

М Е Х А Н І К А

Mathematical Subject Classification: 74R10
УДК 393.3

К. М. Архипенко, О. Ф. Кривий
Одеська національна морська академія

**ТРИЩИНА ТА ВКЛЮЧЕННЯ ЗА УМОВ ПОВНОГО ЗЧЕПЛЕННЯ
В КУСКОВО-ОДНОРІДНІЙ АНІЗОТРОПНІЙ ПЛОЩИНІ**

Архипенко К. М., Кривий О. Ф. Тріщина та включення за умов повного зчеплення в кусково-однорідній анізотропній площині. Розв'язана задача про тріщину та жорстке включення, які довільним чином розташовані у різних півплощинах кусково-однорідної анізотропної площини. Включення знаходиться в умовах повного зчеплення з середовищем. Задача зведена до системи чотирьох сингулярних інтегральних рівнянь. Показано, що розв'язки системи мають кореневу особливість на кінцях проміжку. Останнє дало можливість застосувати до розв'язання системи сингулярних інтегральних рівнянь метод ортогональних многочленів і подати шукані функції у вигляді рядів за многочленами Чебишева. Отримані вирази для коефіцієнтів інтенсивності напружень у вершинах тріщини і включення, а також кута повороту включення. Досліджені залежності коефіцієнтів інтенсивності напружень і кута повороту включення від відстані до лінії з'єднання різних анізотропних півплощин та анізотропних властивостей матеріалів. Виявлено ряд важливих для застосування механічних закономірностей.

Ключові слова: кусково-однорідна анізотропна площина, тріщина, включення, система сингулярних інтегральних рівнянь, метод ортогональних многочленів, коефіцієнт інтенсивності напружень.

Архипенко К. М., Кривий О. Ф. Трещина и включение в условиях полного сцепления в кусочно-однородной анизотропной плоскости. Решена задача о трещине и включении, которые произвольно расположены в разных полуплоскостях кусочно-однородной анизотропной плоскости. Включение находится в условиях полного сцепления со средой. Задача сведена к системе четырех сингулярных интегральных уравнений. Показано, что решения системы имеют корневую особенность на концах промежутков. Последнее дало возможность применить к решению системы сингулярных интегральных уравнений метод ортогональных многочленов и представить искомые функции в виде рядов по многочленам Чебышева. Получены выражения для коэффициентов интенсивности напряжений в вершинах трещины и включения, а также угла поворота включения. Исследованы зависимости коэффициентов интенсивности напряжений и угла поворота включения от расстояния до линии соединения разных анизотропных полуплоскостей и анизотропных свойств материалов. Выявлен ряд важных для применения механических закономерностей.

Ключевые слова: кусочно-однородная анизотропная полуплоскость, трещина, включение, система сингулярных интегральных уравнений, метод ортогональных многочленов, коэффициент интенсивности напряжений.

Arkhypenko K. M., Kryvyi O. F. Crack and inclusion under full contact

in the non-uniform anisotropic plane. Had solved the problem about crack and rigid inclusion, which are arbitrary disposed in different half-planes of non-uniform anisotropic plane. The inclusion is under full contact with the medium. The problem had resumed to the system of four singular integral equations. Had proved that the solutions have the root singularity in the ends of interval. The last lets to apply to solve the system of singular integral equations method of orthogonal polynomials and express the unknown function as the Chebyshev polynomial series. Had received the formulas for the stress intensity factors in the tops of the crack and inclusion, and also the turning angle of the inclusion. Had examined the relations of the stress intensity factors and the inclusion turning angle from the distance to the interface of the different anisotropic half-planes and the anisotropic materials' properties. Had revealed a number of the mechanics properties important for application.

Key words: non-uniform anisotropic plane, crack, inclusion, system of singular integral equations, method of orthogonal polynomials, stress intensity factor.

Вступ. Задачі про дефекти типу тріщин і включень в анізотропних середовищах розглядалися багатьма авторами. При цьому дослідження здебільшого обмежувалися дефектами одного типу [1–7] або міжфазними дефектами у неоднорідній площині [8–13]. Недостатньо дослідженими виявились задачі про взаємодію різних дефектів у кусково-однорідних анізотропних середовищах. Мало досліджено вплив на концентрацію напружень в околі тріщини і включення лінії з'єднання анізотропних середовищ.

У цій роботі, використавши сингулярні інтегральні співвідношення, які отримані в роботі [14], розв'язана задача про тріщину і включення, на берегах якого реалізовано умови повного зчеплення, у кусково-однорідній анізотропній площині. Досліджено вплив розташування дефектів та анізотропних властивостей півплощин на поведінку коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) у вершинах тріщини і включення.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ.

1. Постановка задачі. Розглянемо кусково-однорідну площину, яка складається із двох різних анізотропних півплощин, з'єднаних вздовж лінії $x = 0$ (рис. 1). У правій півплощині розташоване абсолютно жорстке включення $L_I = \{y = t \sin \alpha_1, x = t \cos \alpha_1, t \in [a; b]\}$, на берегах якого реалізовані умови повного зчеплення, у лівій півплощині розташована тріщина $L_T = \{y = t \sin \alpha_2, x = t \cos \alpha_2, t \in [d; c]\}$. На нескінченості прикладені сили, які викликають на берегах тріщини розподіл напружень $\sigma_n|_{L_T^\pm} = \frac{1}{2}(p_1(t) \pm q_1(t))$, $\tau_{ns}|_{L_T^\pm} = \frac{1}{2}(p_2(t) \pm q_2(t))$, де σ_n, τ_{ns} — напруження у новій системі координат, яка пов'язана з тріщиною, а на включенні діє навантаження, яке зводиться до рівнодіючої сили $\mathbf{P}(P_1, P_2)$ і викликає момент P_0 відносно центра включення.

Введемо позначення для сум і стрибків напружень та переміщень на берегах дефектів у нових системах координат, пов'язаних з дефектами:

$$\begin{aligned} \{\sigma_n, \tau_{ns}, \partial_t u, \partial_t v\}|_{L_k^\pm} &= \{\varphi_{kj}^\pm(t)\}_{j=\overline{1,4}}, t \in L_k, k = 1, 2, \\ h_{kj}^\pm(t) &= \varphi_{kj}^+(t) \pm \varphi_{kj}^-(t), t \in L_k, j = \overline{1,4}, k = 1, 2, \end{aligned}$$

де $L_1 = [a; b]$, $L_2 = [d; c]$, $\partial_t f = \frac{\partial f}{\partial t}$.

Положення граней включення після деформації описується функціями $\varphi_{13}^\pm(t) = 0$, $\varphi_{14}^\pm(t) = g^\pm(t) + \delta t + \varepsilon$, $t \in [a; b]$, де відомі функції $g^\pm(t)$ задають форму граней

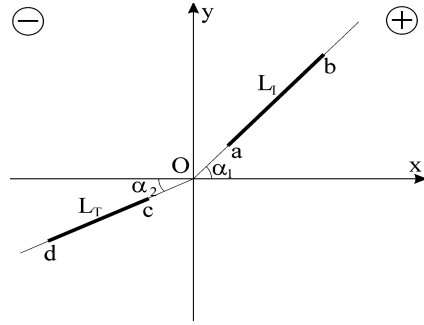


Рис. 1

включення, а δ — невідомий кут повороту включення. На включенні відомі суми та стрибки переміщень $h_{13}^{\pm}(t) = 0$, $h_{14}^{+}(t) = 2\delta + g_{+}(t)$, $h_{14}^{-}(t) = g_{-}(t)$, $t \in [a; b]$, $g_{\pm}(t) = \partial_t(g^{+}(t) \pm g^{-}(t))$ і невідомі стрибки напружень $h_{1j}^{-}(t)$, $j = 1, 2$. На тріщині відомі суми і стрибки напружень $h_{2j}^{\pm}(t)$, $j = 1, 2$, а невідомі стрибки переміщень $h_{2j}^{-}(t)$, $j = 3, 4$.

Використавши сингулярні інтегральні співвідношення [14], отримаємо систему СІР відносно невідомих стрибків:

$$\begin{cases} \sum_{j=3,4} (B_{kj}^{-} \Gamma_2[\chi_j] + \text{Im} \sum_{m,n=1}^2 A_{kjm n}^{-} [\chi_j, \chi_{j-2}]) = f_k(t), k = 1, 2, t \in L_2, \\ \sum_{j=1,2} (B_{kj}^{+} \Gamma_1[\chi_j] + \text{Im} \sum_{m,n=1}^2 A_{kjm n}^{+} [\chi_j, \chi_{j+2}]) = f_k(t), k = 3, 4, t \in L_1, \end{cases} \quad (1)$$

$$A_{kjm n}^{-} [f, g] = T_{kjm n}^{-} \Gamma_2^{-} [f] + R_{kjm n}^{-} \Gamma_1^{-} [g], \chi_j(t) = h_{1j}^{-}(t), j = 1, 2, t \in L_1,$$

$$A_{kjm n}^{+} [f, g] = T_{kjm n}^{+} \Gamma_1^{+} [f] + R_{kjm n}^{+} \Gamma_2^{+} [g], \chi_j(t) = h_{2j}^{-}(t), j = 3, 4, t \in L_2,$$

$$\Gamma_1[f] = \frac{1}{\pi} \int_a^b \frac{f(\tau) d\tau}{t-\tau}, \Gamma_1^{+}[f] = \frac{1}{\pi} \int_a^b \frac{f(\tau) d\tau}{e_{mn}^{+} t-\tau}, \Gamma_1^{-}[f] = \frac{1}{\pi} \int_a^b \frac{f(\tau) d\tau}{e_{mn}^{-} t-\tau},$$

$$\Gamma_2[f] = \frac{1}{\pi} \int_d^c \frac{f(\tau) d\tau}{t-\tau}, \Gamma_2^{+}[f] = \frac{1}{\pi} \int_d^c \frac{f(\tau) d\tau}{e_{mn}^{+} t-\tau}, \Gamma_2^{-}[f] = \frac{1}{\pi} \int_d^c \frac{f(\tau) d\tau}{e_{mn}^{-} t-\tau},$$

$$f_k(t) = p_k(t) - Q_k(t), k = 1, 2, f_k(t) = \delta_{4k}(2\delta + g_{+}(t)) - S_k(t), k = 3, 4,$$

$$Q_k(t) = \sum_{j=1,2} \{B_{kj}^{-} \Gamma_2[q_j] + \text{Im} \sum_{m,n=1}^2 T_{kjm n}^{-} \Gamma_2^{-} [q_j]\} + \text{Im} \sum_{m,n=1}^2 R_{k4mn}^{-} \Gamma_1^{-} [g_{-}],$$

$$S_k(t) = B_{k4}^{+} \Gamma_1[g_{-}] + \text{Im} \sum_{m,n=1}^2 T_{k4mn}^{+} \Gamma_1^{+} [g_{-}] + \text{Im} \sum_{j=1,2} \sum_{m,n=1}^2 R_{kjm n}^{+} \Gamma_2^{-} [q_j],$$

де B_{kj}^{\pm} , $T_{kjm n}^{\pm}$, $R_{kjm n}^{\pm}$, $e_{mn}^{\pm\pm}$ — коефіцієнти, які залежать від пружних сталей анізотропних півплощин, подані в роботі [14].

Постановку задачі завершують умови замкнення розрізу тріщини

$$\int_d^c h_{2j}^{-}(t) dt = 0, j = 3, 4, \quad (2)$$

умови рівноваги та моментної рівноваги включення

$$\int_a^b h_{1j}^-(t) dt = P_j, \quad j = 1, 2, \quad \int_a^b h_{11}^-(t) t dt = P_0. \quad (3)$$

2. Розв'язання системи СІР. Відобразимо систему (1) на відрізок $[-1; 1]$:

$$\begin{cases} \sum_{j=3,4} (B_{kj}^- \Gamma[h_j] + \text{Im} \sum_{m,n=1}^2 A_{kjm n}^- [h_j, h_{j-2}]) = F_k(\xi), \quad k = 1, 2, \\ \sum_{j=1,2} (B_{kj}^+ \Gamma[h_j] + \text{Im} \sum_{m,n=1}^2 A_{kjm n}^+ [h_j, h_{j+2}]) = F_k(\xi), \quad k = 3, 4, \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} A_{kjm n}^- [f, g] &= T_{kjm n}^- \Gamma^{--}[f] + R_{kj-2mn}^- \Gamma^{-+}[g], \\ A_{kjm n}^+ [f, g] &= T_{kjm n}^+ \Gamma^{++}[f] + R_{kj+2mn}^+ \Gamma^{+-}[g], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_j(\xi) &= \chi_j \left(\frac{b-a}{2} \xi + \frac{b+a}{2} \right), \quad j = 1, 2, \quad h_j(\xi) = \chi_j \left(\frac{d-c}{2} \xi + \frac{d+c}{2} \right), \quad j = 3, 4, \\ F_k(\xi) &= f_k \left(\frac{d-c}{2} \xi + \frac{d+c}{2} \right), \quad k = 1, 2, \quad F_k(\xi) = f_k \left(\frac{b-a}{2} \xi + \frac{b+a}{2} \right), \quad k = 3, 4, \end{aligned}$$

$$\Gamma[f] = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{f(\eta) d\eta}{\xi - \eta}, \quad \Gamma^{--}[f] = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{f(\eta) d\eta}{e_{mn}^- \xi - \eta + d_0^- (e_{mn}^- - 1)},$$

$$\Gamma^{++}[f] = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{f(\eta) d\eta}{e_{mn}^+ \xi - \eta + d_0^+ (e_{mn}^+ - 1)}, \quad K^+ = (K^-)^{-1} = \frac{c-d}{b-a},$$

$$\Gamma^{-+}[f] = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{f(\eta) d\eta}{K^- e_{mn}^- \xi - \eta + d_1^- e_{mn}^- - d_0^+}, \quad d_0^- = \frac{c+d}{c-d}, \quad d_0^+ = \frac{b+a}{b-a},$$

$$\Gamma^{+-}[f] = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{f(\eta) d\eta}{K^+ e_{mn}^+ \xi - \eta + d_1^+ e_{mn}^+ - d_0^-}, \quad d_1^- = \frac{c+d}{b-a}, \quad d_1^+ = \frac{b+a}{c-d}.$$

Оскільки кожен з дефектів розташований в однорідному матеріалі, то стрибки напружень та похідні переміщень мають кореневу особливість у вершинах дефектів. Останнє дозволяє розв'язки системи СІР (4) подати у вигляді рядів за многочленами Чебишева:

$$h_j(\xi) = \sum_{p=0}^{\infty} u_p^j \frac{T_p(\xi)}{\sqrt{1-\xi^2}}, \quad j = \overline{1, 4}. \quad (5)$$

Враховуючи ортогональність многочленів Чебишева, з додаткових умов (2), (3) отримаємо:

$$u_0^j = 0, \quad u_0^{j+2} = \frac{P_j}{\pi(c-d)}, \quad j = 1, 2. \quad (6)$$

Використавши спектральне співвідношення для многочленів Чебишева [15], методом ортогональних многочленів відносно коефіцієнтів розвинень (6) отримаємо систему нескінченних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{j=3}^4 \left[\frac{\pi B_{kj}^-}{2} \delta_{p,l+1} u_p^j - D_{kjp l}^- \right] = -f_{kl}, \quad k = 1, 2, \quad l = \overline{0, \infty}, \\ \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{j=1}^2 \left[\frac{\pi B_{kj}^+}{2} \delta_{p,l+1} u_p^j - D_{kjp l}^+ \right] = -f_{kl}, \quad k = 3, 4, \quad l = \overline{0, \infty}, \end{cases} \quad (7)$$

$$D_{k_j pl}^{\pm} = \text{Im} \sum_{m,n=1}^2 \{T_{k_j mn}^{\pm} J_{pl}^{\pm\pm} u_p^j + R_{k_j \pm 2mn}^{\pm} J_{pl}^{\pm\pm} u_p^{j-2}\},$$

$$J_{pl}^{\pm\pm} = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{T_p(\eta) U_l(\xi) \sqrt{1-\xi^2} d\eta d\xi}{(e_{m\pm n}^{\pm\pm} \xi - \eta + d_0^{\pm} (e_{m\pm n}^{\pm\pm} - 1)) \sqrt{1-\eta^2}},$$

$$J_{pl}^{\pm\mp} = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{T_p(\eta) U_l(\xi) \sqrt{1-\xi^2} d\eta d\xi}{(K^{\pm} e_{m\mp n}^{\pm\mp} \xi - \eta + d_1^{\pm} e_{m\mp n}^{\pm\mp} - d_0^{\mp}) \sqrt{1-\eta^2}}.$$

Розв'язавши нескінченну систему (7) методом редукції, для якого обґрунтовано збіжність, отримуємо коефіцієнти u_p^j , $p = \overline{1, \infty}$, $j = \overline{1, 4}$.

Визначивши коефіцієнти розвинення (5), отримуємо подання для КІН у вершинах тріщини та включення

$$K_T^{\pm 1} = \sum_{j=3}^4 B_{1j}^- \sum_{p=1}^{\infty} (\pm 1)^p u_p^j, \quad K_B^{\pm 1} = \sum_{j=1}^2 B_{1j}^+ \sum_{p=0}^{\infty} (\pm 1)^p u_p^j \quad (8)$$

та з останньої умови (3) отримуємо вираз для кута δ повороту включення:

$$\delta = - \sum_{j=1}^2 B_{3j}^+ u_1^j + \frac{2}{\pi} \text{Im} \sum_{j=1}^2 \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{m,n=1}^{\infty} [T_{3j mn}^+ J_{p0}^{++} u_p^j + R_{3j+2mn}^+ J_{p0}^{+-} u_p^{j+2}]. \quad (9)$$

3. Чисельні результати та їх аналіз. При чисельній реалізації розглядалася кусково-однорідна площина, яка складається з таких анізотропних матеріалів [16]: склопластик одноармований (матеріал $m1$), склопластик ортогонально-армований (матеріал $m2$), склопластик СТЕТ (матеріал $m3$), склопластик АСТТ (b)-С2-О і ПН-3 (матеріал $m4$). На берегах тріщини задавалося стале врівноважене навантаження ($p_1(t) = -1$, $p_2(t) = 0$, $q_j(t) = 0$, $j = 1, 2$). Включення вважалося абсолютно тонким ($g^{\pm}(t) = 0$) з навантаженням, яке зводиться до рівнодіючої сили $\mathbf{P}(-1; 0)$ та моменту $P_0 = 0$. На кожному з рисунків графіку 1 відповідає площина, яка складається з матеріалу $m2$ ($x > 0$) та матеріалу $m1$ ($x < 0$), графіку 2 — з матеріалу $m2$ ($x > 0$) та матеріалу $m3$ ($x < 0$), графіку 3 — з матеріалу $m2$ ($x > 0$) та матеріалу $m4$ ($x < 0$).

Для порівняння пружних властивостей анізотропних матеріалів введемо параметри $\kappa_j = E_j^- (E_j^+)^{-1}$, $j = 1, 2$, де E_j^{\pm} — модулі Юнга при розтягу-зсуві в напрямку осі Ox ($j = 1$) або Oy ($j = 2$) відповідно для матеріалів у правій і лівій півплощині. Коли $\kappa_j > 1$, вважається більш жорстким матеріал лівої півплощини у напрямку відповідної осі. Аналогічно можна порівнювати анізотропні матеріали у напрямку довільного вектору.

На рисунках 2–4 для дефектів, перпендикулярних до лінії з'єднання матеріалів, приведені залежності КІН у вершинах дефектів та кута повороту включення від параметру $d_1 = \frac{b-a}{b+a}$, коли $d_2 = 3$ та параметри κ_2 для використаних співвідношень матеріалів дорівнюють 0.52, 1.1, 0.49 відповідно. Параметри d_j , $j = 1, 2$ характеризують відносне віддалення дефектів від лінії з'єднання матеріалів.

Встановлено, що коли включення наближається до лінії з'єднання матеріалів, то КІН у вершинах тріщини зростає, якщо вона розташована в менш жорсткому анізотропному матеріалі, та спадає, якщо тріщина розташована в більш жорсткому матеріалі. Для включення КІН зростає, якщо воно розташовано в більш жорсткому анізотропному матеріалі (лінії 1, 3), та спадає, якщо включення розташовано в менш жорсткому матеріалі (лінія 2). Причому для більш жорстких

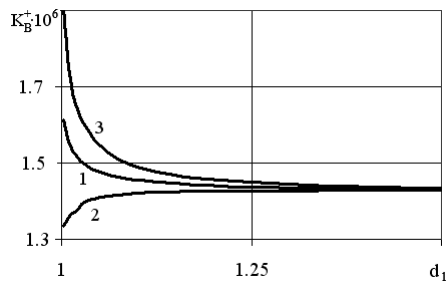


Рис. 2

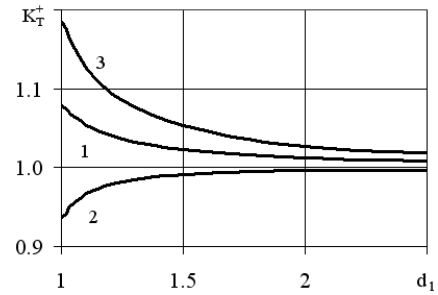


Рис. 3

матеріалів маємо більші значення КІН у вершинах включення і зростають вони швидше. Аналогічні висновки можна зробити відносно модуля кута повороту включення (рис. 4).

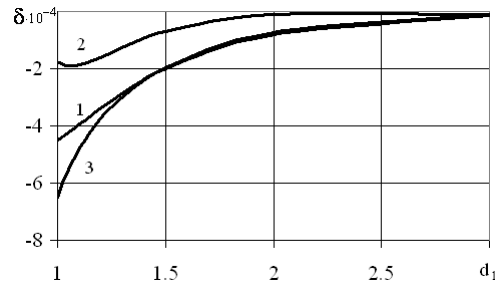


Рис. 4

На рисунках 5, 6 подані залежності КІН від кута α у вершинах відповідно включення і тріщини при $\alpha = \alpha_1 = \alpha_2$ (включення і тріщина розташовані на одній прямій). Встановлено, що КІН у вершинах включення спадає при $\kappa_n < 1.5$ із збільшенням кута α . Також виявлено, що КІН у вершинах тріщини (рис. 6) спадає при $\kappa_n < 1$ (графік 3) і зростає при $\kappa_n > 1$ (графіки 1, 2) із збільшенням кута α .

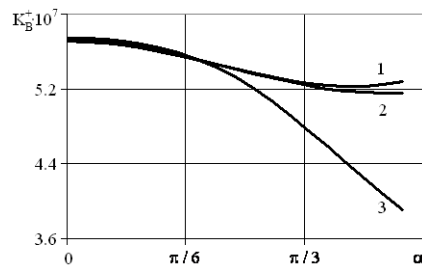


Рис. 5

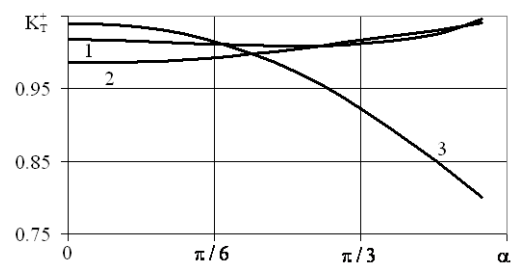


Рис. 6

ВИСНОВКИ. Таким чином, досліджено взаємодію тріщини і включення, на берегах якого реалізовано умови повного зчеплення, у кусково-однорідній анізо-

тропній площині. Отримані закономірності поведінки КІН в вершинах тріщини і включення. Аналогічно можна розв'язати задачі про тріщину і включення з іншими умовами контактної взаємодії із кусково-однорідною анізотропною площиною, або задачі про два включення за різних умов контактної взаємодії з середовищем.

1. **Архипенко К. Н.** Прямолинейная трещина в составной ортотропной плоскости / К. Н. Архипенко, А. Ф. Кривой // Вісн. Одеськ. держ. ун-ту. Сер.: Фіз.-мат. науки. – 1999. – Т. 4. Вип. 4. – С. 177–182.
2. **Кривой А. Ф.** Абсолютно жесткое включение в неоднородной ортотропной плоскости / А. Ф. Кривой, К. Н. Архипенко // Вісн. Одеськ. держ. ун-ту. Сер.: Фіз.-мат. науки. – 2000. – Т. 5. Вип. 3. – С. 129–134.
3. **Кривой А. Ф.** Некоторые задачи о произвольно ориентированном стрингере в составной анизотропной плоскости / А. Ф. Кривой, Г. Я. Попов, М. В. Радиолло // Прикл. математика и механика. – 1986. – Т. 50, № 4. – С. 622–632.
4. **Кривой А. Ф.** Произвольно ориентированные трещины в неоднородной анизотропной плоскости / А. Ф. Кривой, К. Н. Архипенко // Теорет. и прикладная механика. – 2003. – Вып. 38. – С. 29–35.
5. **Кривий О. Ф.** Довільно орієнтована тріщина, що виходить або перетинає лінію з'єднання двох різних анізотропних півплощин / О. Ф. Кривий, К. М. Архипенко // Машинознавство. – 2005. – № 2. – С. 13–16.
6. **Кривий О. Ф.** Тріщина, що виходить на лінію з'єднання двох різних анізотропних півплощин / О. Ф. Кривий, К. М. Архипенко // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2005. – Т. 48., № 3. – С. 110–116.
7. **Кривой А. Ф.** Особенности поля напряжений возле произвольно ориентированных трещин и включений в неоднородной анизотропной плоскости / А. Ф. Кривой, К. Н. Архипенко // Теорет. и прикладная механика. – 2005. – Вып. 41. – С. 106–113.
8. **Кривой А. Ф.** Особенности поля напряжений возле включений в составной анизотропной плоскости / А. Ф. Кривой, К. Н. Архипенко // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1984. – № 3. – С. 84–92.
9. **Sung J. C.** Some phenomena of crack perpendicular to an interface between dissimilar orthotropic materials / J. C. Sung, J. Y. Liou, Y. Y. Lin // Trans. ASME J. Appl. Mech. – 1996. – 63, №1. – P. 190–203
10. **Herrmann K. P.** On interface crack models with contact zones situated in an anisotropic bimaterial / K. P. Herrmann, V. V. Loboda // Arch. Appl. Mech. – 1999. – Vol. 69. – P. 317–335.
11. **Li R.** A solution to the thermo-elastic interface crack branching in dissimilar anisotropic bi-material media / R. Li, G. A. Kardomateas // Int. J. Solids and Structures. – 2006. – Vol. 43, № 5. – P. 913–942.
12. **Kozinov S. V.** Periodic set of interface cracks with contact zones in an anisotropic bimaterial subjected to a uniform tension-shear loading / S. V. Kozinov, V. V. Loboda, I. V. Kharun // Int. J. Solids Struct. – 2007. – Vol. 44. – P. 4646–4655.
13. **Kozinov S. V.** Uniformly moving screw dislocation interacting with interface cracks in anisotropic bimaterials / B. Li, Y. W. Liu, Q. H. Fang // Int. J. Solids and Structures. – 2007. – Vol. 44, № 11–12. – P. 4206–4219.

14. **Кривой А. Ф.** Произвольно ориентированные дефекты в составной анизотропной плоскости / Кривой А. Ф. // Вісник Одеськ. держ. ун-ту. – 2001. – Т. 6, вип. 3, Фіз.-мат. науки. – С. 108–115.
15. **Попов Г. Я.** Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подкреплений / Попов Г. Я. – М.: Наука, 1982. – 344 с.
16. **Лехницкий С. Г.** Теория упругости анизотропного тела / Лехницкий С. Г. – М.: Наука, 1977. – 415 с.