дисперсію історичної дохідності (у випадку ex-post).

Як показано у нашому попередньому дослідженні [5, с. 141-142], формулу (2) можна переписати через бету портфеля відносно бенчмарка та звести до наступного вигляду, який враховує вагу та показники індивідуальних активів у портфелі:

$$\omega^2 = \sigma_p^2 - 2\beta_p\sigma_b^2 + \sigma_b^2 = \sum_{i,j} w_i w_j \sigma_{ij} - 2\sigma_b^2 \sum_i w_i \beta_i + \sigma_b^2, \tag{3}$$

де σ_p – стандартне відхилення дохідності портфеля, σ_b – стандартне відхилення дохідності бенчмарка, β_p – бета портфеля відносно бенчмарка, σ_{ij} – стандартне відхилення дохідності i-го активу у портфелі, σ_{ij} – коваріація між дохідностями i-го та j-го та активів, w_i – вага i-го активу у портфелі, β_p – бета i-го активу у портфелі відносно бенчмарка.

Таким чином, для визначення структури оптимального за IR портфелю нам потрібно знайти такі ваги активів $w_1, \ldots, w_n$, які максимізують наступну цільову функцію

$$IR = \frac{r_p - r_b}{\omega} = \frac{1}{\omega}\left(\sum_i w_i r_i - r_b\right) \to \max , \quad (4)$$

де W_i – вага i-го активу у портфелі, W_i – дохідність i-го активу у портфелі, ω визначається по формулі (3), за умови виконання таких обмежень:

$$\sum_i w_i = 1 , \quad (5)$$

$$w_i^{\min} \le w_i \le w_i^{\max},\ i = \overline{1,n} . \quad (6)$$

Оптимізаційна задача (4)-(6) являє собою задачу нелінійного програмування, яка не має простих методів розв'язку, навіть чисельних. Наш підхід цієї до розв'язку цієї задачі полягає у тому, що ми візьмемо за основу стандарту задачу MVO-оптимізації (задачу Марковиця), для розв'язку якої існують квадратичні алгоритми. Серед них, ми обрали алгоритм Шарпа [8], який дозволяє знаходити ваги активів, які максимізують наступну цільову функцію:

$$U = r_p - \frac{1}{r_t}\sigma_p^2 = \sum_i w_i r_i - \frac{1}{r_t}\sum_{i,j} w_i w_j \sigma_{ij} \to \max . \quad (7)$$

де r_i – схильність інвестора до ризику, та задовольняють обмеженням (5)-(6).

Алгоритм Шарпа використовує градієнтний метод розв'язання задачі квадратичного програмування, що застосовує поняття маржинальної корисності. Вона є частковою похідною функції корисності за вагою індивідуального активу:

$$MU_i = \frac{\partial U}{\partial w_i} = \frac{\partial r_p}{\partial w_i} - \frac{1}{r_t}\frac{\partial\left(\sigma_p^2\right)}{\partial w_i} = r_i - \frac{2}{r_t}\sum_j w_j \sigma_{ij} . \quad (8)$$

По аналогії, розглянемо часткову похідну цільової функції (4) за вагою активу:

$$\frac{\partial IR}{\partial w_i} = \frac{1}{\omega}\frac{\partial}{\partial w_i}\left(\sum_i w_i r_i - r_b\right) - \frac{1}{2\omega^3}\left(\sum_i w_i r_i - r_b\right)\frac{\partial\left(\omega^2\right)}{\partial w_i} =$$

$$= \frac{1}{\omega} r_i - \frac{1}{2\omega^3}\left(\sum_i w_i r_i - r_b\right)\left(2\sum_j w_j \sigma_{ij} - 2\sigma_b^2 \beta_i\right) =$$

$$= \frac{1}{\omega} r_i + \frac{1}{\omega^3}\left(\sum_i w_i r_i - r_b\right)\sigma_b^2\beta_i - \frac{1}{\omega^3}\left(\sum_i w_i r_i - r_b\right)\sum_j w_j \sigma_{ij}$$

Якщо ми введемо позначення $\kappa = \frac{r_p - r_b}{2\omega^2}$ та $r_i' = r_i + 2\kappa\sigma_b^2\beta_i$, то цю формулу часткової похідної можна переписати у вигляді, дуже подібному до (8):

$$\frac{\partial IR}{\partial w_i} = \frac{1}{\omega}\left[r_i' - 2\kappa\sum_j w_j \sigma_{ij}\right], \quad (9)$$

при цьому оскільки значення ω не залежить від i, а формула (8) використовується в алгоритмі оптимізації лише для вибору пар активів для перерозподілу ваги, то наявність множника $1/\omega$ не впливатиме на застосовність (9) замість (8) при оптимізації.

Таким чином, наше припущення полягає у тому, що заміною формули (8) на формулу (9) в оптимізаційному алгоритмі ми зможемо замість цільової функції Марковиця (7) максимізувати потрібну нам цільову функцію (4). Це припущення, яке зроблене з теоретичних міркувань, потрібно перевірити на реальних даних. Для цього ми сформулюємо наш алгоритм оптимізації портфелю за критерієм IR.

Модифікований алгоритм має такі вхідні параметри:

- $\mathbf{w} = \{w_i\}, i = \overline{1,n}$ – вектор вагових коефіцієнтів, який задовольняє умовам (5)-(6),
- $\mathbf{r} = \{r_i\}, i = \overline{1,n}$ – вектор очікуваних дохідностей,
- $\mathbf{\Sigma} = \{\sigma_{ij}\}, i = \overline{1,n}, j = \overline{1,n}$ – коваріаційна матриця,
- r_b – очікувана дохідність бенчмарка,
- σ_b – стандартне відхилення дохідності бенчмарка,
- $\mathbf{B} = \{\beta_i\}$ – вектор бета-коефіцієнтів активів відносно бенчмарка,
- $\{w_i^{\min}\}, \{w_i^{\max}\}$ – нижня та верхня границя ваги окремих активів у (6).

Алгоритм має кінцеву кількість ітерацій $k = 0,1,2,...$, кожна з яких складається з наступних кроків:

1. Розраховуються показники портфелю виходячи з вагових коефіцієнтів поточної ітерації:

$$r_p^{(k)} = \sum_{i=1}^{n} w_i^{(k)} r_i$$

$$\omega^{(k)} = \sqrt{\sum_{i,j} w_i^{(k)} w_j^{(k)} \sigma_{ij} - 2\sigma_b^2 \sum_i w_i^{(k)} \beta_i + \sigma_b^2}$$

$$\kappa^{(k)} = \frac{r_p^{(k)} - r_b}{2\left[\omega^{(k)}\right]^2}$$

$$r_i^{(k)\prime} = r_i + 2\kappa^{(k)}\sigma_b^2\beta_i$$

2. Маржинальні корисності розраховуються по формулі (9), усі компоненти якої розраховані на попередньому кроці.

$$MU_i^{(k)} = \frac{1}{\omega^{(k)}}\left[r_i^{(k)\prime} - 2\kappa^{(k)}\sum_j w_j \sigma_{ij}\right]$$

3. Обираються два активи, ваги яких змінюються. При цьому збільшується вага активу з найбільшою маржинальною корисністю, вагу якого ми можемо збільшити у портфелі, та зменшується вага активу з найменшою маржинальною корисністю, вагу якого ми можемо зменшити у портфелі. Якщо один з цих активів неможливо визначити, то алгоритм припиняється.:

$$i_{\text{add}} : MU_{i_{\text{add}}} = \max_i \left\{ MU_i^{(k)} \middle| w_i^{(k)} < w_i^{\max} \right\}$$

$$i_{\text{sub}} : MU_{i_{\text{sub}}} = \min_i \left\{ MU_i^{(k)} \middle| w_i^{(k)} > w_i^{\min} \right\}$$

4. Розраховується ефект від зміни ваг активів:

$$\Delta MU = MU_{i_{\text{add}}} - MU_{i_{\text{sub}}}$$

5. Якщо величина ефекту менша за поріг оптимізації, алгоритм припиняється.

6. Розраховується оптимальний можливий розмір зміни ваги двох активів:

$$\Delta w = \min\left\{ \frac{MU_{i_{\text{add}}} - MU_{i_{\text{sub}}}}{\left|2\kappa^{(k)}\left(\sigma_{i_{\text{add}}}^2 + \sigma_{i_{\text{sub}}}^2 - \sigma_{i_{\text{add}} i_{\text{sub}}}\right)\right|}, w_{i_{\text{add}}}^{\max} - w_{i_{\text{add}}}^{(k)}, w_{i_{\text{sub}}}^{(k)} - w_{i_{\text{sub}}}^{\min} \right\}$$

7. Розраховуються нові ваги активів у портфелі, після чого переходимо на наступну ітерацію:

$$w_i^{(k+1)} = \begin{cases} w_i^{(k)} + \Delta w, i = i_{\text{add}}, \\ w_i^{(k)} - \Delta w, i = i_{\text{sub}}, \\ w_i^{(k)}, \textit{у іншому випадку.} \end{cases}$$

Е нашому дослідженні ми застосували розроблений алгоритм для пошуку оптимальний за критерієм IR портфелів, порівняли його результати з відомим нелінійним алгоритмом (GRG) та з портфелями, які є розв'язками задачі Марковиця (тобто стандартної задачі MVO-оптимізації) для різних значень схильності інвестора до ризику. Для пошуку розв'язків задачі Марковиця ми використовували квадратичний алгоритм MVO-оптимізації, запропонований у [8].

Перший тест ми провели на вибірці щоденних дохідностей у 2009 році по цінних паперах США, перелічених у таблиці 1. Ці акції є обраними компонентами індексу Standard & Poor's (S&P) 500, а бенчмарком є власне сам індекс. У цій таблиці також наведені вибіркові статистики та бети, використані у якості вхідних параметрів алгоритму. Щоденні доходності, використані у нашому дослідженні, взяті з цінових даних Yahoo Finance.

Результати наших досліджень наведені у таблиці 2. Запропонований алгоритм знайшов структуру портфеля навіть дещо кращу, ніж нелінійний алгоритм GRG, хоча різниця між ними несуттєва – це той самий оптимальний розв'язок. Інші портфелі, що є розв'язками задачі Марковиця з різними значеннями схильності інвестора до ризику, мають менше значення IR.

Другий тест ми провели на вибірці щомісячних доходностей у 2009-2013 роках по цінних паперах Великої Британії, перелічених у таблиці 3. Ці акції є найбільшими за вагою компонентами індексу FTSE 100, а бенчмарком є власне сам індекс. У цій таблиці також наведені вибіркові статистики, кореляційна матриця та бети, використані у якості вхідних параметрів алгоритму. Доходності, використані у нашому дослідженні, взяті з цінових даних Yahoo Finance. Параметри індексу FTSE 100 розраховані по даних веб-сайту ftse.com.

Таблиця 1

Перелік та характеристики обраних цінних паперів, які є компонентами індексу S&P 500

Акція (тікер)	Середня дохідність, r_i	Стандартне відхилення, σ_i	Бета, β_i
AAPL	0.3819%	2.1370%	0.8792
BA	0.1412%	2.5243%	1.0369
CVX	0.0473%	1.8206%	0.9192
F	0.6756%	4.2433%	1.1660
GE	0.0549%	3.5633%	1.4768
HPQ	0.1659%	2.1724%	0.9030
IBM	0.1984%	1.7557%	0.6994
JNJ	0.0486%	1.1132%	0.3904
KFT	0.0369%	1.6680%	0.5173
NKE	0.1359%	2.2662%	0.9307
PEP	0.0646%	1.4497%	0.4568
PFE	0.0514%	2.0098%	0.6381
PG	0.0164%	1.5333%	0.5861
T	0.0319%	1.6602%	0.6684
WMT	-0.0005%	1.4033%	0.3160
XOM	-0.0400%	1.6397%	0.7610
Бенчмарк (SPY)	0.0983%	1.7188%	1.0000

Таблиця 2

Результати оптимізації портфелю обраних компонентів індексу S&P 500 за критерієм IR та результати MVO-оптимізації

	Оптимізація за IR		MVO-оптимізація для даної схильності до ризику, r_t					
Тікер	Стаття	GRG	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3
AAPL	47,22%	47,21%	14,73%	31,98%	49,15%	63,98%	70,36%	65,46%
BA	8,84%	8,85%						
CVX	2,54%	2,55%						
F	17,60%	17,59%	5,48%	11,78%	18,11%	24,27%	29,64%	34,54%
GE								
HPQ								
IBM	16,62%	16,63%	13,43%	15,76%	16,30%	11,76%		
JNJ			38,18%	26,20%	9,37%			
KFT								
NKE								
PEP			13,58%	11,16%	7,06%			
PFE	7,18%	7,17%						
PG								
T								
WMT			14,60%	3,12%				
XOM								
r_p	0,3496%	0,3495%	0,1472%	0,2529%	0,3515%	0,4316%	0,4689%	0,4833%
σ_p	1,8637%	1,8635%	1,0969%	1,4129%	1,7955%	2,1448%	2,3297%	2,4132%
β_p	0,897450	0,897441	0,5446	0,6919	0,8262	0,9277	0,9642	0,9783
ω_p	1,0606%	1,0603%	0,9695%	0,9287%	1,1386%	1,4398%	1,6385%	1,7313%
IR	0,23686375	0,23686374	0,0504	0,1664	0,2223	0,2314	0,2262	0,2224

Таблиця 3

Перелік та характеристики обраних цінних паперів, які є компонентами індексу FTSE 100

Акція (тікер)	r_i	σ_i	β_i	Кореляційна матриця					
BATS.L	1.4634%	4.6443%	0.5396	1.00	0.23	0.53	0.30	0.37	0.31
BP.P	0.6101%	8.3625%	1.5072	0.23	1.00	0.28	0.38	0.63	0.27
GSK.L	0.8986%	4.2857%	0.4549	0.53	0.28	1.00	0.22	0.39	0.43
HSBA.L	0.6705%	7.7143%	1.3195	0.30	0.38	0.22	1.00	0.46	0.20
RDSA.L	0.8726%	5.1490%	0.9818	0.37	0.63	0.39	0.46	1.00	0.35
VOD.L	1.3832%	4.6392%	0.4407	0.31	0.27	0.43	0.20	0.35	1.00
Бенчмарк (FTSE)	1.0971%	4.1529%	1.0000	0.48	0.74	0.45	0.70	0.79	0.40

Таблиця 4

Результати оптимізації портфелю обраних компонентів індексу FTSE 100 за критерієм IR та результати MVO-оптимізації

	Оптимізація за IR		MVO-оптимізація для даної схильності до ризику, r_t					
Тікер	Стаття	GRG	0.05	0.1	0.2	1	2	4
BATS.L	67.23%	67.23%	32.12%	40.38%	52.60%	63.32%	76.73%	100.00%
BP.P								
GSK.L			19.32%	10.56%				
HSBA.L			1.53%					
RDSA.L			12.87%	9.59%				
VOD.L	32.77%	32.77%	34.15%	39.46%	47.40%	36.68%	23.27%	
r_p	1.4371%	1.4371%	1.2387%	1.3154%	1.4254%	1.4340%	1.4447%	1.4634%
σ_p	3.8685%	3.8685%	3.4589%	3.5404%	3.7538%	3.8219%	4.0272%	4.6443%
β_p	0.5072	0.5072	0.5584	0.5341	0.4927	0.5033	0.5166	0.5396
ω_p	3.8362%	3.8362%	3.1545%	3.3704%	3.7870%	3.8067%	3.9554%	4.4948%
IR	0.08863264	0.08863264	0.0449	0.0648	0.0867	0.0885	0.0879	0.0815

Результати другого тесту наведені у таблиці 4. Як і у першому тесті, розроблений нами алгоритм привів до такого самого розв'язку, як нелінійний алгоритм GRG. Портфелі, що є розв'язками задачі Марковиця і в цьому разі мають менше значення IR.

Таким чином, ми провели два тести на різних вибірках даних, що відрізняються одна від одної ринком, періодом та частотою зборка цінових даних, для кожної вибірки застосовувався свій бенчмарк. В обох тестах розроблений алгоритм знаходив ті ж самі розв'язки, що й еталонний алгоритм нелінійного програмування GRG. Шляхом порівняння з різними розв'язками задачі Марковиця ми маємо змогу зробити висновок, що знайдені нашим алгоритмом розв'язки є оптимальними за критерієм IR.

Висновки і пропозиції. У даній статті досліджено оптимізацію портфеля цінних паперів за Information Ratio, що є задачею нелінійного програмування. Нам вдалося показати, як цю оптимізаційну задачу можна розв'язати набагато більш простим методом квадратичного програмування, та розроблено відповідний алгоритм оптимізації. Роботу цього алгоритму було перевірено на вибірках цінових даних акцій США та Великої Британії, що є компонентами індексів S&P 500 та FTSE 100 відповідно. Обидва тести показали, що розроблений алгоритм може ефективно знаходити тій самий розв'язок, що й еталонний алгоритм нелінійного програмування GRG.

Розробка моделі та алгоритму оптимізації портфелю цінних паперів за критерієм IR, яка є достатньо простою з точки зору практичної реалізації, дозволяє інтегрувати оптимізацію портфелю за цим критерієм до програмних комплексів управління портфелем. Подальші розробки у цій галузі можуть фокусуватися як на доданні до оптимізації практичних параметрів управління портфелем, таких як транзакційні витрати та частота перебалансування, так і на вдосконаленні стійкості моделі до зміни вхідних параметрів, зокрема очікуваної дохідності, якість оцінки яких є критичною.

Список літератури:

1. Roll, R. A Mean-Variance Analysis of Tracking Error / Richard A. Roll // Journal of Portfolio Management. – 1992. – Vol. 18, No. 4. – P. 13-22.
2. Chow, G. Portfolio selection based on return, risk, and relative performance / George Chow // Financial Analysts Journal. – 1995. – Vol. 51, No. 2. – P. 54-60.
3. Jorion, Ph. Portfolio Optimization with Tracking-Error Constraints / Philippe Jorion // Financial Analysis Journal. – 2003. – Vol. 59, No. 5. – P. 70-82.
4. Bajeux-Besnainou, I. G. Portfolio Optimization Under Tracking Error and Weights Constraints / Isabelle G. Bajeux-Besnainou, Riadh Belhaj, Didier Maillard, Roland Portait [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://ssrn.com/abstract=963997
5. Хохлов В. Ю. Оптимізація портфелю цінних паперів по похибці стеження / В. Ю. Хохлов // Економічний вісник Національного гірничого університету. – 2011. – № 2. – С. 140-144.
6. Grinold R.C. Active Portfolio Management: A Quantitative Approach for Providing Superior Returns and Controlling Risk / Richard C. Grinold, Ronald N. Kahn. – McGraw–Hill, 1999. – 596 p.
7. Jorion Ph. Financial Risk Manager Handbook / Philippe Jorion. – Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2003. – 832 p.
8. Sharpe W. An Algorithm for Portfolio Improvement / William Sharpe // Advances in Mathematical Programming and Financial Planning / K.D. Lawrence, J.B. Guerard, Jr., Gary D. Reeves (editors). – JAI Press, Inc., 1987. – P. 155-170.

Хохлов В. Ю.
Национальный технический университет Украины

ОПТИМИЗАЦИЯ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ ПО КРИТЕРИЮ INFORMATION RATIO

Резюме
В статье исследована оптимизация портфеля ценных бумаг по критерию Information Ratio, который представляет собой отношение доходности портфеля сверх доходности бенчмарка к ошибке слежения. В общем случае это является задачей нелинейного программирования. В статье показано, как эту задачу свести к задаче квадратичного программирования, и предложено соответствующий алгоритм поиска оптимального портфеля.
Ключевые слова: оптимизация портфелей, управление портфелями, information ratio.

Khokhlov V. Y.
National Technical University of Ukraine

SECURITIES PORTFOLIO OPTIMIZATION BY THE INFORMATION RATIO CRITERION

Summary
In this paper we research portfolio optimization by the information ratio criterion, which is the ratio of the above-benchmark return to the tracking error volatility. In general case this optimization is a non-linear programming problem. We show how to reduce this problem to the quadratic programming problem and develop an algorithm that can effective solve it to derive the optimal portfolio composition.
Key words: portfolio optimization, portfolio management, information ratio.

УДК 330.42

Шадура-Никипорець Н. Т.
Чернігівський національний технологічний університет
Міненко О. В.
Київський національний університет імені Тараса Шевченка

ВИКОРИСТАННЯ МУЛЬТИПЛІКАТИВНИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ УМОВ РОЗВИТКУ РЕГІОНАЛЬНОЇ ГОСПОДАРСЬКОЇ СИСТЕМИ

Досліджено можливість використання моделей мультиплікатора для вибору пріоритетних сфер інвестування на мезорівні. Доведено, що використання високомультиплікативних видів діяльності як точок росту створює передумови ефективного розвитку регіональної господарської системи. Емпіричним шляхом встановлено, що сила прояву мультиплікативного ефекту визначається перш за все рівнем комплексності регіональної економіки: чим більш тісний взаємозв'язок між галузями економіки регіону, тим більшою буде ланцюгова реакція за рахунок індуційованого прирощення ВРП.
Ключові слова: мультиплікатор, акселератор, інвестиції, регіональний харчопродовольчий комплекс, розвиток.

Постановка проблеми. Сучасна економічна наука являє собою симбіоз великої кількості різноманітних теоретичних шкіл та методичних підходів, одночасне існування котрих розширює можливості та глибину практичних досліджень. Особливої популярності серед вітчизняних та зарубіжних вчених в останні десятиліття набувають макроекономічні моделі, використання котрих поширюється і для дослідження об'єктів на мезорівні.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Однією із найбільш затребуваних виявляється концепція мультиплікатора. Як відомо, саме поняття «мультиплікатор» (multiplication – множення, збільшення; multiplier – множник, коефіцієнт) і його основний принцип були вперше описані в економічній теорії англійським економістом-математиком Р.Ф. Каном ще в 1931 р. У статті «Відношення внутрішніх інвестицій до безробіття». Поняття «мультиплікатор зайнятості» дослідник запропонував як підґрунтя для аргументації доцільності організації громадських робіт з метою боротьби з кризою і безробіттям, оскільки на думку автора результатом їх реалізації стане не лише формування «первинної зайнятості» на цих роботах, а і похідних від неї – вторинної, третинної і т. д. зайнятостей [1].

Через п'ять років його ідея здобула свого розвитку у роботі Джона Кейнса «Загальна теорія зайнятості, відсотка й грошей» (1936 р.). Дж.М. Кейнс запропонував нову категорію – «мультиплікатор доходу», або «мультиплікатор інвестицій». Сутність ефекту мультиплікатора полягає у тому, що збільшення інвестицій приводить до прирощення національного доходу (НД) суспільства на величину більшу, ніж початковий обсяг інвестицій. Пояснюючи принцип дії мультиплікатора Дж.М. Кейнс зазначає, що умовою «розгортання мультиплікаційного ефекту є наявність невикористаних виробничих потужностей та незайнятої робочої сили. Повна зайнятість робочої сили нівелює дію мультиплікатора» [2, с. 114].

Подальшого розвитку концепція мультиплікатора набула у працях послідовників Дж.М. Кейнса – Р. Харрода, Е. Хансена, Дж.М. Кларка, П. Самульсона, Дж. Хікса [3-5] та ін. Вони удосконалили кейнсіанську модель інвестиційного мультиплікатора, виходячи з умов відкритості економічної системи, наявності оподаткування