

М Е Х А Н І К А

Mathematical Subject Classification: 80A20, 80A25
УДК 536.46, 534.222

С. К. Асланов, М. Ю. Трофименко
Одесский национальный университет имени И. И. Мечникова

**ТЕМПЕРАТУРНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПРОЦЕССОВ
В ГАЗОВОМ ФАКЕЛЕ И НИЗКОЧАСТОТНЫЙ РЕЖИМ
ПУЛЬСАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ**

Асланов С. К., Трофименко М. Ю. Температурна нестійкість процесів у газовому факелі і низькочастотний режим пульсаційного горіння. Вивчається горіння газового факелу. Знайдені умови, за яких у полум'ї наступає пульсаційний режим. Математично вирішена задача температурної стійкості факелу. Встановлена абсолютна нестійкість, що кількісно пояснює отримані експериментальні результати по низькочастотному режиму пульсаційного горіння.

Ключові слова: газовий факел, низькочастотні пульсації, температурна нестійкість.

Асланов С. К., Трофименко М. Ю. Температурная неустойчивость процессов в газовом факеле и низкочастотный режим пульсационного горения. Изучается горение газового факела. Определены условия, при которых в пламени наступает пульсационный режим. Математически решена задача температурной неустойчивости. Установлена абсолютная неустойчивость, количественно объясняющая полученные экспериментальные результаты по низкочастотному режиму пульсационного горения.

Ключевые слова: газовый факел, низкочастотные пульсации, температурная неустойчивость.

Aslanov S. K., Trofimenko M. U. Process temperature instability in a gas torch and a low frequency pulsation mode of combustion. Combustion of a gas torch is studied. Conditions are found under which a pulsation regime in the flame is realized. The problem of temperature stability of the torch is solved mathematically. An effect of absolute instability is revealed that qualitatively explains experimental results relating the low-frequency regime of pulsation combustion.

Key words: gas flare, low-frequency pulsations, temperature instability.

ВВЕДЕНИЕ. Неуправляемое развитие процессов горения опасно механическими нагрузками для конструкций камер сгорания либо приводит к прекращению горения (потуханию пламени) [1]. Однако контролируемый в заданных пределах, такой пульсационный режим интенсифицирует процесс горения [2-4], повышая эффективность и полноту сгорания и улучшая экологическую обстановку.

Подавление возникающих пульсаций или поддержание их в заданном интервале параметров требует знания механизма факельного горения газа. Целью данной работы является экспериментальное выяснение условий возбуждения низко-

частотного режима пульсационного горения и создание теории развития температурной неустойчивости в пульсационный режим.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ. Нами изучалось горение открытого факела пропан-бутановой смеси (пропан 40%, бутан 60%) вертикально установленной горелки с принудительной подачей реагирующих компонентов (окислитель–воздух) в воздушной атмосфере при нормальных условиях (температура окружающей среды – 20 °С, давление 768 мм рт.ст.). Измерения проводились на экспериментальной установке, аналогичной описанной в [5]. Смешение осуществлялось в трубке горелки, и в сопле горела предварительно приготовленная однородная смесь.

Полученный факел состоит из двух конусов, внешнего и внутреннего, структура его зависит от соотношения окислитель — горючее в исходной смеси. Условие возникновения регулярного режима пульсационного горения — формирование вершины замкнутого внутреннего конуса [6]. С относительным уменьшением содержания горючего в исходной смеси фронт горения расширяется в зону. Экспериментально найденные [7] распределения температур вдоль оси симметрии указывают на существование в факеле зоны, близкой к линейным размерам внутреннего конуса.

Распределения температур в поперечных сечениях на разных расстояниях от сопла вдоль линии, проходящей через ось симметрии факела, представлены на рисунке 1. Из них видно, что в зоне горения изменения температуры незначительны. Аналогичные результаты получены и для электрических измерений [6,8].

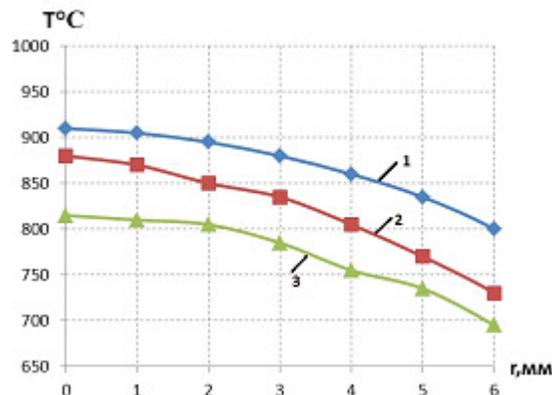


Рис. 1. Распределение температур $T(^{\circ}C)$ в горизонтальных сечениях пламени состава $V_a(\text{воздух})=5,7$ л/мин, $V_g(\text{газ})=1$ л/мин от расстояния от центра факела r (мм) при удалении от сопла 1 — 8,4 мм, 2 — 13,2 мм, 3 — 21,6 мм

Таким образом, исследуемый факел состоит из двух областей со своей средней температурой в каждой из них, расположенных одна над другой.

Основной теоретический объяснения возбуждения пульсационного горения служит анализ устойчивости происходящих процессов. В случае таковых для газовых факелов первостепенное значение в теоретическом обосновании низко-

частотных режимов, обнаруженных экспериментально, приобретает доказательство существования температурной неустойчивости. В силу относительно большой величины характерного масштаба времени давление в потоке успевает выравниваться. Учитывая слабую искривленность траекторий движения горящих в факеле частиц газа, можно использовать однородную модель течения в факеле, что связано с осреднением всех параметров в поперечном сечении.

Сосредоточив главное внимание на математическом анализе поведения нестационарных температурных возмущений, в интересах аналитического решения задачи об устойчивости придется отказаться от учета возмущений плотности и скорости. В пользу данного приближенного подхода может свидетельствовать противоположная направленность влияния возмущений плотности и скорости на возмущение температуры, что следует из уравнений состояния совершенного газа и неразрывности. В таком случае описание процессов в каждой из областей факела ($j = 1, 2$) будет базироваться на общем уравнении теплопроводности:

$$\rho_j A_{pj} \left(\frac{\partial T_j}{\partial t} + v_j \frac{\partial T_j}{\partial x} \right) = \lambda_j \frac{\partial^2 T_j}{\partial x^2} + Q_j, \quad (1)$$

где Q — теплопроводность от химреакций, λ — коэффициент теплопроводности, T_j — температура, ρ, v — плотность и скорость течения, осредненные поперек факела, c_p — теплоемкость при постоянном давлении.

Система координат x отождествляется с осью симметрии факела и началом на границе ($x = 0$) между малой областью ($j = 1$) главного тепловыделения $-l_1 \leq x \leq 0$ и большой областью ($j = 2$) вторичного теплоподвода $0 \leq x \leq l_2$, так что l_j есть продольная протяженность участком факела.

Возмущения $T'(x, t)$ накладываются на основное стационарное состояние факела $\rho_0(x), v_0(x), T_0(x)$, которое подчиняется уравнению

$$v_0 \frac{dT_0}{dx} = \chi_0 \frac{d^2 T_0}{dx^2} + Q,$$

где $\chi_0 = \frac{\lambda}{\rho_0 c_p}$, если предположить, что соответствующие химические реакции идут до конца как в невозмущенном, так и в возмущенном состоянии. В результате для температурных возмущений получается уравнение

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + v_0 \frac{\partial T'}{\partial x} = \chi_0 \frac{\partial^2 T'}{\partial x^2} \quad (2)$$

в рамках сделанных выше замечаний относительно возмущений ρ' и v' .

Учитывая плавную экспериментальную зависимость от x стационарных функций ρ_0, v_0 , в интересах аналитического упрощения задачи об устойчивости, можно воспользоваться в (2) средними значениями ρ_0 и v_0 вдоль каждой из областей факела $(-l_1, 0)$ и $(0, l_2)$: $\langle \rho_0 \rangle = \rho_j, \langle v_0 \rangle = v_j$. Окончательно уравнения теплопереноса запишутся следующим образом:

$$\frac{\partial T'_j}{\partial t} + v_j \frac{\partial T'_j}{\partial x} = \chi_j \frac{\partial^2 T'_j}{\partial x^2}, \quad (3)$$

где $\chi_j = \frac{\lambda_j}{\rho_j c_{pj}}$ — коэффициент температуропроводности. Это позволяет представить возмущения в виде

$$T'_j = A_j^{(+)} \exp \left[a_j^{(+)} x + \omega t \right] + A_j^{(-)} \exp \left[a_j^{(-)} x + \omega t \right], \quad (4)$$

$$a_j^{(\pm)} = \frac{v_j}{2\chi_j} \left(1 \pm \sqrt{1 - 4\frac{\omega}{v_j^2}\chi_j} \right)$$

с подлежащим определению собственным значением задачи ω . Удерживая в разложении квадратного корня по малому параметру $(\omega\chi/v^2)$ два члена, будем иметь

$$a_j^{(+)} = \frac{v_j}{\chi_j} + \frac{\omega}{v_j}, a_j^{(-)} = -\frac{\omega}{v_j}, \quad (5)$$

поскольку $\omega \sim 10^2$ Гц, $v_j \sim 10^2$ см/с, $\chi_j \approx 0,15$ см²/с.

Для возникающей краевой задачи с сопряженными областями факела необходимы четыре граничных условия. Температурные возмущения среды, возникающие из-за случайных причин внутри процессов сгорания в каждой из двух областей факела, будут взаимодействовать с их внутренней тепловой структурой, соответствующим образом определяя возмущенный характер последней. Это, в конечном итоге, вызывает приращение глобального перепада температур вдоль каждого из участков факела в целом (внутреннего и наружного). С другой стороны, такое суммарное изменение перепада температур всего факела как целого приводит к локальной перестройке его тепловой структуры, образованной возмущениями. Это порождает для каждой зоны факела свою обратную связь, количественное описание механизма которой можно осуществить следующим простым интегральным способом подобно тому, как было сделано для изменения скорости горения при исследовании устойчивости нормального пламени [9].

Указанное приращение глобального перепада температур происходит в результате суммирования по протяженности факела местных температурных приращений $dT_j = \frac{\partial T_j}{\partial x} dx$. Накапливаясь вдоль всей области факела в течение промежутка времени τ_j пока движущаяся по своей траектории частица горячей смеси преодолевает эту область, данные локальные приращения температуры порождают изменение глобального перепада температур во всем факеле. Возникающее приращение глобального перепада, в свою очередь, влияет на развитие указанного накапливания возмущений температуры, формируя положительную обратную связь. Таким образом, указанные перепады температур могут быть выражены следующими интегралами вдоль траектории элементарных частиц: $x = v_j(t' - t)$ для каждой области факела соответственно:

$$\begin{aligned} T_1' \Big|_{x=0} - T_1' \Big|_{x=-l_1} &= v_1 \int_{t-\tau_1}^t \frac{\partial T_1'}{\partial x} \Big|_{x=v_1(t'-t)} dt', \\ T_2' \Big|_{x=l_2} - T_2' \Big|_{x=0} &= v_2 \int_t^{t+\tau_2} \frac{\partial T_2'}{\partial x} \Big|_{x=v_2(t'-t)} dt'. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $l_j = v_j\tau_j$, τ_j — характерное время пребывания горячей частицы в данной зоне факела ($j = 1, 2$).

На границе между областями факела $x = 0$ должна соблюдаться непрерывность потока энергии. Возмущением кинетической энергии $\left(\frac{v^2}{2}\right)' = vv' = v^2 \left(\frac{v'}{v}\right)$ можно пренебречь по сравнению с тепловыми возмущениями, так как в случае факела $v^2 \ll c_p T$ — теплосодержание газа \sim квадрату скорости звука. Поэтому

остаётся непрерывность теплового потока на границе области факела $x = 0$ в виде

$$T_1' - \frac{\chi_1}{v_1} \frac{\partial T_1'}{\partial x} = C \left(T_2' - \frac{\chi_2}{v_2} \frac{\partial T_2'}{\partial x} \right), \quad C = \frac{c_{p2}}{c_{p1}}. \quad (7)$$

Поскольку решается задача о внутренней температурной устойчивости процессов в факеле, должны быть исключены возмущения, приходящие извне, т. е. на входе в основание факела следует потребовать

$$T_1' = 0, \quad (8)$$

при $x = -l_1$, что замыкает поставленную краевую задачу (6)–(8) для уравнения (3).

Подставляя решения (4), (5) в эти условия, приходим к следующей системе четырех однородных линейных уравнений для $A_j^{(\pm)}$:

$$\begin{aligned} D_1 A_1^{(+)} + \exp\left(\omega \frac{l_1}{v_1}\right) A_1^{(-)} &= 0, \\ -\frac{\chi_1}{v_1^2} \omega A_1^{(+)} + \left(1 + \frac{\chi_1}{v_1^2} \omega\right) A_1^{(-)} + \frac{\chi_2}{v_2^2} \omega A_2^{(+)} - \left(1 + \frac{\chi_2}{v_2^2} \omega\right) A_2^{(-)} &= 0, \\ (B_1 - 1) A_1^{(+)} - \left(1 + \frac{l_1}{v_1} \omega\right) A_1^{(-)} &= 0, \\ (1 - B_2 - D_2) A_2^{(+)} + \left\{1 - \left[\frac{l_2}{v_2} \omega + \exp\left(-\frac{l_2}{v_2} \omega\right)\right]\right\} A_2^{(-)} &= 0, \\ B_j = \frac{1 + \frac{\chi_j}{v_j^2} \omega}{1 + 2\frac{\chi_j}{v_j^2} \omega} \left\{1 - \exp\left[(-1)^j \left(\frac{v_j^2}{\chi_j} + 2\omega\right) \frac{l_j}{v_j}\right]\right\}, \\ D_j = \exp\left[(-1)^j \left(\frac{v_j}{\chi_j} + \omega\right) \frac{l_j}{v_j}\right], \end{aligned}$$

с определителем 4-го порядка, который после раскрытия выражается в виде:

$$\Delta = C\omega \left(1 + \frac{\chi_2}{v_2^2} \omega\right) \Delta_1 \Delta_2. \quad (9)$$

Приравнивая его к нулю, получаем характеристическое уравнение для определения собственного значения ω с устойчивыми корнями: $\omega = 0$ и $\omega = -\frac{v_2^2}{\chi_2}$, не представляющими интереса. Остальные корни содержатся в $\Delta_1 = 0$ и $\Delta_2 = 0$, которые представляют собой квазимногочлены [10] и окончательно представляются соответственно

$$2 + \left(\frac{l_1}{v_1} + 3\frac{\chi_1}{v_1^2}\right) \omega + 2\frac{l_1 \chi_1}{v_1^3} \omega^2 + \frac{\chi_1}{v_1^2} \omega \exp\left(3\frac{l_1}{v_1} \omega\right) = 0, \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
& \left(1 + \frac{\chi_2}{v_2} \omega\right)^2 \exp \left[\left(\frac{v_2^2}{\chi_2} + 3\omega \right) \frac{l_2}{v_2} \right] - \left(1 + 3 \frac{\chi_2}{v_2} \omega + 2 \frac{\chi_2 l_2}{v_2^3} \omega^2\right) \times \\
& \times \exp \left[\left(\frac{v_2^2}{\chi_2} + 2\omega \right) \frac{l_2}{v_2} \right] + \left(2 \frac{\chi_2}{v_2} \omega + 2 \frac{\chi_2^2}{v_2^4} \omega^2 - \right. \\
& \left. - 2 \frac{\chi_2^2 l_2}{v_2^5} \omega^3\right) \exp \left(\frac{l_2}{v_2} \omega \right) - \frac{\chi_2}{v_2} \omega - 2 \frac{\chi_2^2}{v_2^4} \omega^2 = 0.
\end{aligned} \tag{11}$$

Введя безразмерное собственное значение $z_1 = 3 \left(\frac{l_1}{v_1} \right) \omega$, запишем (10) в виде

$$b_0 z_1 \exp z_1 + b_1 z_1^2 + b_2 z_1 + b_3 = 0, \tag{12}$$

что непосредственно позволяет сделать вывод об отсутствии главного члена в квазимногочлене (12), каковым является такой член $z^s \exp(rz)$, у которого r и s одновременно принимают наибольшие значения по сравнению со всеми остальными [10].

Введя другое собственное значение $z_2 = \left(\frac{l_2}{v_2} \right) \omega$, приводим (11) к аналогичному виду

$$\begin{aligned}
& (d_0 z_2^2 + d_1 z_2 + d_2) \exp(3z_2) + \\
& + (d_4 z_2^3 + d_5 z_2^2 + d_6 z_2) \exp z_2 + d_7 z_2^2 + d_8 z_2 = 0,
\end{aligned} \tag{13}$$

что также позволяет убедиться в отсутствии главного члена. В таком случае по теореме Л. С. Понтрягина [10] оба квазимногочлена (12), (13) будут неустойчивыми, т. е. среди их корней всегда есть корни с положительной действительной частью $\text{Re} z > 0$, что будет свидетельствовать о нарастании амплитуды температурных возмущений в факеле со временем. Мнимая часть этих корней дает представление о частоте развивающихся температурных колебаний в газовом факеле. Как следует из z_1 и z_2 , имеют место два частотных диапазона в соответствии с оценками $\omega_1 \sim \left(\frac{v_1}{l_1} \right)$ и $\omega_2 \sim \left(\frac{v_2}{l_2} \right)$, которые определяются характерными временами τ_1 и τ_2 пребывания горячей смеси в соответствующей области факела.

Экспериментально оптические пульсации пламени наблюдались в работе [5] и регистрируются фотодиодом с выводом потом сигнала на экран осциллографа. Сам факел фотографируется. Анализируя осциллограммы, можно найти частоты пульсации, а по фотографиям сделать заключения о структуре факела (размеры, соотношения между областями и их форма). Учитывая, что в горючей смеси основное содержание составляет воздух (96%), значительная часть которого не подвергается химическим превращениям, можно сказать, что изменение плотности смеси определяется ее нагревом. Из закона сохранения массы можно определить скорость потока в факеле:

$$v_1 = \frac{\rho_0 v_0 \sigma_0}{\rho_1 \sigma_1},$$

где v_1 — скорость потока в нижней области факела, v_0 — скорость потока в сопле горелки (110 см/с), определенная по показателям ротаметров, $\rho_0 = 0,001293$ — плотность воздуха при 20°C и атмосферном давлении, $\rho_1 = \frac{0,001293}{(1 + 0,000367) T}$ — средняя плотность воздуха при температуре T в нижней области факела, σ_0 —

площадь сечения сопла горелки ($0,95 \text{ см}^2$), σ_1 — площадь сечения нижней области конуса, определенная по фотографии ($2,83 \text{ см}^2$):

$$v_1 = 135 \text{ см/с.}$$

Находя из фотографии протяженность вдоль оси симметрии нижней области факела $l = 1,7 \text{ см}$, мы можем определить частоту пульсации в нижней области факела, равную 79 Гц. Аналогичные расчеты для верхней области факела дают 26 Гц.

Полученные после обработки осциллограмм значения частот составляют 75 Гц и 24 Гц в нижней и верхней областях факела соответственно. Таким образом, экспериментальные данные хорошо согласуются с теоретическими оценками.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. При определенном соотношении окислитель—горючее в исходной смеси происходит формирование замкнутого внутреннего конуса (и, в частности, его вершины), что является условием для возникновения низкочастотных пульсаций в пламени. Дальнейшее уменьшение относительного содержания горючего в смеси приводит к образованию двух областей, расположенных одна над другой, с уплощенной границей между ними в факеле. Математически доказано, что температурные возмущения в областях с характерной для каждой области частотой ($\text{Im } \omega$) имеют абсолютно неустойчивый характер. Полученные теоретические выводы хорошо подтверждаются результатами эксперимента.

1. **Ларионов А. М.** Автоколебания газа в установках с горением / А. М. Ларионов, Р. Г. Зарипов. — Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2003. — 227 с.
2. **Палиев И. И.** Теплообмен и массообмен частиц в потоке при пульсациях / И. И. Палиев, Б. Д. Кацнельсон, А. А. Тракановский // Труды II Всесоюзной научно-технич. конф. по вибрационному и пульсационному горению. — Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1963. — С. 150–162.
3. **Накоряков В. Е.** Тепло- и массообмен в звуковом поле / В. Е. Накоряков, А. Т. Бурдуков, А. М. Болдарев, П. В. Терлеев. — Новосибирск: Наука, 1970. — 253 с.
4. **Подымов В. Н.** Прикладные исследования вибрационного горения / В. Н. Подымов, В. С. Северянин, Я. М. Щелоков. — Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1978. — 219 с.
5. **Трофименко М. Ю.** Об условиях самовозбуждения пульсационного режима горения открытого факела пропан-бутановой смеси / М. Ю. Трофименко, С. К. Асланов, В. В. Калинин // Химическая и радиационная физика. Том 4 (под ред. И. Г. Ассовского, А. А. Берлипа, Г. В. Манелиса, А. Г. Мержанова). — М.: ТОРУС ПРЕСС, 2011. — С. 236–241.
6. **Трофименко М. Ю.** Изменения электрической структуры факела пропан-бутановой смеси, отображающие наступление режима пульсационного горения / М. Ю. Трофименко, С. К. Асланов, В. В. Калинин, В. П. Смоляр // Материалы IX Международной конференции, 1-4 июня 2011. Волновая электрогидродинамика проводящей жидкости. Долгоживущие плазменные образования и малоизученные формы естественных электрических разрядов в атмосфере. — 2011. — С. 216–218.

7. **Трофименко М. Ю.** Изменение структуры газового факела при переходе его горения в пульсационный режим / М. Ю. Трофименко, С. К. Асланов, В. П. Смоляр // *Материалы IX Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях. (NPNJ'2012) 25-31 мая 2012. Алушта.* – С. 152–153.
8. **Trofimenko M. Yu.** The electrical structure of propane-butane mixture torch and it's changing at the beginning of pulse burning mode / M. Yu. Trofimenko, S. K. Aslanov, V. V. Kalinchak, V. P. Smolyar // *Proceedings of 3rd International Conference on The Physics of Dusty and Burning Plasmas, Odessa, Ukraine, August 25-29, 2010.* – P. 135–136.
9. **Асланов С. К.** Исследование устойчивости медленного горения в вязкой газовой смеси / С. К. Асланов // *ФГВ (Физика горения и взрыва).* – 1966. – Вып. №2. – С. 72–76.
10. **Постников М. М.** Устойчивые многочлены / М. М. Постников. – М.: Наука, 1981. – 176 с.