

ОПТИМІЗАЦІЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПРОЕКТУ ДІЛЯНКИ АВТОМОБІЛЬНОЇ ТРАСИ З МОСТОВИМИ СПОРУДАМИ

С. В. Басєв, д. т. н., проф., А. А. Кулик, студ.

Ключові слова: математична модель, оптимізація, автомобільна дорога, мостові споруди, насип, виїмка, тунель

Постановка проблеми. У процесі проектування автомобільної траси розглядаються різні її варіанти, що відрізняються довжиною траси, конструкцією штучних споруд і мають різну вартість. Треба оцінити вартість кожного варіанта, щоб залишити свій вибір на одному з них для подальшого детального розрахунку обраного варіанта. Виникає потреба застосувати для прорахунку варіантів систему автоматизованого проектування з одночасною оптимізацією.

Мета роботи. Метою роботи є створення математичної моделі ділянки автомобільної траси, побудова цільової функції – вартості проекту ділянки, мінімізація вартості проекту. Покажемо, яким чином можна використати апарат математики для створення оптимального проекту профіля автомобільної ділянки траси.

Побудова математичної моделі та цільової функції. Для спрощення проблеми будемо вважати, що план траси вже визначений. Треба визначити профіль траси. Проектування повздожнього профілю є найважливішим етапом розробки проекту. Від проектної лінії залежать не тільки обсяги земельних робіт, а й інші показники, що впливають на вартість проекту. Безпеку руху й економічність перевезень забезпечують шляхом проектування плавної проектної лінії з повздожніми ухілами, радіусами вертикальних кривих, що відповідають нормативним документам ДБНВ.2.3 – 4:2007 [1; 2] і гарантують видимість та ясність дороги. Наразі проектувальники користуються системою CREDO CAD автоматизованого проектування з одночасною оптимізацією. Підсистема, що використовується для проектування повздожнього профілю, має два підходи, за якими відрізок профілю між контрольними точками апроксимується многочленом третього степеня. У статті запропоновано інший підхід до оптимізації математичної моделі, відмінний від використаного в системі CREDO CAD. Нехай ділянка траси складається з виїмки, насипу, моста і тунелю в зазначеній послідовності. Припустимо, що профіль траси перед мостом описується многочленом n -го степеня, а не третього, з не визначеними поки що коефіцієнтами. Ці коефіцієнти будуть параметрами цільової функції, якою обираємо вартість побудови траси. Для спрощення задачі нехай профіль буде многочленом четвертого степеня

$$y(x, a_1, a_2, a_3, a_4) = a_1 \cdot x^4 + a_2 \cdot x^3 + a_3 \cdot x^2 + a_4 \cdot x.$$

Графік функції проходить через початок координат, тому вільний член відсутній. Перша і друга похідні визначаються відповідно за формулами:

$$y_1(x, a_1, a_2, a_3, a_4) = 4 \cdot a_1 \cdot x^3 + 3 \cdot a_2 \cdot x^2 + 2 \cdot a_3 \cdot x + a_4,$$

$$y_2(x, a_1, a_2, a_3, a_4) = 12 \cdot a_1 \cdot x^2 + 6 \cdot a_2 \cdot x + 2 \cdot a_3.$$

Профіль місцевості ділянки траси є заданим матрицею відміток. Нехай ділянка траси є такою, що схожа на ділянку траси А 75 магістралі «Париж – Барселона» та має мостовий перехід, схожий на віадук Мійо. До того ж ділянка містить насипи, виїмки і тунель. Для визначення оптимальної вартості проекту треба визначити ціну побудови кубічного метра насипу, виїмки та погонного метра тунелю і віадука за схожими проектами. Ціна будівництва погонного метра насипу та виїмки пропорційна площі перерізу. Переріз насипу і виїмки має вигляд трапеції. Відносний нахил насипу та виїмки відповідно складають 1 : 1.75 та 1 : 1.5. Ширина насипу і мосту LH . Ширина виїмки в основі дорівнює LB . Позначимо висоту насипу і виїмки через HN . Площі перерізу насипу та виїмки відповідно дорівнюють $SH = (LH + 1.75 \cdot HN) \cdot HN$ та $SB = -(LH - 1.5 \cdot HN) \cdot HN$. Тут узято до уваги, що висота насипу як різниця між ординатою дороги й ординатою місцевості є від'ємною для виїмки.

Позначимо через CTN , CTB , CTM , CTT відповідно вартість погонного метра насипу, виїмки, моста та тунеля, а через VH , VB , VT об'єми насипу, виїмки та тунелю. Вартість погонного метра моста CTM має дві складові. Перша, cc , є вартість прогонової будови, вона не залежить від висоти мосту. Друга, $cp \cdot HM$ – вартість опори, що приходиться на погонний метр моста, пропорційна висоті опори HM . Складемо програму обчислення цільової функції.

Алгоритм побудови математичної моделі проекту

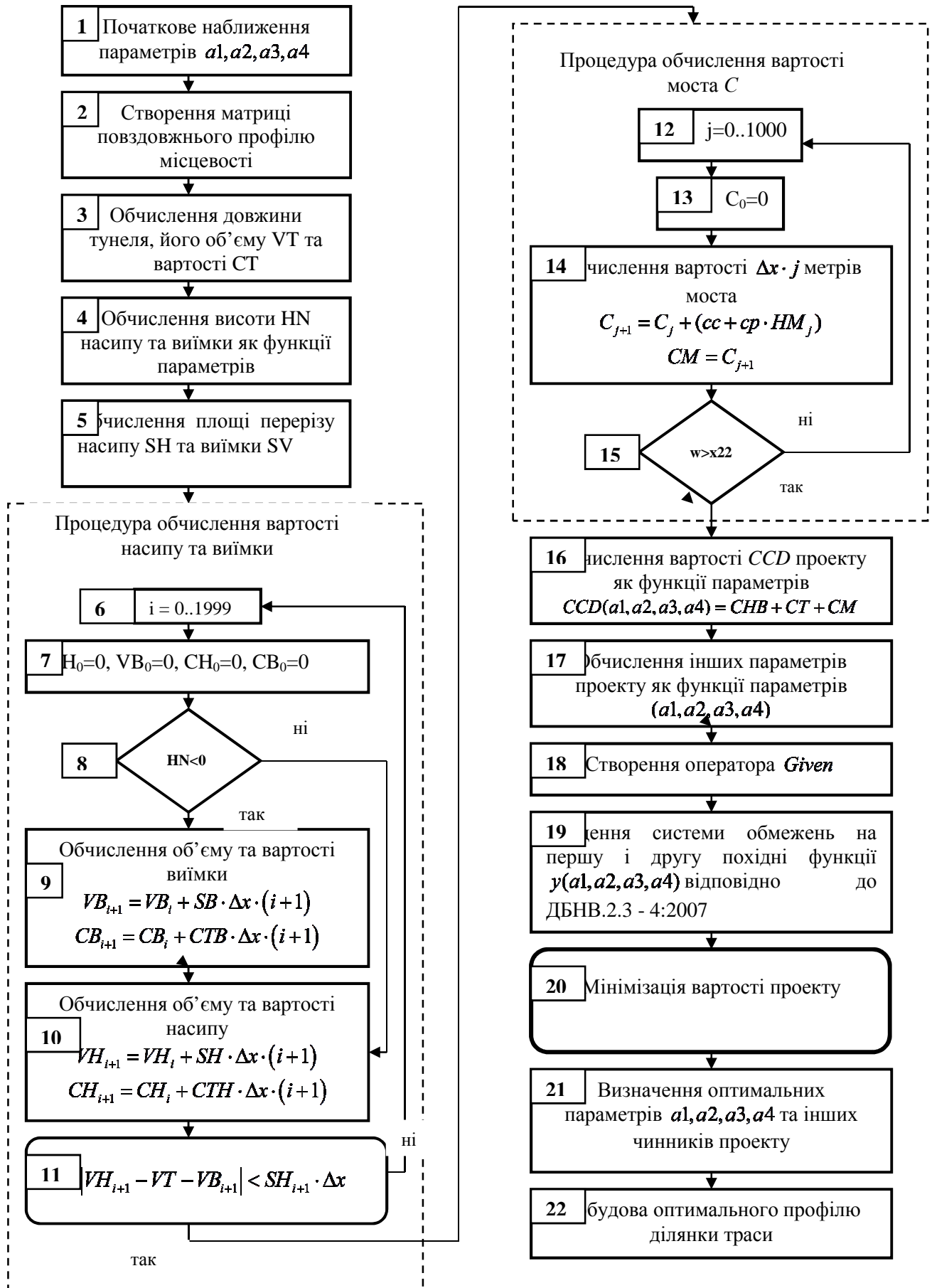


Рис. Блок-схема математичної моделі

У процесі будівництва ґрунт із виїмки і тунелю засипається в насип, тому сума об'ємів виїмки і тунелю має бути рівною об'єму насипу. Нехай x_1 є абсциса точки M профілю траси, в якій насип переходить в міст.

Розіб'ємо ділянку траси на n рівних відрізків довжиною Δx . Змінюючи x із кроком Δx , обчислюємо об'єм виїмки і насипу. Одночасно обчислюємо суму об'ємів виїмки і насипу. Якщо вона зрівняється з об'ємом насипу, закінчуємо обчислення. Останнє значення x слід вважати абсцисою x_1 точки початку моста. Ця точка є функцією параметрів a_1, a_2, a_3 і a_4 .

Параметри a_1, a_2, a_3, a_4 мають задовольняти Державні будівельні норми України ДБНВ.2.3-4:2007. Нехай найбільший допустимий повздовжній ухил дорівнює ud , найменший радіус кривої в профілі є R_0 м для опуклої кривої і R_y м для угнутої. Маємо обмеження на першу похідну:

$$|y_1(x, a_1, a_2, a_3, a_4)| < ud . \quad (1)$$

Враховуючи, що ухил дороги в точці x_1 має збігатися з ухилом kk моста, маємо перше додаткове обмеження на першу похідну:

$$y_1(x_1, a_1, a_2, a_3, a_4) = kk .$$

На жаль, значення x_1 та кутового коефіцієнта kk не відомі, тому в першому наближенні не будемо додержуватися цього обмеження. Врахуємо його для другого наближення із значеннями x_1 і kk з першого.

Беручи до уваги, що радіус кривизни є обернений до кривизни, а кривизна лінії за малими ухилами дорівнює абсолютній величині другої похідної, до того ж друга похідна є від'ємною для опуклої кривої і додатною для угнутої, отримаємо таке обмеження на другу похідну:

$$\frac{-1}{R_0} < y_2(x, a_1, a_2, a_3, a_4) < \frac{1}{R_y} . \quad (2)$$

Уведемо додаткове обмеження на другу похідну. Воно полягає в тому, що шукана крива має бути одночасно і перехідною кривою. Сила інерції, що діє на транспортний засіб у вертикальній площині, пропорційна до кривизни. Щоб запобігти удару під час в'їзду транспорту на міст, кривизна профілю має збігатися з кривизною прямої лінії, якою є профіль моста. Такий профіль дороги буде перехідною кривою. Кривизна прямої дорівнює нулю, тому маємо додаткове обмеження на другу похідну – кривизна в точці x_1 має дорівнювати нулю

$$y_2(x_1, a_1, a_2, a_3, a_4) = 0 .$$

Усі обмеження мають справджуватися в кожній точці x . На жаль, їх кількість нескінченна. Візьмемо довільно декілька таких точок із рівними проміжками, аби їх кількість була значно більшою за степінь многочлена.

Створюємо векторну функцію, першою компонентою якої є вартість проекту. Наступними компонентами є інші корисні вихідні дані: абсциса точки початку моста, абсциса точки кінця моста, вартість насипу і виїмки, висота насипу перед мостом, об'єм насипу, об'єм виїмки, вартість моста, кутовий коефіцієнт лінії моста, ордината точки початку моста. Тепер слід мінімізувати першу компоненту векторної функції, визначити оптимальні коефіцієнти многочлена та найменшу вартість проекту. Алгоритм створення вектор-функції математичної моделі наведено на рисунку.

Як приклад розглянемо оптимізацію проекту ділянки траси довжиною 2 000 м за такими даними: $СТМ = 106\,120 + 216 \cdot НМ$, $СТТ = 566\,000$, $СТ = 273,2$ кв. м, $LН = 32,25$ м, $LВ = 41,3$ м, ціна кубічного метра насипу 17,5, виїмки 13,5 (тут і надалі вартість визначається в євро).

Матриця відміток місцевості в метрах на пікетах є рядок

$$Z2 = (0, 8, 6, -1, -5, -4, -60, -100, -250, -270, -250, -270, -270, -50, -2, 10, 200, 100, 23, 20) .$$

Траса має першу категорію, за Державними будівельними нормами $ud = 0.03$, $R_0 = 70\,000$, $R_y = 8\,000$. Обмеження (1) і (2) застосуємо на кожному пікеті траси до моста. Після оптимізації отримаємо мінімальну вартість проекту 376,5 млн євро.

Висновок. Застосування запропонованої математичної моделі траси в проектуванні значно корочує терміни виконання проектних робіт, а виконання оптимізації проекту дозволяє миттєво отримувати вартість проекту при змінюванні його складових.

ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Державні будівельні норми України. Споруди транспорту. Автомобільні дороги. Ч. I

Проектування. Ч. II Будівництво. ДБН В.2.3 – 4:2007. К., Мінрегіонбуд України, 2007.

2. Справочная энциклопедия дорожника. Т. V. Проектирование автомобильных дорог. М., 2007.

УДК 625.7/8:519.863

Оптимізація математичної моделі проекту ділянки автомобільної траси з мостовими спорудами / С. В. Баєв, А. А. Кулик // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – Д. : ПДАБА, 2013. – № 5. – С. 13 – 16. – рис. 1. – Бібліогр.: (2 назв.).

Побудовано математичну модель проекту ділянки автомобільної траси, за якою профіль траси за межами моста і тунеля є багаточлен четвертого степеня. Коефіцієнти багаточлена є варійовані параметри цільової функції. Остання має тільки один критерій – вартість проекту. Цільова функція складена так, що вона залишає суму об'ємів тунеля і виїмки рівною об'єму насипу за будь-якими значеннями варійованих параметрів. Система обмежень враховує Державні будівельні норми України.

Ключові слова: *математична модель, оптимізація, автомобільна дорога, мостові споруди, насип, виїмка, тунель.*

Оптимизация математической модели проекта участка автомобильной трассы с мостовыми сооружениями / С. В. Баев, А. А. Кулик // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – Д. : ПГАСА, 2013. – № 5. – С. 13 – 16. – рис. 1. – Библиогр.: (2 назв.).

Построена математическая модель проекта профиля участка автомобильной трассы, в соответствии с которой профиль трассы за пределами моста и тоннеля описывается многочленом четвертой степени. Коэффициенты многочлена – переменные целевой функции. Последняя имеет только один критерий – стоимость проекта. Целевая функция составлена так, что она оставляет сумму объемов тоннеля и выемки равной объему насыпи при любых значениях переменных целевой функции. Система ограничений учитывает Государственные строительные нормы Украины.

Ключевые слова: *математическая модель, оптимизация, автомобильная трасса, мостовые сооружения, насыпь, выемка, тоннель.*

Mathematical model optimisation of the highway segment project with bridges / S. V. Baev, A. A. Kulik // Visnyk of Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture. – D. : PSACEA, 2013. – № 5. – P. 13 – 16. – pic. 1. – Bibliogr.: (2 names).

The mathematical model of the project of a highway segment profile according to which the profile outside of a bridge and a tunnel is described by a polynomial of the fourth degree is constructed. Polynomial factors are criterion function variables. Last has only one criterion – project cost. Criterion function is made so, that it leaves the sum of volumes of a tunnel and dredging equal to volume of an embankment for any values of variables of criterion function. The system of restrictions notes the State building norms of Ukraine.

Key words: *mathematical model, optimisation, highway, bridge, embankment, dredging, tunnel.*