

УДК 519.85

ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУРЫ СИСТЕМ РЕЗЕРВИРОВАНИЯ МЕТОДОМ ТОЧНОЙ КВАДРАТИЧНОЙ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

КОСОЛАП А. И.^{1*}, *д. физ-мат. н., проф.*,ДОВГОПОЛАЯ А. А.^{2*}, *аспирант.*

^{1*} Кафедра специализированных компьютерных систем, Государственное высшее учебное заведение «Украинский государственный химико-технологический университет», ул. Набережная Победы, 40, 49005, Днепропетровск, Украина, тел. +38 (0562) 7535726, e-mail: anivkos@ua.fm, ORCID ID: 0000-0001-73386707

^{2*} Кафедра специализированных компьютерных систем, Государственное высшее учебное заведение «Украинский государственный химико-технологический университет», ул. Набережная Победы, 40, 49005, Днепропетровск, Украина, тел. +38 (0562) 7535726, e-mail: dovgorolaya09@mail.ru, ORCID ID: 0000-0002-5485-9721

Аннотация. В работе рассматривается задача оптимизации структуры систем резервирования элементов. Такие задачи возникают при проектировании сложных систем. Для повышения надежности функционирования таких систем ее элементы дублируются. Это увеличивает стоимость системы и повышает ее надежность. При оптимизации таких систем максимизируется вероятность безотказной работы всей системы при ограничении на ее стоимость либо минимизируется стоимость при заданной вероятности безотказной работы. Математическая модель задачи резервирования является дискретной многоэкстремальной. Для поиска глобального экстремума в настоящее время используются методы множителей Лагранжа, покоординатного спуска, динамического программирования, случайного поиска. Эти методы гарантируют получение только локальных решений и используются в задачах резервирования малой размерности. В работе для решения задач резервирования используется новый метод точной квадратичной регуляризации. Этот метод позволяет преобразовать исходную дискретную многоэкстремальную задачу к максимизации нормы вектора на выпуклом множестве. Это означает, что все многообразие задач резервирования приводится к задаче максимизации нормы вектора на выпуклом множестве. Для решения преобразованной задачи используется прямо-двойственный метод внутренней точки. В настоящее время, это лучший метод для локальной оптимизации нелинейных задач. Преобразованная задача содержит новую вспомогательную переменную, которая определяется методом дихотомии. Были проведены многочисленные сравнительные численные эксперименты в задачах резервирования с числом подсистем до ста. Эти эксперименты подтверждают эффективность метода точной квадратичной регуляризации для решения задач резервирования.

Ключевые слова: системы резервирования, оптимизация, многоэкстремальные задачи, метод точной квадратичной регуляризации

ОПТИМІЗАЦІЯ СТРУКТУРИ СИСТЕМ РЕЗЕРВУВАННЯ МЕТОДОМ ТОЧНОЇ КВАДРАТИЧНОЇ РЕГУЛЯРИЗАЦІЇ

КОСОЛАП А. І.^{1*}, *д. фіз-мат. н., проф.*,ДОВГОПОЛА А. О.^{2*}, *аспірант.*

^{1*} Кафедра спеціалізованих комп'ютерних систем, Державний вищий навчальний заклад «Український державний хіміко-технологічний університет», вул. Набережна Перемоги, 40, 49005, Дніпропетровськ, Україна, тел. +38 (0562) 7535726, e-mail: anivkos@ua.fm, ORCID ID: 0000-0001-73386707

^{2*} Кафедра спеціалізованих комп'ютерних систем, Державний вищий навчальний заклад «Український державний хіміко-технологічний університет», вул. Набережна Перемоги, 40, 49005, Дніпропетровськ, Україна, тел. +38 (0562) 7535726, e-mail: dovgorolaya09@mail.ru, ORCID ID: 0000-0002-5485-9721

Анотація. У роботі розглядається задача оптимізації структури систем резервування елементів. Такі задачі виникають при проектуванні складних систем. Для підвищення надійності функціонування таких систем її елементи дублюються. Це збільшує вартість системи і підвищує її надійність. При оптимізації таких систем максимізується ймовірність безвідмовної роботи всієї системи при обмеженні на її вартість або мінімізується вартість при заданій ймовірності безвідмовної роботи. Математична модель задачі резервування є дискретною та багатоекстремальною. Для пошуку глобального екстремуму в даний час використовуються методи множників Лагранжа, покоординатного спуску, динамічного програмування, випадкового пошуку. Ці методи гарантують отримання тільки локальних розв'язків і використовуються в задачах резервування малої розмірності. У роботі для вирішення завдань резервування використовується новий метод точної квадратичної регуляризації. Цей метод дозволяє перетворити вихідну дискретну багатоекстремальну задачу до максимізації норми вектора на опуклій множині. Це означає, що все різноманіття завдань резервування приводиться до задачі максимізації норми вектора на опуклій множині. Для вирішення перетвореної задачі використовується прямо-двоїстий метод внутрішньої точки. В даний час, це кращий метод для локальної оптимізації нелінійних задач. Перетворена задача містить нову допоміжну змінну, яка визначається методом дихотомії. Були проведені численні порівняльні чисельні експерименти в задачах резервування з числом підсистем до ста. Ці

експерименти підтверджують ефективність методу точної квадратичної регуляризації для розв'язання задач резервування.

Ключові слова: системи резервування, оптимізація, багатоекстремальні задачі, метод точної квадратичної регуляризації

STRUCTURE OPTIMIZATION OF RESERVATION BY PRECISE QUADRATIC REGULARIZATION

KOSOLAP A. I.^{1*}, *Dr. Sc. (Phys.-Math.), Prof.*,

DOVGOPOLA A. A.^{2*}, *PhD student.*

^{1*} Department of specialized computer systems, State Higher Education Establishment «Ukrainian State University of Chemical Technology», 40, Naberezhna Peremogy str., Dnipropetrovsk 49005, Ukraine, tel. +38 (0562) 7535726, e-mail: anivkos@ua.fm, ORCID ID: 0000-0001-73386707

^{2*} Department of specialized computer systems, State Higher Education Establishment «Ukrainian State University of Chemical Technology», 40, Naberezhna Peremogy str., Dnipropetrovsk 49005, Ukraine, tel. +38 (0562) 7535726, e-mail: dovopolaya09@mail.ru, ORCID ID: 0000-0002-5485-9721

Summary. The problem of optimization of the structure of systems redundancy elements. Such problems arise in the design of complex systems. To improve the reliability of operation of such systems of its elements are duplicated. This increases system cost and improves its reliability. When optimizing these systems is maximized probability of failure of the entire system while limiting its cost or the cost is minimized for a given probability of failure-free operation. A mathematical model of the problem is a discrete backup multiextremal. To search for the global extremum of currently used methods of Lagrange multipliers, coordinate descent, dynamic programming, random search. These methods guarantee a just and local solutions are used in the backup tasks of small dimension. In the work for solving redundancy uses a new method for accurate quadratic regularization. This method allows you to convert the original discrete problem to the maximization of multi vector norm on a convex set. This means that the diversity of the tasks given to the problem of redundancy maximize vector norm on a convex set. To solve the problem, a reformed straight-dual interior point methods. Currently, it is the best method for local optimization of nonlinear problems. Transformed the task includes a new auxiliary variable, which is determined by dichotomy. There have been numerous comparative numerical experiments in problems with the number of redundant subsystems to one hundred. These experiments confirm the effectiveness of the method of precise quadratic regularization for solving problems of redundancy.

Key words: backup system, optimization, multiextremal problems, the exact method of quadratic regularization

Постановка проблеми. Проблема надійності стає все більш гострою в зв'язі з проектуванням складної техніки, важливістю задач, виконуваних нею, підвищенням вимог до безпеки і термінам експлуатації. Використання ЕВМ для зберігання і обробки статистичних даних, проведення розрахунків показників надійності, прогнозування стану технічних систем, зберігання і видачі інформації дозволяє звести до мінімуму витрати часу, ресурсів і засобів на дослідження надійності в процесі створення нового продукту [1]. Проблемі надійності присвячено велика кількість книг, в тому числі багато навчальних посібників [2-3].

Одним з найбільш ефективних методів підвищення надійності систем є структурне (або апаратне) резервування систем. Суть такого резервування полягає в тому, що в мінімально необхідний варіант технічної системи, елементи якої називаються основними, вводяться додаткові елементи, кото-

ри заміняють основні елементи при їх поломці. Чим більше допоміжних елементів, тим вище надійність системи. При проектуванні систем, вводять обмеження на їх вартість, максимізуючи при цьому ймовірність безотказної роботи системи. В інших випадках, мінімізують вартість системи при заданій ймовірності безотказної роботи. Існує велика кількість варіантів з'єдинень елементів системи, що ускладнює розрахунок надійності таких систем. Розрізняють послідовне, паралельно-послідовне і мостове з'єдинення елементів. Резервування може бути поелементне або скользящее, коли резервні елементи встановлюються для груп основних елементів. Частіше за все резерв буває навантаженим або ненавантаженим [4].

При розв'язанні задачі оптимального резервування визначають кількість допоміжних елементів системи. Така задача зводиться до нелінійної оптимізації. Структура цільової функції або обмеже-

ний задачи оптимального резервирования является достаточно сложной, что приводит к многоэкстремальным задачам [5]. Кроме того, переменными данной задачи являются целые числа, что делает ее дискретной. Несмотря на значительные усилия, до настоящего времени не разработаны эффективные методы решения этого класса задач. При решении простых задач оптимального резервирования систем используется метод множителей Лагранжа, метод покоординатного спуска, динамическое программирование, случайный поиск [6-11]. Однако эти методы часто приводят в точку локального минимума, которая может быть далекой от лучшего решения. Поэтому большинство исследований по оптимальному резервированию ограничивается системами с небольшим числом элементов и простой структурой системы резервирования.

Целью данной работы является использование нового метода точной квадратичной регуляризации для решения многоэкстремальных задач систем резервирования. Этот метод показал свою эффективность при решении многих тестовых задач и применим для решения многоэкстремальных задач большой размерности.

Постановка задачи. Пусть $R(x)$ – вероятность безотказной работы системы, где x – целочисленный вектор, компонентами которого являются количества резервных элементов для каждого основного элемента системы. Известна также функция стоимости $C(x)$ всех элементов системы. Тогда возможно постановка несколько вариантов задач оптимального резервирования. В задаче

$$\max \{R(x) | C(x) \leq C_0, x \geq 1, x \in N\}, \quad (1)$$

максимизируется вероятность безотказной работы системы при ограничении на ее стоимость, где N – множество натуральных чисел. Обратной к задаче (1) является следующая

$$\min \{C(x) | R(x) \geq R_0, x \geq 1, x \in N\} \quad (2)$$

в которой минимизируется стоимость системы при заданной вероятности безотказной работы. Часто сложная система разбивается

на подсистемы и для каждой подсистемы задача (1) либо (2) имеют свои ограничения данного вида.

Таким образом, для решения задачи оптимального резервирования элементов системы необходимо определить функции $R(x)$ и $C(x)$. Функцию стоимости системы $C(x)$ чаще всего выбирают линейной. Определение функции $R(x)$ покажем на примере системы резервирования (рис. 1).

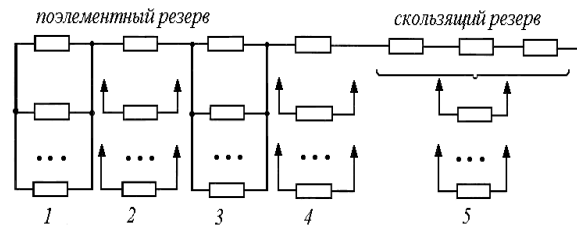


Рис. 1. Структурная схема системы

для 1-го и 3-го участков

$$R_i(x_i) = 1 - q_i^{x_i+1};$$

для 2-го и 4-го участков

$$R_i(x_i) = e^{-\lambda_i t} \sum_{j=0}^{x_i} \frac{(\lambda_i t)^j}{j!}$$

и для 5-го участка

$$R_5(x_5) = \sum_{j=3}^{3+x_5} C_{3+x_5}^j r_5^j q_5^{3+x_5-j}.$$

Функции $R_i(x_i)$, которые содержат переменную в знаке суммирования могут быть преобразованы. Выражение

$$\sum_{i=1}^x q_i$$

может быть записано в виде

$$q_1 y_1 + (q_1 + q_2) y_2 + \dots + (q_1 + \dots + q_m) y_m,$$

$$\sum_{i=1}^m y_i = 1, y = 0 \vee 1,$$

где $x \leq m$ – максимально возможное число резервных элементов подсистемы. Это преобразование рекомендуется использовать, если число скользящих резервов в системе больше одного.

Зная вероятности безотказной работы каждой подсистемы легко определяем веро-

ятности безотказной работы всей системы по формуле

$$R(x) = \prod_{i=1}^n R_i(x_i),$$

где n – число основных элементов системы.

Метод точной квадратичной регуляризации (EQR) [10]. Этим методом задача (1) преобразуется к виду:

$$\max \{ \|z\|^2 - R(x) + s + (r-1)\|z\|^2 \leq d, C(x) \leq C_0, x \geq 1, x \in N \}, \quad (3)$$

где $z = (x, x_{n+1})$. Задача (3) содержит новую переменную d и два параметра s, r . Эта задача дискретная, поэтому преобразуем ее к непрерывной, заменяя условие $x \in N$ новым ограничением

$$\max \{ \|z\|^2 - R(x) + s + (r-1)\|z\|^2 \leq d, C(x) \leq C_0, x \geq 1, \sum_{i=1}^n (1 - \cos(2\pi x_i)) \leq 0 \}. \quad (4)$$

В задаче (4) необходимо найти минимальное значение d , для которого выполняется условие

$$r \sum_{i=1}^{n+1} z_i^2 = d. \quad (5)$$

Это значение d легко найти методом дихотомии, изменяя значение d с определенным шагом и решая для каждого фиксированного значения d задачу (4) двойственным методом внутренней точки [11]. При изменении d левая часть выраже-

ния (5) будет монотонно возрастать до достижения равенства (5).

Суть преобразования метода EQR в том, что при соответствующем выборе параметра $r > 0$ допустимое множество задачи (4) становится выпуклым, что упрощает ее решение. Параметр s определяем из неравенства

$$s \geq \|x^*\|^2 + R(x^*),$$

где x^* - решение задачи (1). Значение s может корректироваться по ходу вычислений.

В работе [10] показано, что смещение допустимого множества задачи (4) в положительный ортант упрощает решение этой задачи. Такое смещение образуется простой заменой вектора z на вектор $z + h$, где h – величина смещения.

Проведены значительные эксперименты с числом основных элементов системы до 100. Эти эксперименты показали лучшие решения по сравнению с существующими методами решения задач оптимального резервирования.

Выводы. В данной работе для класса задач оптимального резервирования элементов систем использован новый метод точной квадратичной регуляризации. Этот метод может быть использован для решения сложных задач резервирования большой размерности. Сравнительные численные эксперименты показали его преимущество над существующими методами решения задач оптимального резервирования.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ершова Н. М. Математические методы исследования операций / Н. М. Ершова, А. И. Косолап. – Днепропетровск : ПГАСА, 2015. – 256 с.
2. Капур К. Надежность и проектирование систем / К. Капур, Л. Л. Ламберсон ; пер. с англ. Е. Г. Коваленко ; под ред. И. А. Ушакова. – Москва : Мир, 1980. – 604 с.
3. Косолап А. И. Методы глобальной оптимизации / А. И. Косолап. – Днепропетровск : Наука и образование, 2013. – 316 с.
4. Косолап А. И. Глобальная оптимизация. Метод точной квадратичной регуляризации / А. И. Косолап. – Днепропетровск : ПГАСА, 2015. – 164 с.
5. Львович Я. Е. Генетический алгоритм решения многокритериальной задачи повышения надежности резервирования / Я. Е. Львович, И. Л. Каширина, А. А. Тузиков // Информационные технологии. – 2012. – № 6. – С. 56-60.
6. Надежность технических систем : справочник / Ю. К. Беляев, В. А. Богатырев, В. В. Болотин [и др.] ; под ред. И. А. Ушакова. – Москва : Радио и связь, 1985. – 608 с.
7. Норкин В. И. Оптимизация надежности сложной системы стохастическим методом ветвей и границ / В. И. Норкин, Б. О. Онищенко // Кибернетика и системный анализ. – 2008. – № 3. – С. 129-141.

8. Ушаков И. А. Вероятностные модели надежности информационно-вычислительных систем / И. А. Ушаков. – Москва : Радио и связь, 1991. – 132 с.
9. Ушаков И. А. Курс теории надежности систем / И. А. Ушаков. – Москва : Дрофа, 2008. – 239 с.
10. Шкляр В. Н. Надежность системы управления : учеб. пособие / В. Н. Шкляр. – Томск : Изд-во Томского политехн. ун-та, 2011. – 126 с.
11. Birolini A. Reliability engineering: theory and practice / A. Birolini. – London ; New York : Springer, 2014. – 630 p.
12. New computational methods in power system reliability / ed. D. Elmakias. – Berlin ; Heidelberg : Springer-Verlag, 2008. – 419 p.
13. Nocedal J. Numerical optimization / J. Nocedal, S. J. Wright. – London ; New York : Springer, 2006. – 685 p.

REFERENCES

1. Erschova N.M. and Kosolap A.I. *Matematicheskie metody issledovaniya operatsiy* [Mathematical methods of research of operations]. Dnepropetrovsk: PGASA, 2015, 256 p. (in Russian).
2. Kapur K.C. and Lamberson L.R. *Nadezhnost' i proektirovanie sistem* [Reliability and design of systems]. Moscow: Mir, 1980, 604 p. (in Russian).
3. Kosolap A.I. *Metody global'noy optimizatsii* [Methods of global optimization]. Dnepropetrovsk: Nauka i obrazovanie, 2013, 316 p. (in Russian).
4. Kosolap A.I. *Global'naya optimizatsiya. Metod tochnoy kvadrachnoy regulyarizatsii* [Global optimisation. A method of exact quadratic regularization]. Dnepropetrovsk: PGASA, 2015, 164 p. (in Russian).
5. Lvovich Ya.E., Kashirin I.L. and Tuzikov A.A. *Geneticheskii algoritm resheniya mnogokriterial'noy zadachi povysheniya nadezhnosti re-zervirovaniya* [Genetic algorithm of the solution multicriteria problems of increase of reliability of reservation]. *Informatsionnye tekhnologii* [Information technologies]. 2012, no. 6, pp. 56-60. (in Russian).
6. Belyaev Yu.K., Bogatyrev V.A. and Bolotin V.V. *Nadezhnost' tekhnicheskikh siste* [Reliability of Technical Systems]. Moscow: Radio i svyaz', 1985, 608 p. (in Russian).
7. Norkin V.I. and Onishchenko B.O. *Optimizatsiya nadezhnosti slozhnoy sistemy stokhasticheskim metodom vetvey i granits* [Optimization of reliability of a complex system by stochastic method of branches and borders]. *Kibernetika i sistemnyy analiz* [Cybernetics and system analysis]. 2008, no. 3, pp. 129-141. (in Russian).
8. Ushakov I.A. *Veroyatnostnye modeli nadezhnosti informatsionno-vychislitel'nykh sistem* [Probabilistic models of reliability of information systems]. Moscow: Radio i svyaz', 1991, 132 p.
9. Ushakov I.A. *Kurs teorii nadezhnosti sistem* [Course of the theory of reliability of systems]. Moscow: Drofa, 2008, 239 p. (in Russian).
10. Shklyar V.N. *Nadezhnost' sistemy upravleniya* [The reliability of the control system]. Tomsk: Izdatelstvo Tomskogo politekhnicheskogo universiteta, 2011, 126 p. (in Russian).
11. Birolini A. *Reliability engineering: theory and practice*. London; New York: Springer, 2014, 630 p.
12. Elmakias D. *New computational methods in power system reliability*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2008, 419 p.
13. Nocedal J. and Wright S.J. *Numerical optimization*. London, New York: Springer, 2006, 685 p.

Рецензент: д-р т. н., проф. Н. М. Ершова

Надійшла до редколегії: 29.08.2015 р. Прийнята до друку: 18.10.2015 р.