

## Литература

1. *Ахтиямов И. С.* К вопросу о преемственности в хирургическом лечении диспластического коксартроза / *И. С. Ахтиямов* // Вестн. травматол. и ортопед. им. Н.Н. Приорова. — 2005. — № 2. — С. 70–75.
2. *Гайко Г. В.* Остеоартроз — медико-соціальна проблема та шляхи її вирішення / *Г. В. Гайко* // Вісн. ортопед. травматол. та протезув. — 2003. — № 4. — С. 5–7.
3. *Гланц С.* Медико-биологическая статистика / *С. Гланц* : [пер. с англ.]. — М. : Практика, 1998. — 459 с.
4. *Гурьев В. Н.* Коксартроз и его оперативное лечение / *В. Н. Гурьев*. — Таллин : Валгус, 1984. — 342 с.
5. *Корж А. А.* Диспластический коксартроз (хирургическая профилактика и лечение) / *Корж А. А., Тихоненков Е. С., Андрианов В. А.* [и др.] — М. : Медицина, 1986. — 108 с.
6. *Олейник А. Е.* Реабилитация больных после сложного и нестандартного эндопротезирования тазобедренного сустава / *А. Е. Олейник, А. Е. Лоскутов* // Вісн. ортопед. травматол. та протезув. — 2008. — № 1. — С. 61–63.
7. *Пальцев М. А.* Патологическая анатомия: учеб. в 2 т. / *М. А. Пальцев, Н. М. Аничков*. — Т 1 : Общая патология. — М. : Медицина, 2000. — 528 с.
8. *Спиридонов Н. А.* Клинические и социальные последствия и реабилитационный прогноз у больных врожденным вывихом бедра : автореф. дис. на соискание уч. степени канд. мед. наук : спец. 14.00.33. “Общественное здоровье и здравоохранение” / *Н. А. Спиридонов*. — СПб., 2008. — 20 с.
9. *Танькут В. О.* Особливості ендпротезування кульшового суглобу при тяжких формах диспластичного коксартрозу / *Танькут В. О., Філіпенко В. Я., Танькут О. В.* // Ортопед. травматол. и протезир. — 2007. — № 4. — С. 37–40.
10. *Eskelinen A.* Total hip arthroplasty in young patients — with special references to patients under 55 years of age and to patients with developmental dysplasia of the hip : academic dissertation / *A. Eskelinen*. — Helsinki, 2006. — 128 p.
11. *Inao S.* Cemented total hip arthroplasty with autogenous acetabular bone grafting for hips with developmental dysplasia in adults / *S. Inao, T. Matsuno* // J. Bone Jt Surg. — 2000. — Vol. **82-B**. — P. 375–377.
12. *Haddad F. S.* Primary total replacement of the dysplastic hip / *Haddad F. S., Marsi B. A., Garbuz D. S., Duncan C. P.* // J. Bone Jt Surg. — 1999. — Vol. **81-A**. — № 10. — P. 1462–1482.
13. *Springorum H.* Hüfte / *Springorum H., Trutnau A., Braun K.* // Fachlexikon orthopädie. — Ecomed, 1998. — 280 p.
14. *Zweymuller K. A.* Biologic fixation of a press-fit titanium hip joint endoprosthesis / *Zweymuller K. A., Lintner F. K., Semlitsch M. E.* // Clin. Orthop. — 1988. — Vol. 235. — P. 195–206.

УДК 616.728.2-007.24(083.3)001.57

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАСЛІДКІВ ЧАСТКОВОГО РОЗЛАДУ СФЕРИЧНОСТІ ГОЛОВКИ СТЕГНОВОЇ КІСТКИ. Частина I

*В. В. Філіпчук<sup>1</sup>, А. Д. Супрун<sup>2</sup>, Л. В. Шмельова<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>ДУ “Інститут травматології та ортопедії АМН України”, м. Київ

<sup>2</sup>Київський національний університет ім. Т. Шевченка, Україна

### **MATHEMATICAL MODELING OF CONSEQUENCES OF PARTIAL DISTURBANCE IN FEMORAL HEAD SPHERICITY. Part I**

*V. V. Filipchuk, A. D. Suprun, L. V. Shmeleva*

*The purpose of the article was to make more exact biomechanical constituent of destruction of articular structures in aspherical type of hip impingement. In the paper the mathematical model of the hip joint in deformation on the site of the osteochondral transfer in the femoral head was described. The model was based on precise mathematical proportions. It provided for consideration of voluntary translocation of prominence along with turning of the femoral head around its geometric center and taking into account the influence of the prominence on the shape of the contact area.*

*Key words: mathematical modeling, hip joint, hip impingement.*

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОСЛЕДСТВИЙ ЧАСТИЧНОГО НАРУШЕНИЯ СФЕРИЧНОСТИ ГОЛОВКИ БЕДРЕННОЙ КОСТИ. Часть I

В. В. Филиппчук, А. Д. Супрун, Л. В. Шмелева

Целью работы стало уточнение биомеханической составляющей разрушения суставных структур при асферическом типе феморо-ацетабулярного конфликта. В работе построена математическая модель тазобедренного сустава, при наличии деформации в месте остеохондрального перехода головки. Она основана на точных математических соотношениях и предусматривает возможность учета произвольного перемещения нароста вместе с поворотом головки вокруг своего геометрического центра и учета влияния нароста на форму области контакта.

Ключевые слова: математическое моделирование, тазобедренный сустав, феморо-ацетабулярный конфликт.

### Вступ

Биомеханічні принципи мають важливе значення в діагностиці та хірургічному лікуванні структурно-функціональних розладів кульшового суглоба, що призводять до розвитку та прогресування коксартрозу. Експериментальні дослідження, проведені в ДУ «Інститут травматології та ортопедії АМН України», довели, що дистрофічні і некротичні зміни в нормальному суглобовому хрящі виникають не тільки в умовах тривалих статичних навантажень і структурно-функціональної неповноцінності сполучної тканини, а також і анатомо-функціональної невідповідності внутрішньосуглобових структур [1, 2].

Незважаючи на великий обсяг накопиченого експериментального і клінічного матеріалу щодо ролі різних чинників у виникненні остеоартрозу, усе ще відсутня єдина концепція його патогенезу, що ускладнює розробку ефективних методів профілактики та лікування [3].

Статичні біомеханічні концепції розвитку коксартрозу минулого століття за Pauwels та Bombelli не повністю виправдали сподівання лікарів та науковців, поставивши більше запитань, ніж відповідей на них.

Так, за даними Paul Brinckman [4], є парадоксальним факт, що перші прояви коксартрозу топографічно не співпадають із зоною вектора механічного навантаження і взагалі вперше з'являються на западині (яка менше механічно навантажується ніж головка).

Накопичений практичний досвід групою проф. Reinhold Ganz та співавторів (2003, 2004), а також їх численних послідовників дозволив стрімко змінити клінічну систему поглядів на розвиток, лікування та профілактику остеоартрозу кульшового суглоба, розробивши концепцію феморо-ацетабулярного конфлікту як механізму руйнування хряща [5].

**Мета** роботи — уточнити біомеханічні складники руйнування суглобових структур при асферичному механізмі феморо-ацетабулярного конфлікту.

### Матеріали і методи

Якщо у нормі головку кульшового суглоба моделювати ідеальною сферою, то у криволінійній сферичній

системі координат  $r, \theta, \phi$  (області означення змінних:  $0 \leq r < \infty$ ;  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ ;  $0^\circ \leq \phi \leq 360^\circ$ ) її поверхня визначається як геометричне місце точок, рівновіддалених від центра сфери. Тобто, у такій системі координат поверхня визначається лише значенням радіус-вектора  $r$ , який для головки стегнової кістки дорівнює 2 см.

При появі розглядуваної тут патології сферична симетрія<sup>1</sup> поверхні головки стегнової кістки порушується і має вигляд деформації за типом випинання, виступу або наросту (далі — наріст). Але припускається, що аксіальна симетрія зберігається відносно осі, яка проходить через центр наросту. У цьому випадку моделювання доцільніше за все розпочати, виходячи з двох міркувань:

1) спочатку розташуємо наріст “на вершині” кулі (сфери) так, щоб вісь  $Z$  проходила через її центр;

2) моделюватимемо наріст так, щоб порушення повністю описувалося модуляцією (змінною) радіусу головки стегнової кістки, який до цього був постійним.

При таких початкових умовах наріст можна моделювати, як функцію від змінних  $X, Y$  горизонтальної площини. Додатній напрямок осі  $X$ , на відміну від робіт [6, 7], означено так, що він спрямований дорсовентрально від суглоба до спостерігача, як і в роботі [8]), а додатній напрямок осі  $Y$  тут вибрано медіально. Це пов'язано з чисто математичною стороною справи, у якій прийнято користуватися, так званими, правогвинтовими декартовими системами координат. Оскільки тут вісь  $Z$  лабораторної системи координат<sup>2</sup> спрямована догори, то правогвинтовій системі відповідають саме описані вище напрямки осей  $X, Y$ , якщо мова йде про праву ногу. Для лівої ноги така система буде лівогвинтовою, або ось  $Z$  потрібно буде спрямувати вниз.

З урахуванням означених вище вимог до симетрії наросту та його малу амплітуду (10 % від радіусу кульшової головки) можна для нього дати таке означення:

$$\Delta R = 0,1 R_b \exp(-\gamma(X^2 + Y^2)), \quad (1.1)$$

де  $R_b = 2$  см — радіус кульшової головки (використано таке ж позначення, як і в роботах [1, 2]), а  $\gamma$  — параметр, який визначає поперечний (у площині  $X, Y$ ) розподіл наросту. Оскільки відомо, що подібні нарости мають типові

<sup>1</sup> Сферична симетрія тіла означає, що вигляд тіла не зміниться, якщо його обернути в просторі на довільні кути.

<sup>2</sup> Тобто, системи координат, жорстко пов'язаної з нерухомим пацієнтом. Початок такої системи координат знаходиться в центрі сфери, яка моделює головку стегнової кістки в нормі.

ефективні поперечні розміри порядку третини радіусу головки стегнової кістки, то таким їх розмірам відповідає значення  $\gamma = 11 \text{ см}^2$ . У сферичній системі координат  $r = R_b$ ,  $\theta$ ,  $\phi$ , у якій поверхня ідеальної кулі пов'язана з декартовими координатами  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  співвідношеннями [9]:

$$X = R_b \sin(\theta) \cos(\phi); Y = R_b \sin(\theta) \sin(\phi); Z = R_b \cos(\theta),$$

наріст (1.1) визначатиметься співвідношенням:

$$\Delta R = 0,1 R_b \exp(-\gamma R_b^2 \sin^2(\theta)). \quad (1.2)$$

При цьому наявність наросту на вершині кулі повинна була б визначатися так:

$$X = R_b \sin(\theta) \cos(\phi); Y = R_b \sin(\theta) \sin(\phi); \quad (1.3)$$

$$Z = R_b [1 + 0,1 \exp(-\gamma R_b^2 \sin^2(\theta))] \cos(\theta). \quad (1.4)$$

Але оскільки множник  $\sin(\theta)$  ( $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ ) приймає однакові значення  $\sin(\theta) = 0$ , як при  $\theta = 0^\circ$ , так і при  $\theta = 180^\circ$ , то формально-математично наріст буде присутній в обох цих точках так, як це показано на рис. 1.1.

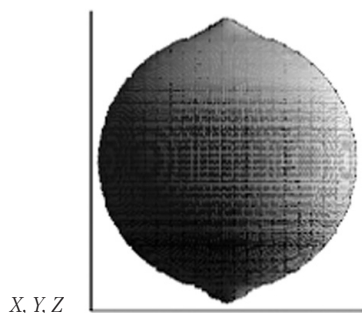


Рис. 1.1. Зображення дублювання наросту при його моделюванні співвідношенням (1.2)

Як видно з рис. 1.1, що наріст дійсно з'являється як на "вершині" кулі, при  $\theta = 0$  (верхня частина кулі), так і в її "днищі", при  $\theta = 180^\circ$  (нижня частина кулі). Тут зображена проекція ( $X$ ,  $Z$ ). Вісь  $X$  — горизонтальна, вісь  $Z$  — вертикальна, вісь  $Y$  — спрямована від спостерігача

Для запобігання такого дублювання у подальшому моделюванні слід вжити заходів для того, щоб нижній наріст був відсутнім. А саме, залежність  $Z$  від  $\theta$ , наведену у формулі (1.4), представити кусково-неперервною:

$$Z = \begin{cases} R_b [1 + 0,1 \exp(-\gamma R_b^2 \sin^2(\theta))] \cos(\theta), & \text{якщо } 0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ; \\ R_b \cos(\theta), & \text{якщо } 90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ. \end{cases}$$

Тоді деформація у вигляді наросту в умовах початкового моделювання прийме правильний (односторонній) вигляд — так, як зображено на рис. 1.2.

На рис. 1.2, як і на рис. 1.1, зображена проекція  $X$ ,  $Z$ . Вісь  $X$  — горизонтальна, вісь  $Z$  — вертикальна, вісь  $Y$  — спрямована від спостерігача.

Як уже відмічалось, розташування деформації так, як показано на рис. 1.2, у вигляді наросту на вершині головки стегнової кістки, стосується початкового моделювання. Воно було необхідним для найпростішого способу

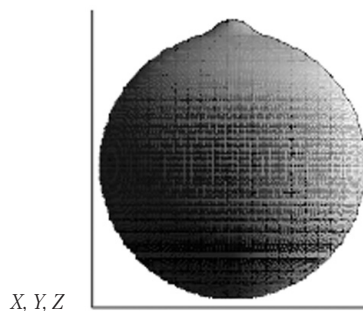


Рис. 1.2. Зображення правильного (одностороннього) положення патології у вигляді наросту в умовах початкового моделювання

врахування такої патології. Тепер можна перейти до реального моделювання, яке складається з двох обставин:

1) розташування наросту у "правильному" місці в умовах, коли пацієнт стоїть нерухомо, стегна розігнуті. Далі це положення умовно називатимемо нормальним, адже наріст не конфліктує із западиною;

2) можливість моделювати зміну положення наросту залежно від зміни положення ноги.

Відомо [10], що у нормальному положенні орієнтація наросту відрізняється від зображеної на рис. 1.2. У нормальному положенні він, по-перше, розташований так, що його вершина лежить у площині  $X$ ,  $Y$ . Тобто ця площина перетинає наріст навпіл. А, по-друге, вісь, яка проходить через вершину наросту, повернута на  $9^\circ$  латеральніше від напрямку осі  $X$ . Для моделювання такого розташування наросту та процесу його довільного переміщення разом з довільним же поворотом головки стегнової кістки скористаємося прийомом, який уже використовувався у роботах [1, 2] при моделюванні дисплазії. А саме, довільний поворот головки стегнової кістки з наростом будемо описувати за допомогою кутів Ейлера.

Тоді "нові" координати  $X1$ ,  $Y1$ ,  $Z1$ , які будемо відносити до лабораторної системи координат (тобто, нерухомої відносно пацієнта, який стоїть у початковому (нормальному) положенні), і "старі" координатами  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , які тепер, очевидно, належать до власної системи головки стегнової кістки, вісь  $Z$  якої проходить через вершину наросту, пов'язані співвідношеннями:

$$X1 = -(\sin(\phi_0) \cos(\psi_0) + \cos(\phi_0) \cos(\theta_0) \sin(\psi_0))X + (\sin(\phi_0) \sin(\psi_0) - \cos(\phi_0) \cos(\theta_0) \cos(\psi_0))Y + \cos(\phi_0) \sin(\theta_0)Z; \quad (1.5)$$

$$Y1 = (\cos(\phi_0) \cos(\psi_0) - \sin(\phi_0) \cos(\theta_0) \sin(\psi_0))X - (\cos(\phi_0) \sin(\psi_0) + \sin(\phi_0) \cos(\theta_0) \cos(\psi_0))Y + \sin(\phi_0) \sin(\theta_0)Z; \quad (1.6)$$

$$Z1 = \sin(\theta_0) \sin(\psi_0)X + \sin(\theta_0) \cos(\psi_0)Y + \cos(\theta_0)Z. \quad (1.7)$$

Ці співвідношення відрізняються від тих, що використовувались у роботах [1, 2], заміною кута  $\phi_0$  на  $\frac{\pi}{2} + \phi_0$ . Це зроблено для представлення графічних результатів у адекватному вигляді, при якому напрямки осей

X1, Y1, Z1 лабораторної системи координат створюють правовинтову трійку напрямків, описану вище на початку цього розділу<sup>3</sup>.

Тепер для розташування наросту в нормальному початковому положенні у перетвореннях (1.5)–(1.7) слід покласти  $\phi_0 = -9^\circ$ ,  $\theta_0 = -90^\circ$ . Що стосується кута  $\psi_0$ , то оскільки його значення визначає поворот кульшової головки навколо осі, що проходить через вершину наросту, тобто навколо осі Z, то, не порушуючи загальності, його можна покласти рівним нулю. Тобто  $\psi_0 = 0^\circ$ . У цьому випадку нормальне початкове положення наросту розташується так, як показано на рис. 1.3.

Тепер необхідно врахувати таку реалію нормально-го положення всієї системи “головка стегнової кістки — кульшова западина”, як контакт суглобових поверхонь головки та западини. Для цього скористаємося результатами роботи [6], де було показано, що під навантаженням, обумовленим вагою тіла  $F$ , місце контакту виглядає як січна площина, паралельна до координатної площини X1, Y1. Як показано в роботі [6], вона розташована на рівні:

$$Z1_{\text{конт}} = R_B - \frac{b}{2}, \quad (1.8)$$

де  $Z1_{\text{конт}}$  — положення січної площини, а параметр  $b$  визначався співвідношенням:

$$b = \sqrt[3]{F^2 D^2 \frac{R_T - R_B}{R_T R_B}}. \quad (1.9)$$

Як видно, цей параметр, крім навантаження  $F$  та радіуса головки стегнової кістки  $R_B$ , залежить ще від радіуса кульшової западини  $R_T = 2,5$  см та деякого пружного параметра  $D$ . Цей параметр визначався через пружний модуль Юнга  $E$  і коефіцієнт Пуассона  $\sigma$  [6] таким виразом:

$$D = \frac{3}{2} \cdot \frac{1 - \sigma^2}{E}.$$

Для оцінок можна користуватися простішим співвідношенням:

$$D \approx \frac{1}{E},$$

виходячи з того, що інші коефіцієнти в сукупності дають множник, близький до одиниці, а модуль Юнга  $E$  для матеріалу кульшового суглоба має порядок величини  $10^7 \div 10^8$  Па. Для виразності візуального уявлення місця контакту тут будемо користуватися значенням  $10^7$  Па. Тоді  $D = 10^{-7}$  Па<sup>-1</sup>.

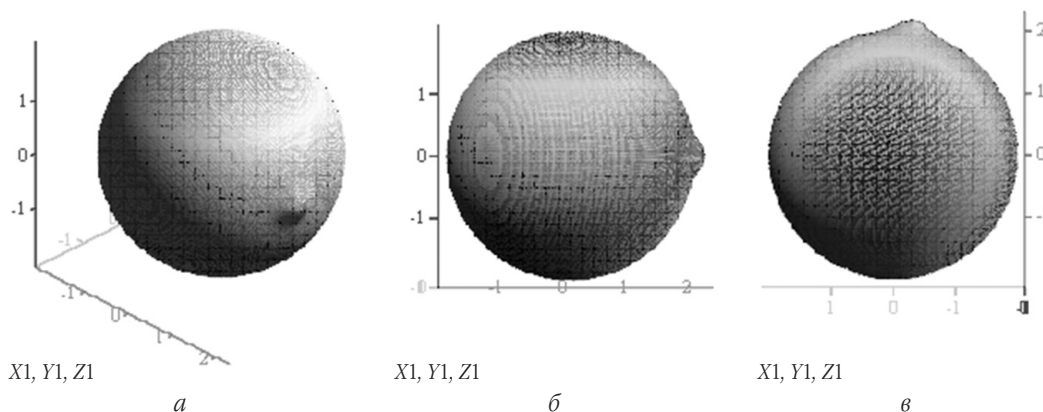
Для чисельно-візуального представлення обговорюваної реальної ситуації з наростом у нормі потрібно врахувати, що тепер координата Z1 повинна бути означена інакше, ніж у формулі (1.7). А саме, вона повинна бути означена кусково-неперервною функцією так, щоб нижче площини  $Z1_{\text{конт}}$  усе залишалось так же, як на рис. 1.3, а вище — замість відповідного сегмента кулі реалізовувалася б площина  $Z1_{\text{конт}}$ . Оскільки означення, наведене у формулі (1.7), стосується ідеальних умов відсутності контакту між головкою та западиною, то для нового означення координати Z1 необхідно перепозначити Z1 на  $Z1_{\text{ідеал}}$ . Тобто, тепер означення (1.7) матиме такий вигляд:

$$Z1_{\text{ідеал}} = \sin(\theta_0) \sin(\psi_0) X + \sin(\theta_0) \cos(\psi_0) Y + \cos(\theta_0) Z. \quad (1.10)$$

Тоді нова координата Z1 означатиметься виразом:

$$Z1 = \begin{cases} Z1_{\text{ідеал}}, & \text{якщо } Z1_{\text{ідеал}} \leq Z1_{\text{конт}}; \\ Z1_{\text{конт}}, & \text{якщо } Z1_{\text{ідеал}} > Z1_{\text{конт}}. \end{cases} \quad (1.11)$$

Якщо силу навантаження покласти рівною 90 кГ (тобто у формулі (1.9) покласти  $F = 882,9$  Н), тоді параметр  $b$  і всі величини, які його утримують (зокрема,  $Z1_{\text{конт}}$  та інші, що залежать від  $Z1_{\text{конт}}$ ), стають повністю означеними, а рис. 1.3 трансформується у наступний рис. 1.4.



**Рис. 1.3.** Типове розташування деформації у вигляді наросту при нормальному положенні:

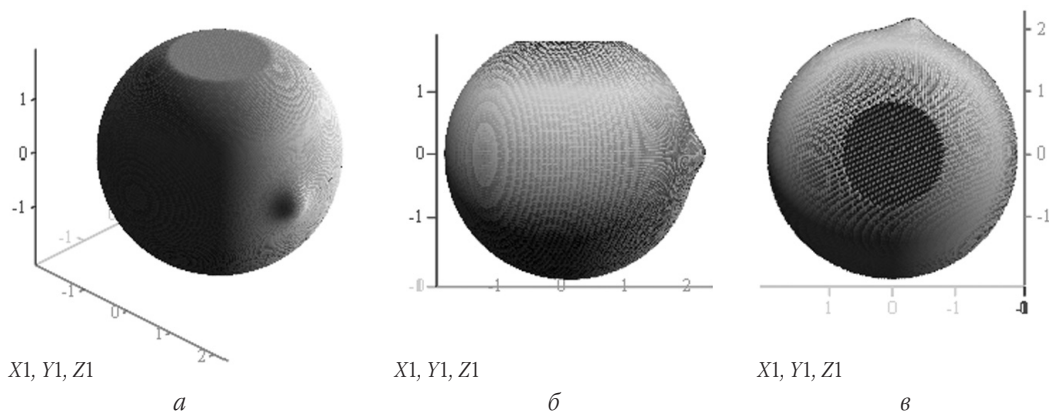
*a* — загальний вигляд; вісь X1 спрямована “на спостерігача — праворуч”, вісь Y1 — “від спостерігача — праворуч”, вісь Z1 — догори;

*б* — вигляд патології в проекції на площину X1, Z1: вісь X1 спрямована праворуч, вісь Z1 — догори;

*в* — вигляд патології в проекції на площину X1, Z1: вісь X1 спрямована догори, вісь Y1 — вліво.

Видно, що нарост повернутий дещо латеральніше щодо напрямку осі X1 для розглядуваного правого кульшового суглоба

<sup>3</sup> Для правої ноги: додатній напрямок осі X1 — від пацієнта до лікаря, осі Y1 — медіально, осі Z1 — догори. Слід зауважити, що при такому означенні перетворень вісь X власної системи перетворюється на вісь Y1 лабораторної системи, вісь Y власної системи — на вісь X1 лабораторної системи, а вісь Z власної системи — на вісь Z1 лабораторної системи. У цьому легко переконатися, покладаючи всі кути —  $\phi_0$ ,  $\psi_0$ ,  $\theta_0$  — рівними нулю. Оскільки лабораторна система X1, Y1, Z1 правовинтова, то очевидно, що власна система X, Y, Z — лівовинтова.



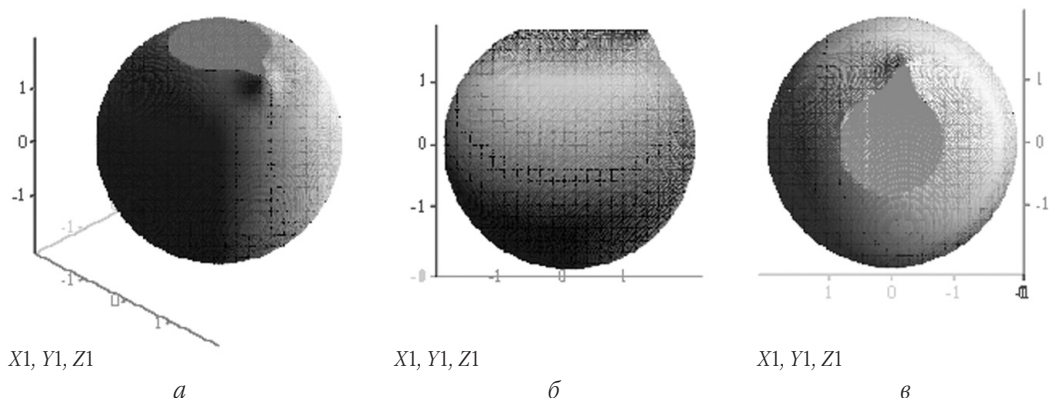
**Рис. 1.4.** Типове розташування патології у вигляді наросту в нормі з урахуванням деформації головки стегнової кістки під навантаженням у місці контакту “головка стегнової кістки — кульшова западина”. Проекції ті ж самі, що й на рис. 1.3. У верхній частині головки добре видно ділянку деформації у вигляді площини, паралельної координатній площині  $X_1, Y_1$

Ситуація, зображена на рис. 1.4, хоч і має вигляд близької до реальної, але все ж і вона ще є дещо ідеалізованою. Це добре видно, якщо змодельовати ситуацію, яка відповідає повороту наросту так, щоб він частково потрапив у зону контакту. Якщо домовитись, що в нормі, зображений на рис. 1.4, напрямок стегнової кістки пацієнта перпендикулярний до горизонтальної площини (до площини  $X_1, Y_1$ ), то це точно відповідатиме значенню  $\theta_0 = 90^\circ$  у формулах (1.5), (1.6), (1.10), (1.11) і, відповідно, положенню головки стегнової кістки, зображеному на рис. 1.4. Тоді при повороті патології у вигляді наросту, при якому кут  $\theta_0$  змінюється (зменшується) від  $90^\circ$  до  $0^\circ$ , значення цього кута точно відповідатиме положенню стегнової кістки відносно горизонту<sup>4</sup>. Для найбільш виразного зображення ситуації, коли патологія частково потрапила в зону контакту головки та западини, у формулах (1.5), (1.6), (1.10) найкраще покласти  $\theta_0 = 35^\circ$ . Тоді відносне положення наросту і зони контакту, змодельоване

за допомогою формул (1.5), (1.6), (1.10), (1.11), буде мати вигляд, як на рис. 1.5. На рисунку видно, що при моделюванні площини контакту формулою (1.8) патологія у вигляді наросту, потрапляючи у зону контакту, начебто відсікається цією площиною, змінюючи конфігурацію самої площини, але не змінює характеру поверхні, так і залишаючи її площиною. На нашу думку, це може бути так, якщо матеріал наросту за своїми пружними властивостями не відрізняється від аналогічних властивостей матеріалів головки стегнової кістки та кульшової западини.

### Результати та їх обговорення

Відомо, що пружні властивості наросту відрізняються від аналогічних властивостей головки та западини [9]. Причому матеріал наросту значно більш пружний, тому, потрапляючи в зону контакту, нарост не повинен зрізатися, як це зображено на рис. 1.5, а повинен деформувати



**Рис. 1.5.** Розташування патології у вигляді наросту при повороті головки стегнової кістки так, що кут  $\theta_0$  набуває значення  $\theta_0 = 35^\circ$  з урахуванням деформації головки стегнової кістки під навантаженням. Площина контакту визначається формулою (1.8), яка не враховує впливу патології на саму поверхню контакту. Проекції ті ж самі, що й на рисунках 1.3 та 1.4

<sup>4</sup> Наприклад, унаслідок присідання пацієнта.

площину у поверхню більш складної конфігурації, частково “занурюючись” у головку та западину і частково “занурюючись”. Аналіз показує, що це можна врахувати, якщо вираз (1.8) для поверхні контакту узагальнити до вигляду:

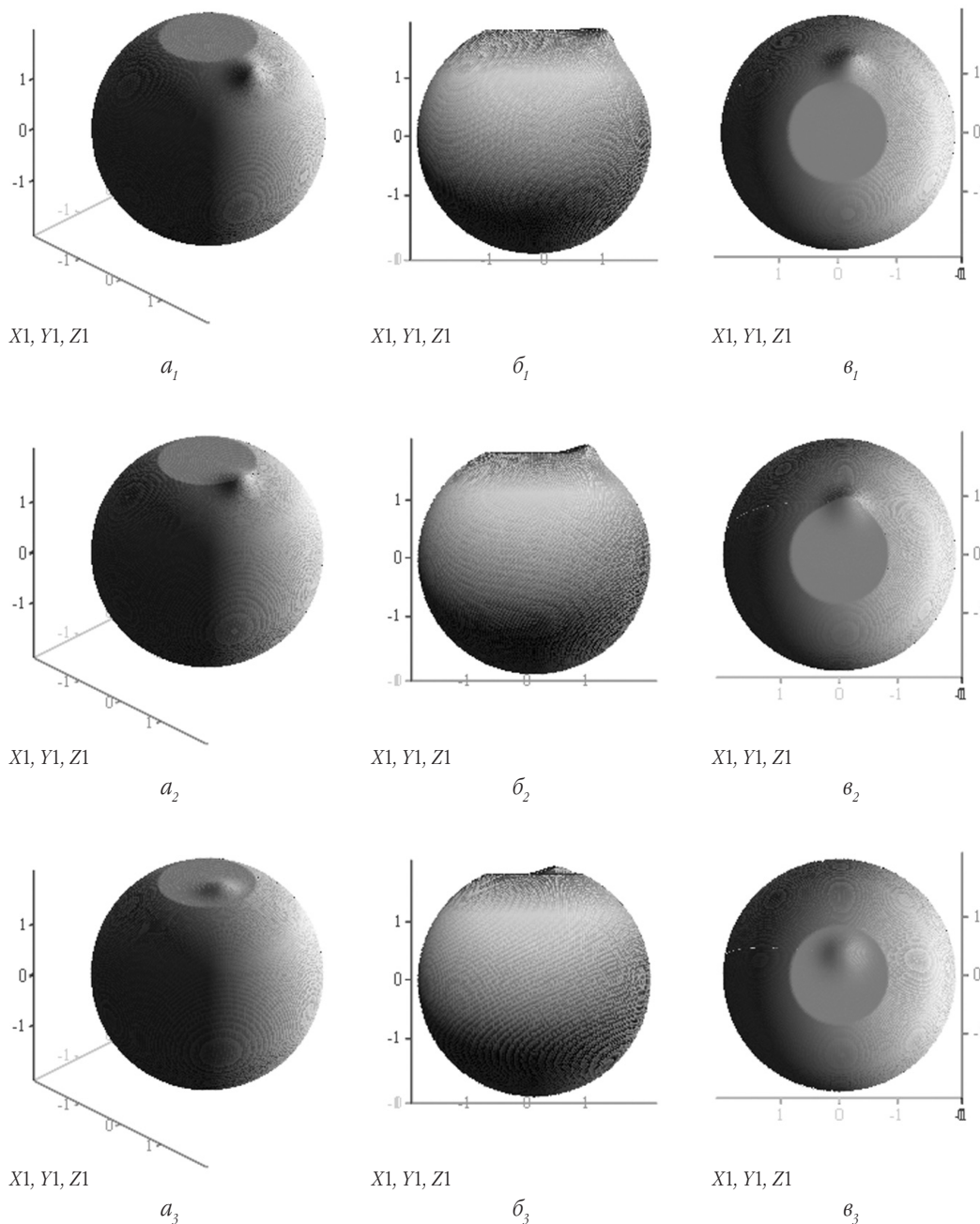
$$Z1_{\text{реальне конт}} = R_B (1 + 0,7 \cdot \Delta R) - \frac{b}{2}, \quad (1.12)$$

де патологічний фактор  $\Delta R$  означено у формулах (1.1) та (1.2), а множник 0,7 перед цим фактором ураховує те, що нарід, потрапляючи у зону контакту, “поводить” себе так, як описано вище, а саме, деформує площину контакту у поверхню більш загальної конфігурації, частково “занурюється”

у головку та западину і частково “приминається”. У цьому разі формула (1.11) модифікується до вигляду:

$$Z1 = \begin{cases} Z1_{\text{ідеал}}, & \text{якщо } Z1_{\text{ідеал}} \leq Z1_{\text{реальне конт}}; \\ Z1_{\text{реальне конт}}, & \text{якщо } Z1_{\text{ідеал}} > Z1_{\text{реальне конт}}. \end{cases} \quad (1.13)$$

При такій модифікації розрахункової формули для координати Z1 ситуація “норми” не відрізняється від зображеної на рис. 1.4, проте ситуації, що відповідають розташуванню наросту в колі зони контакту, уже будуть мати не такий вигляд, як на рис. 1.5. Ці відмінності показані на рис. 1.6 для трьох характерних положень головки стегнової кістки та патології у вигляді наросту.



**Рис. 1.6.** Розташування патології у вигляді наросту з урахуванням деформації головки стегнової кістки під навантаженням згідно з формулою (1.13) для трьох випадків повороту головки стегнової кістки: 1) графіки  $a_1, b_1, v_1$  – відповідають значенню  $\theta_0 = 35^\circ$ ; 2) графіки  $a_2, b_2, v_2$  – відповідають значенню  $\theta_0 = 25^\circ$ ; 3) графіки  $a_3, b_3, v_3$  – відповідають значенню  $\theta_0 = 10^\circ$ . Проекції ті ж самі, що й на рисунках 1.3–1.5

З перших трьох графіків на рис. 1.6 ( $a_1, b_1, v_1$ ) можна зробити висновок, що при повороті головки аж до значення  $\theta_0 = 35^\circ$  (від початкового значення  $\theta_0 = 90^\circ$ ) нічого не відбувається, крім переміщення самої патології.

При  $\theta_0 = 25^\circ$  (графіки  $a_2, b_2, v_2$ ) нарiст частково потрапляє в зону контакту, але, на відміну від аналогічної ситуації на рис. 1.5, він не зрізається, а деформує площину контакту у поверхню більш складної конфігурації.

На графіках  $a_3, b_3, v_3$  рис. 1.6 зображено випадок повного входження патології в зону контакту. Видно, що площина контакту перетворюється на поверхню більш складної конфігурації.

## Висновки

У роботі побудовано математичну модель кульшового суглоба, при асферичному типі феморо-ацетабулярного конфлікту, а саме: головка стегнової кістки, яка знаходиться у пружному контактi з кульшовою западиною, має деформацію у вигляді наросту конусної форми. Модель передбачає можливість урахування довільного переміщення наросту разом з поворотом головки навколо свого геометричного центра та врахування впливу наросту на форму зони контакту, коли він потрапляє у цю зону. Модель заснована на точних математичних співвідношеннях.

У наступній, другій частині статті, аналізуватиметься розподіл вектора густини сили  $f$  на одиницю площі від зовнішнього навантаження  $F$  на зону контакту та викликаний цим патобіомеханічний результат.

## Література

1. Бруско А.Т. Экспериментальное обоснование роли статико-динамических нагрузок в возникновении и развитии деформирующего артроза / А.Т. Бруско, Ю.И. Браду // Ортопед., травматол. и протезир. — 1995. — № 3. — С. 47–50.
2. Гайко Г.В. Остеоартроз — медико-социальная проблема та шляхи її вирішення / Г.В. Гайко // Вісн. ортопед., травматол. та протезув. — 2003. — № 4. — С. 5–8.
3. Диагностика и лечение дегенеративно-дистрофических поражений суставов / И.В. Шумада, О.Я. Сусллова, В.И. Стецула [и др.]. — К. : Здоров'я, 1990. — 198 с.
4. Корн Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. — М. : Наука, 1974. — 832 с.
5. Математичне моделювання деформації в кульшовому суглобі при залишкової дисплазії. Частина I / Торчинський В.П., Гайко Г.В., Лисов В.І., Супрун А.Д. // Вісн. ортопед., травматол. та протезув. — 2009. — № 1. — С. 5–10.
6. Математичне моделювання деформації в кульшовому суглобі при залишкової дисплазії. Частина II / Торчинський В.П., Гайко Г.В., Лисов В.І., Супрун А.Д. // Там же. — 2009. — № 2. — С. 10–13.
7. Торчинський В.П. Математичне моделювання навантажень чашки ендопротеза, імплантованої в умовах залишкової дисплазії кульшової западини / В.П. Торчинський, А.Д. Супрун // Там же. — 2010. — № 1. — С. 10–16.
8. Brinckman P. Musculoskeletal Biomechanics / Brinckman P., Frobin W., Leivseth G. — Stuttgart: Thieme, 2002. — 243 p.
9. Femoroacetabular impingement caused by a femoral osseous head-neck bump deformity: clinical, radiological, and experimental results / Jager M., Wild A., Westhoff B., Krauspe R. // J. Orthop. Sci. — 2004. — Vol. 9. — P. 256–263.
10. Femoroacetabular impingement : a cause for osteoarthritis of the hip / Ganz R., Parvizi J., Beck M. [et al.] // Clin. Orthop. — 2003. — Vol. 417. — P. 112–120.

УДК 616.718.5:616.75-001

## ВЛИЯНИЕ САГИТАЛЬНОГО НАКЛОНА ТИБИАЛЬНОГО ПЛАТО НА РИСК ПОВРЕЖДЕНИЯ ПЕРЕДНЕЙ КРЕСТООБРАЗНОЙ СВЯЗКИ

М.Л. Головаха<sup>1</sup>, И.В. Шишка<sup>1</sup>, О.В. Банит<sup>1</sup>, С.Н. Красноперов<sup>1</sup>, Р. Шабус<sup>2</sup>, В. Орлянский<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Запорожская областная клиническая больница, Украина

<sup>2</sup> Отделение спортивной травмы Венской частной клиники, Австрия

### EFFECT OF SAGITTAL TIBIAL SLOPE ON RISK OF ANTERIOR CRUCIATE LIGAMENT INJURY

M. L. Golovakha, I. V. Shysbka, O. V. Banit, S. N. Krasnoperov, R. Schabus, W. Orlianski

The problem of treatment of injury of anterior cruciate ligament (further ACL) remains urgent till now despite of large number of works devoted to this topic.

One of the main causes of repeated ACL reconstruction is incorrect anatomical conducting of the transplant but clinical observation of patients with ACL injury led us to believe that there are other risk factors for ACL injury. In this connection we compared two groups of patients: