ISSN 2304-1579.Вісник Од. нац. ун-ту. Мат. і мех.–2014 .–Т.19, вип. 1(21).–С. 92–100

М Е Х А Н I К А

Mathematical Subject Classification: 76A02, 76A05
УДК 662.215.2

С. К. Асланов
Одесский национальный университет имени И. И. Мечникова

РЕОЛОГИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕОДНОРОДНОЙ СТРУКТУРЫ СДВИГОВОГО ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В УЗКИХ ЗАЗОРАХ

Асланов С. К. Реологічне моделювання неоднорідної структури сдвигової течії рідини у вузьких зазорах. Теорія структури зсувної течії в узьких зазорах побудована на основі змінної в'язкості. Для неї у пристінних слоях використовується степенева залежність від місцевої швидкості деформації та відстані до обмежуючих твердих площин. Визначення основних параметрів цієї двошарової течії здійснюється за допомогою метода послідовного наближення.
Ключові слова: зсувна течія, вузькі зазори, змінна в'язкість, орієнтаційна впорядкованність, пристінні шари.

Асланов С. К. Реологическое моделирование неоднородной структуры сдвигового течения жидкости в узких зазорах. Теория структуры сдвигового течения в узких зазорах построена на основе переменной вязкости. Для нее в пристенных слоях используется степенная зависимость от местной скорости деформации и расстояния до ограничивающих твердых поверхностей. Определение основных параметров этого слоистого течения осуществляется при помощи метода последовательных приближений.
Ключевые слова: сдвиговое течение, узкие зазоры, переменная вязкость, ориентационная упорядоченность, пристенные слои.

Aslanov S. K. The rheology simulation for a inhomogeneous structure of the shear fluid flow into slender clearances. The theory of shear flow structure into slender clearances on the basis of variable viscosity was constructed. The power dependence on local velocity deformation and on distance bounding hard surfaces into priwall layers was used. These basic layered flow parameters by means of the successive approximation method was determined.
Key words: shear flow, narrow gaps, variable viscosity, orientational ordering, priwall layers.

Введение. Известно, что целый ряд жидкостей, в том числе и составляющих основу смазочных сред, проявляют свои аномальные свойства при течении в узких (микронных) зазорах между твердыми (металлическими) поверхностями. Структурная неоднородность, возникающая в таких прослойках, связана с образованием на их твердых границах сверхтонких приповерхностных слоев особой квазижидкокристаллической фазы [1]. Это порождает неньютоновский характер течения в них с эффективным коэффициентом вязкости η_{eff}, зависящим от скорости деформации γ и отличным от такового η_0 [2] для изотропного состояния обычной "объемной"жидкости. Наличие структурированных жидкокристаллических слоев в смазочной прослойке триады трения тесно взаимосвязано с противоизносными характеристиками трибосопряжения.

В реологических исследованиях структурно неоднородных масляных прослоек в напорном [3] и сдвиговом [4] течениях установлена их повышенная вязкость, обусловленная гомеотропной ориентацией молекул приповерхностных структурированных слоев. Молекулярные слои смазочной среды в непосредственной близости от обтекаемой твердой подложки можно трактовать как квазижесткокристаллическое состояние, образующееся за счет наиболее эффективного молекулярного взаимодействия с обтекаемой твердой границей. С удалением от нее молекулярное воздействие на смазочную среду ослабляется и жесткокристаллическое состояние переходит в жидкокристаллическое. Ориентационная упорядоченность молекулярной структуры смазочной среды, ослабляясь, заканчивается переходом в ее изотропное ньютоновское состояние с постоянной вязкостью η_0 в срединной части зазора, если это позволяет его ширина $D > 2d_s$ (d_s – толщина противолежащих пристенных структурированных слоев). В случае $D < 2d_s$ последние взаимно срезаются, и жидкокристаллическая фаза заполняет целиком весь зазор.

Основные результаты. Попытка теоретического описания структур сверхтонких пристенных слоев была предпринята в [3], [4] с позиций динамики жидкости переменной вязкости как для напорного, так и для сдвигового течения. В качестве функциональной зависимости коэффициент вязкости предложен степенной тип интегральной формы от скорости деформации по любому элементарному подслою, непосредственно прилегающему к обтекаемой твердой стенке. В конечном итоге, это сводилось к степенной зависимости вязкости от местной скорости течения смазочной среды по отношению к стенке с подлежащим определению показателем. Такой подход обеспечивал лишь неявную зависимость коэффициента вязкости от расстояния до обтекаемой твердой подложки. Тем самым влияние этого расстояния на степень интенсивности молекулярного воздействия твердой поверхности на ориентационную упорядоченность структуры пристенного слоя определялось лишь через посредство характера возникающего функционального распределения скоростей в обтекающей жидкости. Такой интегральный вид зависимости вязкости от скорости деформаций не отвечает принятой в реологии неньютоновских жидкостей зависимости от местной скорости деформации. Этот недостаток был преодолен в [5], где для теоретического описания анизатропной структуры пристенных слоев в сдвиговом режиме течения была использована степенная зависимость коэффициента вязкости как от местной скорости деформации, так и явно от расстояния до обтекаемой твердой стенки, которое призвано отразить гидродинамически интенсивность ее молекулярного взаимодействия с обтекающей жидкостью.

Однако есть более существенное обстоятельство, которое имеет принципиальное значение. Теоретические исследования, выполненные во всех работах, упомянутых в двух предыдущих абзацах, базируются на решении сопряженной краевой задачи для случая $D > 2d_s$, когда в срединной части зазора присутствует изотропное течение жидкости с постоянной вязкостью η_0. Отсюда вытекает, что использование этого решения в области $D < 2d_s$ с целью определения оценки величины параметра порядка следует признать незаконным. В этом случае задача с течением в зазоре теряет сопряженный характер, и по этой причине в ее математической постановке отсутствует заданный масштаб вязкости η_0 и второй линейный масштаб d_s.

В то же время именно решение задачи в случае $D < 2d_s$ позволяет математически корректно дать теоретическую оценку для параметра порядка в пристенных слоях и с помощью экспериментальных данных из области $D > 2d_s$ найти величину d_s толщины таких слоев. Поэтому в основу настоящего исследования положено решение задачи о структуре сложного течения жидкости переменной вязкости в узком зазоре между твердыми поверхностями, когда $D < 2d_s$, $D > 2d_s$. Рассматривается сдвиговое течение в коаксиальном зазоре D между бесконечными круговыми цилиндрами радиусов $\approx R$, которые вращаются относительно друг друга с угловой скоростью ω. Исключительная малость ширины зазора $(D/R << 1)$ позволяет воспользоваться асимптотическим приближением локально плоского установившегося течения жидкой среды между двумя параллельными стенками, одна из которых неподвижна, а сдвиговой режим порождается движением второй стенки со скоростью $\mathrm{v}_* = \omega R$.

Поскольку полимомелкулярные пристенные слои квазикристаллической структуры формируются на каждой из противолежащих стенок одинаковым образом, течение среды в зазоре можно считать симметричным. Скоростной профиль, с одной стороны, будет симметричным относительно срединной линии зазора, где величина скорости принимает значение $(\mathrm{v}_*/2)$, а с другой – он антисимметричен по отношению к своей средней линии поперечного сечения. Поэтому достаточно рассмотреть течение смазочной среды в полузазоре, примыкающем к неподвижной плоской стенке, расположив на ней начало системы координат и направив ось y по нормали к ней (ось x – вдоль стенки). Результаты для другого полузазора получаются из первого простым пересчетом.

Математическое исследование указанного сдвигового течения складывается из решения двух краевых задач существенно различного характера для уравнения движения $d\tau/dy = 0$ с общим первым интегралом

$$\tau = \eta_j \tfrac{d\mathrm{v}_j}{dy} = C_0 = const, \tag{1}$$

где τ – напряжение сдвига, η – коэффициент вязкости среды, v – ее скорость, индекс j означает принадлежность к соответствующей зоне течения.

В случае $D > D_* = 2d_s$ краевая область $0 \leq y \leq D/2$ включает в себя разнофазные состояния одной и той же среды: пристенный слой $j = 1$ $(0 \leq y \leq d_s)$ со структурой квазижидкокристаллического характера, описываемой гидродинамически при помощи переменного коэффициента вязкости η, и промежутка $j = 2$ $(d_s \leq y \leq D/2)$ изотропного течения жидкости с постоянной вязкостью $\eta_2 = \eta_0$, которые контактируют между собой на внутренней границе $y = d_s$. Для модельного распределения переменной вязкости предлагается степенной вид зависимости

$$\eta_1 = A_1 y^{-\alpha} \left(d\mathrm{v}/dy\right)^{-\beta} \tag{2}$$

с постоянными показателями α, β, подлежащими определению. Коэффициент A_1 находится из условия сопряжения $\eta_1 = \eta_0$ на границе $y = d_s$, что приводит к

$$\eta_1 = \eta_0 \left(\tfrac{y}{d_s}\right)^{-\alpha} \left[\tfrac{d\mathrm{v}_1/dy}{(d\mathrm{v}_1/dy)_{y=d_s}}\right]^{-\beta}. \tag{3}$$

Реологическая зависимость от локальной скорости деформации $d\mathrm{v}_1/dy$ связана с неньютоновским характером течения среды в сверхузких зазорах. Введенная наряду с этим явная зависимость коэффициента вязкости от расстояния y до обтекаемой твердой стенки призвана гидродинамически отразить эффект молекулярного взаимодействия текущей среды с материалом подложки, распространяющийся на сверхтонкий пристенный слой, формируя ориентационную упорядоченность его молекулярной структуры. Степень такого упорядочивания будет определяться величиной показателя α.

Чтобы модельное распределение (3) могло гидродинамически отражать квазижесткокристаллическую структуру молекулярных слоев среды, непосредственно примыкающих к обтекаемой твердой поверхности $y = 0$, следует считать $\alpha > 0$. Постоянство сдвигового напряжения (1) обеспечивает в таком случае исчезновение величины скорости деформации $d\mathrm{v}_1/dy$ на стенке $y = 0$. Предположение $\beta > 0$ дает возможность согласовать увеличение коэффициента вязкости (3) с поведением экспериментальных реологических кривых обратной зависимости вязкости от скорости деформации [4]. Неограниченный рост коэффициента вязкости в непосредственной близости от обтекаемой стенки может служить в пользу модельной интерпретации образования жесткоориентационной молекулярной упорядоченности среды.

Подстановка (3) в (1) с точностью до постоянного множителя дает

$$\frac{d\mathrm{v}_1/dy}{\left.(d\mathrm{v}_1/dy)\right|_{y=d_s}} \sim \left(\frac{y}{d_s}\right)^{\delta}, \text{ где } \delta = \frac{\alpha}{1-\beta}, \tag{4}$$

т. е. скоростной профиль в пристенном структурированном слое определяется единственным параметром δ, который можно назвать параметром порядка. В результате коэффициент вязкости (3) будет выражаться в виде $\eta_1/\eta_0 \sim (y/d_s)^{-\delta}$, откуда в соответствии с вышесказанным следует необходимость $\delta > 0$. С другой стороны, среднеинтегральное значение вязкости по толщине пристенного слоя d_s будет выражаться

$$\langle \eta_1/\eta_0 \rangle \sim \frac{1}{d_s}\int_0^{d_s}\left(\frac{y}{d_s}\right)^{-\delta} dy = \frac{1}{1-\delta}$$

при $\delta < 1$, при $\delta \geqslant 1$ интеграл расходится. Поэтому параметр ориентационного порядка оказывается заключенным в интервале

$$0 < \delta < 1. \tag{5}$$

При $D > D_*$ краевая задача для скоростного профиля $\mathrm{v}_j(y)$ в полузазоре $0 \leqslant y \leqslant D/2$ носит сопряженный характер и включает следующие граничные условия:

$$\mathrm{v}_1(0) = 0, \quad \mathrm{v}_2(D/2) = \mathrm{v}_*/2, \quad \mathrm{v}_1(d_s) = \mathrm{v}_2(d_s). \tag{6}$$

Они соответственно выражают неподвижность вязкой среды на обтекаемой неподвижной поверхности, симметрию скоростного профиля и его непрерывность на внутренней границе $y = d_s$. Гладкий переход профиля через нее обусловлен постоянством сдвигового напряжения τ_j (1) и непрерывностью коэффициента вязкости $\eta_1 = \eta_2 = \eta_0$, поскольку ориентационная упорядоченность полностью исчезает на границе пристенного слоя.

Появляющиеся при интегрировании (1) произвольные постоянные C_1 и C_2 (вместе с константой C_0) находятся из удовлетворения условий (6), приводя к скоростному профилю в зазоре

$$\mathrm{v}_1 = \frac{\mathrm{v}_*}{2\delta}\frac{(y/d_s)^{1+\delta}}{K-1}\,(0 \leqslant y \leqslant d_s)\,, \tag{7}$$

$$\mathrm{v}_2 = \frac{\mathrm{v}_*}{2}\frac{\left(1+\frac{1}{\delta}\right)(y/d_s)-1}{K-1}\,(d_s \leqslant y \leqslant D/2) \tag{8}$$

и постоянному напряжению сдвига

$$\tau = C_0 = \eta_0\frac{\mathrm{v}_*}{D}\left(1-\frac{1}{K}\right)^{-1}, \quad K = \frac{D}{2d_s}\left(1+\frac{1}{\delta}\right). \tag{9}$$

Случай течения с постоянной вязкостью η_0 (линейным профилем скорости) во всем зазоре получается как предельный при $\delta \to 0$ $(\alpha \to 0)$, $K \to \infty : \tau_0 = \eta_0\gamma$ и $\gamma = \mathrm{v}_*/D$ представляет собой среднеинтегральное значение скорости деформации по зазору.

Сдвиговое напряжение τ для сложной структуры течения можно записать в подобном виде, если ввести в рассмотрение так называемую эффективную вязкость η_{eff} (т. е. $\tau = \eta_{eff}\gamma$), которая измеряема экспериментально через посредство напряжения сдвига. Тогда из (9) можно окончательно получить зависимость комплекса K от относительной эффективной вязкости:

$$K = \left[1-(\eta_0/\eta_{eff})\right]^{-1}, D_* \geqslant 2d_s. \tag{10}$$

В случае $D < D_* = 2d_s$, когда происходит взаимное срезание противолежащих пристенных слоев, так что вся ширина зазора D оказывается заполненной структурированным течением, и толщина каждого из этих слоев всегда имеет величину $D/2$. В связи с отсутствием в задаче заданного масштаба вязкости коэффициент A_1 в распределении (2) приходится выразить через внутренний параметр η_* (при $y = D/2$), неизвестный заранее и имеющий смысл наименьшего значения коэффициента вязкости

$$\eta_1 = \eta_*\,(2y/D)^{-\alpha}\left[\frac{d\mathrm{v}_1/dy}{d\mathrm{v}_1/dy|_{y=D/2}}\right]^{-\beta}. \tag{11}$$

Изменяемость η_* вместе с D составляет как раз принципиальное отличие данной краевой задачи от предыдущей.

Граничными условиями для решения уравнения (1) совместно с (11) служат теперь $\mathrm{v}_1(0) = 0$ и $\mathrm{v}_1(D/2) = \mathrm{v}_x/2$, что приводит к скоростному профилю

$$\mathrm{v}_1 = \frac{\mathrm{v}_*}{2}\left(\frac{2y}{D}\right)^{\delta+1}(D < D_*) \tag{12}$$

и сдвиговому напряжению $\tau = C_0 = \gamma\eta_*\,(\delta+1)$.

Используя понятие эффективной вязкости η_{eff}, последнее можно записать в окончательном виде

$$\eta_{eff} = \eta_*\,(1+\delta)\,(D < D_*)\,, \tag{13}$$

который явно свидетельствует о постоянстве отношения (η_{eff}/η_*).

При смыкании противолежащих пристенных слоев, когда для каждого из них $d_s = D/2$ область промежуточного изотропного течения с постоянной вязкостью

η_0 вырождается в срединную линию зазора $y = D/2$, так что η_* на ней совпадает с η_0, т. е. (13) в пределе превращается в

$$(\eta_{eff}/\eta_0) = \delta + 1 \text{ при } D = D_* = 2d_s \tag{14}$$

и естественно согласуется с таковым из (9) в силу непрерывности перехода решения при $D > D_*, D < D_*$ через их предельную точку $D = D_*$.

В случае дальнейшего сужения зазора, когда $D/2$ становится меньше d_s, этот линейный масштаб вообще исключается из постановки задачи о взаимном разрушении пристенных структурных слоев. Его роль теперь принимает на себя величина $D/2$, так что отношение ширины зазора к удвоенной толщине срезанных слоев остается равным единице для всей области $D < D_*$ существования решения (12), (13), а комплекс K из (9) сохраняет постоянное значение

$$K = K_* = 1 + \left(\tfrac{1}{\delta}\right). \tag{15}$$

Аналитическое выражение (14) может служить для оценки величины параметра порядка δ на основе соответствующих значений относительной эффективной вязкости (η_{eff}/η_*). Экспериментальные зависимости последней от скорости деформации $\gamma = \mathrm{v}_*/D$ построены с помощью ротационного вискозиметра [6] для четырех дискретных значений зазора D [4]. Вполне понятной будет зависимость от γ величины δ и d_s. Чтобы упростить проблему в условиях двойной зависимости величин как от D, так и от сдвиговой скорости v_* (или γ), имеет смысл воспользоваться предельным случаем $\gamma \to 0$ ($\mathrm{v}_* \to 0$), который обеспечивает для каждого D наибольшее значение эффективной вязкости и d_s. Тем более, что толщина пристенных слоев в покоящейся смазочной среде будет определяться лишь ее составом независимо от ширины зазора D. Отметим указанные обстоятельства нулевыми индексами величин η^0_{eff}, δ_0, d_{0s}, K_0, K^*_0, которые будут зависеть только от D.

В результате решения (10) и (15) принимают вид

$$K_0 = \begin{cases} \left(1 - \frac{\eta_0}{\eta^0_{eff}}\right)^{-1} & \text{при } D \geqslant 2d_{0s}, \\ = K^*_0 = \left(1 + \frac{1}{\delta}\right) & \text{при } D < 2d_{0s}, \end{cases} \tag{16}$$

которые будут зависеть только от D. Первое из них имеет на плоскости (D, K_0), вообще говоря, криволинейное представление через посредство $\eta^0_{eff}(D)$, а второму отвечает прямая, параллельная оси D. Их общая точка $D = D_* = 2d_{0s}$ определит толщину пристенных слоев.

Однако чтобы этого достигнуть, необходимо иметь в (16) значение δ_0, выражающееся согласно (14) через $\left(\eta^0_{eff}\big/\eta_0\right)$ в точке $D = D_*$, которая сама подлежит предварительному определению. Для преодоления этого порочного круга предлагается следующий метод последовательных приближений. В качестве исходного положения предполагается, что переходная точка между решениями различных типов (16) попадает между двумя из четырех значений зазора D с экспериментально известными величинами $\left(\eta^0_{eff}\big/\eta_0\right)$. Среднему арифметическому из них присваивается смысл первого приближения для $\left(\eta^0_{eff}\big/\eta_0\right)$, что по (14) дает таковые для δ_0 и K^*_0 по (16), т. е. со стороны решения при $D \leqslant 2d_s$. С другой стороны, по двум экспериментальным точкам для решения при $D \geqslant 2d_s$ строится спрямленная зависимость $K_0\,(D)$. Ее общая точка с прямой (16) $K_0 = K_0^*$ дает первое приближение для $D_* = 2d_s$. Следующие приближения получаются при помощи осреднения между известными экспериментально и найденными предыдущими приближениями $\left(\eta_{eff}^0 \middle/ \eta_0\right)$. Процесс останавливается при достижении предела точности измерений. Однозначность сделанного исходного предположения о начале процедуры приближения доказывается противоречивостью результатов на базе иного выбора этого начала.

Реализацию указанного метода оценки $\eta_{eff}^0\,(D_*)$ конкретно проследим на примере двух жидкостей: н-алкана гексадекана $(C_{16}H_{34})$ и вазелинового масла с легирующей 1%-ной добавкой нематического жидкого кристалла ЖК37. В первом случае экспериментальные значения $\left(\eta_{eff}^0 \middle/ \eta_0\right)$: 2,19; 1,79; 1,49; 1,25 получены из реологических кривых соответственно для величин зазора D (в мкм): 1,5; 4,5; 10,5; 15,0 [4]. Исходное предположение, что точка $D = D_*$ попадает в интервал $(4,5 \div 10,5)$, дает в качестве первого приближения $\left(\eta_{eff}^0 \middle/ \eta_0\right)$ среднюю величину 1,64 и по (14) – $\delta_0 = 0,64$, а по (16) $K_0^* = 2,56$.

По двум точкам, отвечающим значениям D 10,5 и 15,0 (т. е. при $D > D_*$) можно построить прямую

$$K_0 = 0,44D - 1{,}6\,, \tag{17}$$

если воспользоваться соответствующим решением (16). Пересечение прямых $K_0 = K_0^*$ и (17) дает $D_* = 9,95$ или $d_{0s} = 4,73$.

В качестве второго приближения $\left(\eta_{eff}^0 \middle/ \eta_0\right) = 1,565$ используется среднее значение между первым и $\left(\eta_{eff}^0 \middle/ \eta_0\right) = 1,49$ на верхней границе (10,5) выбранного интервала. Отсюда во втором приближении будем иметь $\delta_0 = 0,565$, $K_0^* = 2,77$, а значит, $D_* = 9,93$ и $d_{0s} = 4,97$. Поскольку точность измерений составляет 0,5 мкм, остановиться можно на третьем приближении, которое получается осреднением между первым и вторым и дает $\left(\eta_{eff}^0 \middle/ \eta_0\right) = 1,6$, а значит, $\delta_0 = 0,6$, $K_0^* = 2,66$, $D_* = 9,68$ и $d_{0s} = 4,84$. Непосредственно видно, что величина D_* везде остается в пределах выбранного интервала $(4,5 \div 10,5)$.

Если предположить попадание D_* в другой возможный интервал $(1,5 \div 4,5)$, то область $D > D_*$ будет содержать уже три экспериментальные точки, что позволяет по ним построить квадратичную зависимость

$$K_0 = 0,0293D^2 - 0,311D + 3,078.$$

Первое приближение в выбранном интервале дается средним значением на его концах, $\left(\eta_{eff}^0 \middle/ \eta_0\right) = 1,99$, т. е. $\delta_0 = 0,99$ и $K_0^* = 2,01$. Поэтому D_* как точка пересечения (18) с прямой $K_0^* = 2,01$ находится из квадратного уравнения. Однако оба его корня, 9,68 и 0,933, находятся вне интервала $(1,5 \div 4,5)$, что противоречит исходному предположению. Поэтому окончательными результатами для н-гексадекана являются значение параметра порядка $\delta_0 = 0,6$ и толщины пристенных структурированных слоев $d_{0s} = 5$ мкм.

В случае вазелинового масла экспериментальные данные $\left(\eta_{eff}^0 \middle/ \eta_0\right)$: 2,6; 1,6; 1,3; 1,1 имеются соответственно для четырех значений D (в мкм): 1,5; 4,5; 6,5; 8,5

[7]. Указанный метод последовательных приближений применяется совершенно аналогично предыдущему примеру. Исходное предположение — попадание точки $D = D_*$ в интервал $(4,5 \div 6,5)$, за пределы которого не выходят три найденные приближения. В результате окончательно полученные модельные величины: $\delta_0 = 0,41$, $d_{0s} = 3$ мкм, поскольку другой возможный выбор начального интервала $(1,5 \div 4,5)$ приводит к противоречию с исходным предположением о попадании в него точки $D = D_*$. В самом деле, в таком случае в области $D > D_*$ оказываются три экспериментальные точки $(4,5 - 8,5)$, по которым строится квадратичная зависимость (18). Квадратное уравнение для пересечения этой кривой с прямой $K_0 = K_0^*$ имеет комплексные корни.

Остается произвести оценку показателей степени в модельном представлении (2) переменного коэффициента вязкости. Коль скоро согласно (4) $\beta = 1 - (\alpha/\delta)$ показатель α приобретает роль свободного параметра данного моделирования, и для установления возможного диапазона его величины можно привести следующие соображения. Определяющим фактором в формировании анизотропной структуры сверхтонкого (3–5 мкм) пристенного слоя является эффект молекулярно-ориентационной упорядоченности за счет взаимодействия с обтекаемой твердой поверхностью. В настоящем моделировании этот эффект гидродинамически выражается посредством множителя $y^{-\alpha}$ в коэффициенте переменной вязкости (2), неограниченно возрастающем ($\alpha > 0$) с приближением к стенке $y = 0$ в условиях гомеотропной ориентации молекул жидкости. Отводя этому модельному множителю преобладающее значение в организации пристенной структуры неньютоновского течения, можно положить $\alpha > \beta$. Вместе с (4) это дает окончательно

$$\frac{\delta_0}{\delta_0 + 1} < \alpha < \delta_0, \quad 0 < \beta < \frac{\delta_0}{\delta_0 + 1},$$

что соответственно составляет для н-гексадекана и вазелинового масла, легированного 1%-ной добавкой ЖК37, $0,375 < \alpha < 0,6$, $0 < \delta < 0,375$ со средними значениями $\langle\alpha\rangle = 0,49$ и $\langle\beta\rangle = 0,19$.

Заключение. В аналитическую теорию, построенную для объяснения структуры сложного сдвигового течения жидкости в сверхузких зазорах, существенным образом вошли решения двух соответствующих краевых задач различного характера. Это позволило исправить незаконное математическое действие, допущенное в предыдущих работах, где за пределами области существования использовалось единственное решение сопряженной краевой задачи, включающей внутри зазора изотропное течение с постоянной вязкостью. Использование же решения другой краевой задачи (случай взаимного срезания пристенных слоев) сделало возможным при помощи предложенного метода последовательных приближений определить математически корректно границу между указанными решениями и на ее основе замкнуть проблему нахождения структурных характеристик – параметра порядка и толщины пристенных квазижидкокристаллических слоев.

1. **Кириян С. В.** Реология моторных масел с квазижидкокристалическими слоями в триаде трения / С. В. Кириян, Б. А. Алтоиз // Трение и износ. – 2007. – Т. 31, № 3. – С. 312–318.
2. **Дерягин Б. В., Чураев С. В., Муллер В. М.** Поверхностные силы. – М.: Наука, 1985.
3. **Алтоиз Б. А.** Моделирование структурированного приповерхностного слоя в динамике вязкой жидкости / Б. А. Алтоиз, С. К. Асланов // Доклады национальной академии наук Украины. – 2003. – Т. 9. – С. 76–79.
4. **Алтоиз Б. А.** Сдвиговое течение гетерофазной жидкой прослойки и ее структурно—реологическая модель / Б. А. Алтоиз, С. К. Асланов, С. В. Кириян // Журнал технической физики. – 2011. – Т. 81, вып. 8. – С. 42–47.
5. **Асланов С. К.** Об одном обобщении гидродинамической теории смазки / С. К. Асланов, Н. Н. Драгуновский, А. П. Царенко // Вісник Одеського національного університету імені І. І. Мечникова. Математика і механіка. – 2013. – Т. 16, вип. 16. – С. 144–151.
6. **Алтоиз Б. А.** Ротационный вискозиметр для исследования микронных прослоек / Б. А. Алтоиз, С. К. Асланов, А. Ф. Бутенко // Физика аэродисперсных систем. – 2005. – № 42. – С. 53–65.
7. **Кириян С. В.** Реологическая модель прослойки со структурированными слоями “переменной вязкости” / С. В. Кириян, Б. А. Алтоиз, С. К. Асланов // Дисперсные системы. Материалы научной конференции стран СНГ. – Одесса, 2010. – С. 147–148.