

УДК 65.012.23

ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ МЕТОДА АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ

ЕРШОВА Н. М., д. т. н., проф.

Кафедра прикладной математики. Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепропетровск, Украина, тел. +38 (0562) 756-34-10, email: prmat@mail.pgasa.dp.ua, ORCID ID: 0000-0003-1726-0557

Аннотация. Постановка проблемы. Метод анализа иерархий (МАИ) обеспечивает с помощью простых и обоснованных правил решение многокритериальных задач, которые содержат качественные и количественные факторы разной размерности. МАИ используется для решения слабоструктурированных и неструктурированных проблем. В Украине он только сейчас начинает применяться. Появились первые работы [2; 10; 14], в которых раскрывается суть метода, и приводятся технологии реализации его на компьютере. В работе [14] делается попытка теоретически определить собственные числа обратно симметричной матрицы, но в результате ошибочно принятого факта - сумма собственных чисел матрицы равна ее порядку n , авторы приходят к выводу, что для идеально согласованной матрицы «все собственные числа - нули, за исключением одного, равного n ». На самом деле сумма собственных чисел матрицы A равна сумме диагональных элементов матрицы, т. е. ее следу $Sp A$ [5]. Приведенная в работе [10] технология реализации метода в среде Excel свидетельствует о том, что авторы не владеют матричными функциями мастера функций. В имеющейся литературе нет четкой методики расчета с помощью МАИ. **Цель статьи** - разработать методику применения МАИ к решению неструктурированных проблем и технологию реализации метода в среде Excel. **Вывод.** Предложенная методика раскрывает возможности МАИ и довольно просто реализуется в среде Excel с помощью матричных функций мастера функций.

Ключевые слова: метод анализа иерархий, многокритериальные задачи, неструктурированные проблемы, обратно симметричная матрица, собственные числа, нормированный собственный вектор, матричные функции

ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ НА ОСНОВІ МЕТОДУ АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ

ЕРШОВА Н. М., д. т. н., проф.

Кафедра прикладної математики. Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпропетровськ, Україна, тел. +38 (0562) 46-98-10, email: prmat@mail.pgasa.dp.ua, ORCID ID: 0000-0003-1726-0557

Анотація. Постановка проблеми. Метод аналізу ієрархій (МАІ) забезпечує за допомогою простих і обґрунтованих правил розв'язання багатокритеріальних задач, які містять якісні і кількісні фактори різної розмірності. МАІ застосовується для вирішення слабоструктурованих і неструктурованих проблем. В Україні він тільки зараз починає застосовуватися. З'явилися перші праці [2; 10; 14], в яких розкривається суть методу і наводяться технології реалізації його на комп'ютері. У праці [14] робиться спроба теоретично визначити власні числа обернено симетричної матриці, але в результаті помилково прийнятого факту – сума власних чисел матриці дорівнює її порядку, автори доходять висновку, що для ідеально злагодженої матриці «всі власні числа – нулі, за винятком одного, що дорівнює n (порядку)». Насправді сума власних чисел матриці A дорівнює сумі діагональних елементів матриці, тобто її сліду $Sp A$ [5]. Наведена в публікації [10] технологія реалізації методу в середовищі Excel свідчить, що автори не володіють матричними функціями майстра функцій. У наявній літературі, немає чіткої методики розрахунку за допомогою МАІ. **Мета статті** - розробити методику застосування МАІ до рішення неструктурованих проблем і технологію реалізації методу в середовищі Excel. **Висновок.** Запропонована методика розкриває можливості МАІ і досить просто реалізується в середовищі Excel за допомогою матричних функцій майстра функцій.

Ключові слова: метод аналізу ієрархій, багатокритеріальні задачі, неструктуровані проблеми, обернено симетрична матриця, власні числа, нормований власний вектор, матричні функції

MAKING DESITIONS ON THE BASE OF ANALYSIS HIERARHY METHOD

ERSHOVA N. M., *Dr. Sc. (Tech.), Prof.*

The department "Applied Mathematics". State Higher Educational Establishment «Prydniprov'ska State Academy of Civil Engineering and Architecture», st. Chernyshevsky, 24-A, 49600, Dnipropetrovsk, Ukraine Tel. 38 (0562) 756-34-10, email: prmat@mail.pgasa.dp.ua, ORCID ID: 0000-0003-1726-0557

Summary. Problem statement. The method of analysis of hierarchy process (AHP) provides solution of multi-criteria problems with simple and reasonable, including quantitative and qualitative factors of different dimensions. AHP is used to solve semistructured and unstructured problems. Only now it begins to be applied in Ukraine. The first works [2, 10, 14] were appeared, where the essence of the method is revealed and technology of implementation of it on the computer are shown. [14] An attempt to determine theoretically the eigenvalues to the back of a symmetric matrix, but as a result of wrongly an accepted fact, the sum of the eigenvalues of matrix is equal to its order n , the authors conclude that for perfectly coherent matrix "all of eigenvalues - zeros, except for one, equaled n " In fact, the amount of the eigenvalues numerals of matrix A equals to the sum of the diagonal elements of the matrix, i.e. to its trace $Sp A$ [5]. The shown [10] technology of implementation of method in this work in the Excel indicates that the authors do not own of matrix functions of master of functions. There is no clear method of calculation using the AHP in the literature. **Purpose.** To develop a methodology for the application of the AHP to solve unstructured problems and technology of implementation method of Excel. **Conclusion** The proposed method opens the possibility of AHP and quite simply realized in Excel using of the matrix functions of master of functions.

Key words: *analytic hierarchy method, multi-criteria problems, unstructured problems, back symmetric matrix, the eigenvalues, the normalized eigenvector, matrix functions*

Постановка проблеми. Метод аналізу ієрархій (МАІ) розроблений американським ученим Т. Саати [11-13]. Він забезпечує за допомогою простих і обґрунтованих правил рішення багатокритеріальних задач, які містять якісні та кількісні фактори, при цьому кількісні фактори можуть мати різну розмірність. МАІ використовується для рішення слабоструктурованих та неструктурованих проблем. В Україні він тільки зараз починає застосовуватися. З'явилися перші роботи [2; 10; 14], в яких на доступному рівні на прикладах розкривається сутність методу та технологія реалізації на комп'ютері.

В МАІ необхідно визначати власні вектори та власні числа обернено симетричних матриць. В роботі [14] здійснюється спроба теоретично визначити власні числа матриці, але в результаті помилково прийнятого факта - сума власних чисел матриці дорівнює її порядку n , автор приходять до висновку, що для ідеально узгодженої матриці «всі власні числа - нулі, за винятком одного, рівного n ». Насправді сума власних чисел матриці A дорівнює сумі діагональних елементів матриці, т. є. її сліду $Sp A$

[5]. Приведена в роботі [10] технологія реалізації методу в середовищі Excel свідчить про те, що автори не володіють матричними функціями майстра функцій. В наявній літературі немає чіткої методики розрахунку за допомогою МАІ.

Ціль статті. Розробити методику застосування МАІ до рішення неструктурованих проблем та технологію реалізації методу в середовищі Excel.

Изложение основного материала. Метод оснований на декомпозиції задачі та її представленні в вигляді ієрархічної структури. Це дозволяє включити в ієрархію всі знання про розв'язувану проблему. В результаті рішення визначається чисельно виражена відносна ступінь взаємодії елементів в ієрархії.

Рішення задачі за допомогою МАІ виконується поступово.

Перший етап передбачає представлення проблеми в вигляді ієрархії. В найпростішому випадку ієрархія будується починаючи з цілі, яка розміщується в вершині ієрархії, через проміжні рівні, на яких розміщуються критерії та від яких залежать наступні рівні, до самого нижнього рівня, який містить

перечень альтернатив.

Второй этап. На этом этапе необходимо установить приоритеты критериев и оценить каждую альтернативу по критериям для выбора из них наиболее важной.

В МАИ элементы сравниваются попарно по отношению к их влиянию на общую для них характеристику. Для получения положительных результатов в сравнениях необходимо уметь:

- находить соответствующую численную шкалу сравнений;
- определять степень несогласованности наших суждений.

Главное требование к шкале сравнений – шкала должна быть простой и естественной. Шкала Т. Саати построена на основе объективно действующего психофизического закона Вебера-Фехнера и содержит числа от 1 до 9.

В работе [10] приведен способ практического количественного сравнения объектов, действий или обстоятельств и построения таблицы суждений. Пусть даны элементы А, В, С, D.

	A	B	C	D
A	1			
B		1		
C			1	
D				1

Таблица парных суждений (сравнений) строится по следующим правилам: при сравнении элемента с самим собой имеется равная значимость и по главной диагонали заносятся единицы; если А и В одинаково значимы, то в ячейки для А, В таблицы заносится число 1; если А немного важнее В, то в ячейку для В заносится число 3; если А существенно важнее В, то в ячейку для В заносится число 5; если А значительно превосходит В, то в ячейку для В заносится число 7; если А очень сильно превосходит В, то в ячейку для В заносится число 9. Числа 2, 4, 6, 8 используются в компромиссных случаях как промежуточные решения между двумя суждениями. Рациональные дроби используются в случае, если желательно увеличить согласованность всей таблицы при малом числе суждений.

Таблицу парных сравнений можно записать в виде обратно симметричной матрицы

$$\begin{bmatrix} 1 & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ 1/a_{12} & 1 & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ 1/a_{13} & 1/a_{23} & 1 & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1/a_{1n} & 1/a_{2n} & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix}, \text{ в которой } a_{ij} = 1/a_{ji}.$$

Когда задача представлена в виде иерархической структуры, то матрица составляется для парного сравнения критериев на втором уровне по отношению к общей цели, расположенной на первом уровне. Такие же матрицы должны быть построены для парных сравнений каждой альтернативы на третьем уровне по отношению к критериям второго уровня и т. д., если количество уровней больше трех.

Третий этап. После формирования матриц парных сравнений по всем критериям и альтернативам необходимо определить собственные векторы матриц, проверить согласованность матриц с помощью их собственных чисел и провести синтез глобальных приоритетов альтернативных решений относительно основной цели.

Постановка задачи [10]. Имеется три варианта А1, А2, А3 предполагаемого места строительства предприятия, из которых требуется выбрать оптимальный вариант по критериям: соответствия земельного участка (ЗУ), возможности из окружающих районов набрать необходимый персонал (П), имеющегося доступа к материальным ресурсам и транспорту (РТ) и заинтересованности государства в жизнедеятельности предприятия (Г).

Выбор земельного участка (ЗУ) зависит от его размера (РУ), цены земли (ЦЗ) и затратами на освоение (ЗО). Набор персонала связан с его потенциальной возможностью выполнять требуемую работу (ПС) и конкуренцией на рынке труда (КР). Доступ к материальным ресурсам и транспорту определяется транспортной инфраструктурой (ТИ), видами транспортно-экспедиторских фирм (ТФ), потенциалом поставщиков (ПП) и предложениями банковских услуг (Б). Заинтересованность государства проявляется способами стимулирования (С) и ставками

налогов (Н).

Создание иерархической модели.
В данной задаче места строительства представляют собой альтернативы и образуют четвертый уровень иерархии. Критериями являются: земельный участок, персонал, доступ к материальным ресурсам и транспорту, заинтересованность государства. Критерии образуют второй уровень иерархии. В свою очередь, критерии зависят от подкритериев. Например, выбор земельного участка зависит от его размера, цены земли

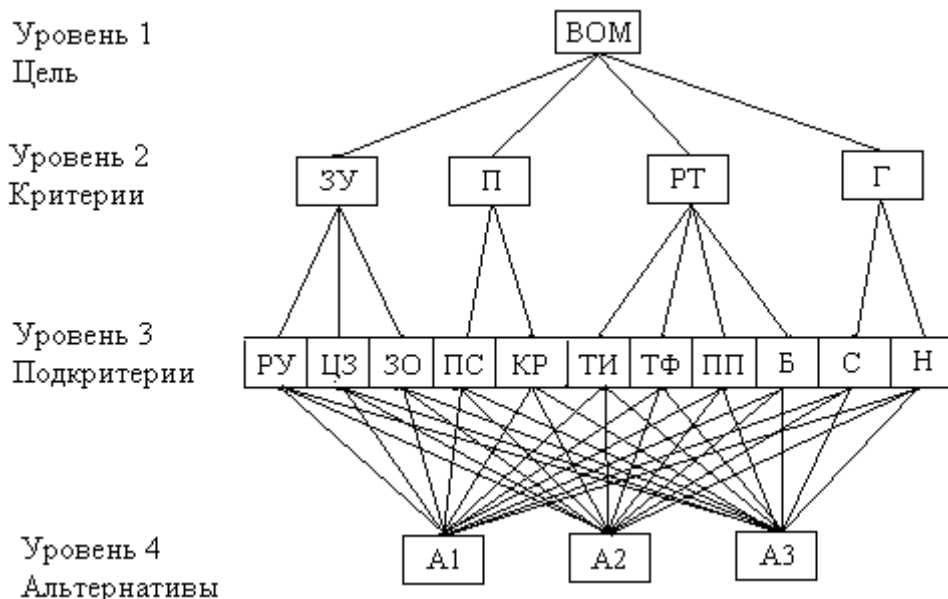


Рис. 1. Иерархическая модель проблемы выбора места строительства

Последовательность проведения анализа модели иерархий

1. Исследование влияния критериев на общую цель.
2. Исследование влияния подкритериев на критерии.
3. Исследование влияния альтернатив на подкритерии.
4. Оценка влияния альтернатив на общую цель.

Исследование влияния критериев на общую цель выполняется в два этапа:

- определение собственных векторов матриц;
- проверка согласованности матрицы парных сравнений.

Т. Саати предложил четыре алгоритма приближенных методов определения нормированных собственных векторов обратно

и затрат на освоение. Подкритерии образуют третий уровень иерархии. Вершиной иерархии является цель – выбрать оптимальное место для строительства предприятия.

Иерархическая модель задачи представлена на рисунке 1. Для иерархии составляются 16 матриц: одна для второго уровня; 4 – для третьего уровня и 11 – для четвертого уровня. Матрицы представляются в виде электронных таблиц. Матрица второго уровня приведена на рисунке 2, остальные матрицы – на рисунке 3 - 17.

симметричной матрицы. Все алгоритмы дают один и тот же собственный вектор. В соответствии с алгоритмом 1 (рис. 2) необходимо: на шаге 1 сложить элементы строк матрицы и записать результат в виде вектора столбца, получим ненормированный собственный вектор матрицы; на шаге 2 сложить все элементы вектора столбца; на шаге 3 разделить все элементы вектора столбца на полученную сумму. Если сложить все элементы вектора столбца, то получим 1, т. е. собственный вектор W обратно симметричной матрицы A *нормированный*. Это является контролем правильности расчетов.

Мера согласованности матрицы выражается с помощью индекса согласованности [14]

$$I_c = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1},$$

где λ_{\max} - максимальное собственное значение матрицы A ; n - порядок матрицы. Если $I_c \leq 0,1$, то практически считается, что мера согласованности находится на приемлемом уровне. Кроме того, существует понятие отношение согласованности $B_c = I_c / M(I_y)$, где I_y - среднее значение индекса согласованности случайным образом составленной матрицы парных сравнений, которое зависит от порядка матрицы и берется из таблицы. Значение $B_c \leq 0,1$ считается приемлемым. B_c указывает, насколько оцениваемая степень согласованности сходится со степенью самого неидеально проведенного эксперимента.

	A	B	C	D	E
1	Выбор оптимального места для предприятия				
2	ВОМ	ЗУ	П	РТ	Г
3	ЗУ	1	0,5	0,7	3
4	П	2	1	1,5	6
5	РТ	1,42857	0,66667	1	5
6	Г	0,33333	0,16667	0,2	1
7	Собственный вектор W				
8	алгоритм 1				
9	шаг 1	5,2			
10		10,5			
11		8,09524			
12		1,7			
13	шаг 2	25,4952			
14	шаг 3	0,20396	контроль		
15	W	0,41184	1		
16		0,31752			
17		0,06668			
18	проверка согласованности				
19		0,83218			
20	A*W	1,69612			
21		1,21685			
22		0,26681			
23		4,08013			
24	лямбда	4,11837			
25		3,83235			
26		4,0014			
27	лямбда м	4,11837			
28	n	4			
29	Ic	0,03946			
30	M(Iy)	0,9			
31	Bc	0,04384			

Рис. 2. Влияние критериев на общую цель

Так как по определению любой ненулевой вектор X , для которого справедливо равенство $AX = \lambda X$, называется собственным вектором матрицы A , а число λ - собственным значением, то, зная произведение AX и собственный вектор X , можно определить собственные значения матрицы A и из них выбрать максимальное.

	G	H	I	J
2	ЗУ	РУ	ЦЗ	ЗО
3	РУ	1	8	4
4	ЦЗ	0,125	1	0,6
5	ЗО	0,25	1,667	1
6	Собственный вектор W1			
7	алгоритм 1			
8	шаг 1	13		
9		1,725		
10		2,91667		
11	шаг 2	17,6417		
12	шаг 3	0,73689	контроль	
13	W1	0,09778	1	
14		0,16533		
15	проверка согласованности			
16		2,18044		
17	A*W1	0,28909		
18		0,51252		
19		2,95897		
20	лямбда	2,95852		
21		3,1		
22	лямбда м	3,1		
23	n	3		
24	Ic	0,05		
25	M(Iy)	0,58		
26	Bc	0,08621		

Рис. 3. Влияние подкритериев на критерий земельный участок

Полученный результат свидетельствует о хорошей согласованности исходной матрицы парных сравнений критериев ЗУ, П, РТ, Г, что обеспечивает достижение общей цели ВОМ.

Анализ элементов нормированного собственного вектора W показывает, что на выбор оптимального места строительства предприятия большее влияние оказывают возможность набора персонала (41%), доступ к материальным ресурсам и транспорту (31,7%), а влияние заинтересованности государства - всего 6%.

Исследование влияния подкритериев на критерии (рис. 3) и альтернатив на подкритерии (рис. 4) выполняется аналогично.

Матрицы критериев ЗУ, П, РТ, и Г приведены соответственно на рисунках 3, 5, 6, 7.

Матрицы подкритериев представлены на рисунках 4, 8-17.

Оценка влияния альтернатив на общую цель выполняется в три этапа:

- оценка влияния альтернатив на подкритерии;
- оценка влияния альтернатив на критерии;
- оценка влияния альтернатив на общую цель.

Для оценки влияния альтернатив на подкритерии составляется матрица *B*, столбцами которой являются собственные векторы подкритериев (рис. 18).

	L	M	N	O
33	РУ	A1	A2	A3
34	A1	1	2	5
35	A2	0,5	1	3
36	A3	0,2	0,333	1
37	Собственный вектор V1			
38	алгоритм 1			
39	шаг 1	8		
40		4,5		
41		1,533		
42	шаг 2	14,03		
43	шаг 3	0,57	контроль	
44	V1	0,321	1	
45		0,109		
46	проверка согласованности			
47		1,758		
48	A1*V1	0,933		
49		0,33		
50		3,083		
51	лямбда	2,911		
52		3,022		
53	лямбда м	3,083		
54	n	3		
55	Is	0,042		
56	M(Iy)	0,58		
57	Вс	0,072		

Рис. 4. Влияние альтернатив на размер участка

	G	H	I
28	П	ПС	КР
29	ПС	1	5
30	КР	0,2	1

Рис. 5. Матрица критерия П

	L	M	N	O	P
2	РТ	ТИ	ТФ	ПП	Б
3	ТИ	1	3	2	9
4	ТФ	0,333	1	0,9	3
5	ПП	0,5	1,111	1	5
6	Б	0,111	0,333	0,2	1

Рис. 6. Матрица критерия РТ

	A	B	C
33	Г	С	Н
34	С	1	3
35	Н	0,333	1

Рис. 7. Матрица критерия Г

	A	B	C	D
53	ЦЗ	A1	A2	A3
54	A1	1	2	0,25
55	A2	0,5	1	0,17
56	A3	4	6	1

Рис. 8. Матрица подкритерия ЦЗ

	G	H	I	J
48	ЗО	A1	A2	A3
49	A1	1	7	2
50	A2	0,143	1	0,25
51	A3	0,5	4	1

Рис. 9. Матрица подкритерия ЗО

	G	H	I	J
74	ПС	A1	A2	A3
75	A1	1	0,5	0,11
76	A2	2	1	0,2
77	A3	9	5	1

Рис. 10. Матрица подкритерия ПС

	L	M	N	O
85	КР	A1	A2	A3
86	A1	1	0,6	0,25
87	A2	1,667	1	0,33
88	A3	4	3	1

Рис. 11. Матрица подкритерия КР

	L	M	N	O
59	ТИ	A1	A2	A3
60	A1	1	0,5	0,5
61	A2	2	1	1
62	A3	2	1	1

Рис. 12. Матрица подкритерия ТИ

	R	S	T	U
2	ТФ	A1	A2	A3
3	A1	1	8	3
4	A2	0,125	1	0,333
5	A3	0,333333	3	1

Рис. 13. Матрица подкритерия ТФ

	R	S	T	U
28	ПП	A1	A2	A3
29	A1	1	8	5
30	A2	0,125	1	0,5
31	A3	0,2	2	1

Рис. 14. Матрица подкритерия ПП

	R	S	T	U
80	Б	A1	A2	A3
81	A1	1	3	5
82	A2	0,333	1	2
83	A3	0,2	0,5	1

Рис. 15. Матрица подкритерия Б

	R	S	T	U
54	С	A1	A2	A3
55	A1	1	0,14	0,5
56	A2	7	1	5
57	A3	2	0,2	1

Рис. 16. Матрица подкритерия С

	A	B	C	D
79	Н	A1	A2	A3
80	A1	1	6	3
81	A2	0,167	1	0,6
82	A3	0,333	1,667	1

Рис. 17. Матрица подкритерия Н

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
111	матрица В										
112	0,57	0,204	0,592	0,081	0,144	0,2	0,674	0,744	0,641	0,092	0,677
113	0,321	0,105	0,082	0,162	0,233	0,4	0,082	0,086	0,238	0,729	0,12
114	0,109	0,691	0,326	0,757	0,623	0,4	0,244	0,17	0,121	0,179	0,203

Рис. 18. Оценка влияния альтернатив на подкритерии

Столбцы этой матрицы оценивают вклад альтернатив (мест строительства предприятия) в каждый подкритерий, т. е. первый столбец в размер участка, второй – в цену земли и т. д. Чтобы оценить влияние альтернатив на критерии, необходимо составить матрицу B_1 , столбцами которой будут столбцы, полученные в результате умножения матрицы B на соответствующие собственные векторы критериев (рис. 19).

	M	N	O	P
110	матрица B1			
111	$3y^*w_1$	p^*w_2	pt^*w_3	g^*w_4
112	0,538	0,092	0,4491	0,2384
113	0,26	0,174	0,2535	0,5763
114	0,202	0,735	0,2973	0,1853

Рис. 19. Оценка влияния альтернатив на критерии

Анализ результатов показывает, что приоритет по критерию «земельный участок» имеет первая альтернатива (53,8 %), по возможности набора персонала – третья альтернатива (73,5 %), по доступу к ресур-

сам и транспорту – первая альтернатива (44,9 %) и по заинтересованности государства – вторая альтернатива (57,6 %).

Аналогично, для оценки влияния альтернатив на общую цель (рис. 20) необходимо умножить матрицу B_1 на собственный вектор матрицы A (рис. 2).

	R
110	матрица B2
111	B_1^*w
112	0,3060101
113	0,2434578
114	0,4505321

Рис. 20. Оценка влияния альтернатив на общую цель

Следовательно, первый приоритет для строительства предприятия имеет альтернатива A_3 .

Вывод. Предложенная методика раскрывает возможности МАИ и довольно просто реализуется в среде Excel с помощью матричных функций мастера функций.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Акофф Р. Искусство решения проблем / Р. Акофф ; пер. с англ. Е. Г. Коваленко ; под ред. Е. К. Масловского. – Москва : Мир, 1982. – 224 с.
2. Бадюл М. Г. Застосування методу аналізу ієрархій у проектуванні та будівництві / Бадюл М. Г., Крамаренко В. А. // Строительство, материаловедение, машиностроение : сб. науч. тр. / Придн. гос. акад. стр-ва и архитектуры. – Днепропетровск, 2013. – Вып. 70. – С. 27-35.
3. Вопросы анализа и процедуры принятия решений : сб. переводов / под ред. И. Ф. Шахнова. – Москва : Мир, 1976. – 230 с.
4. Емельянов С. В. Многокритериальные методы принятия решений / С. В. Емельянов, О. И. Ларичев. – Москва : Знание, 1985. – 32 с. – (Математика, кибернетика. Подписная научно-популярная серия. 1985. № 10).
5. Ильин В. П. Численные методы решения задач строительной механики : справ. пособие / В. П. Ильин, В. В. Карпов, А. М. Масленников ; под общ. ред. В. П. Ильина. – Минск : Выш. шк., 1990. – 349 с.
6. Ларичев О. И. Наука и искусство принятия решений / О. И. Ларичев. – Москва : Наука, 1979. – 200 с. – (Наука и прогресс).
7. Ларичев О. И. Объективные модели и субъективные решения / О. И. Ларичев ; отв. ред. Д. М. Гвишиани. – Москва : Наука, 1987. – 142 с.
8. Ларичев О. И. Качественные методы принятия решений. Вербальный анализ решений / О. И. Ларичев, Е. М. Мошкович. – Москва : Наука : Физматлит, 1996. – 208 с.
9. Кини Р. Л. Принятие решений при многих критериях предпочтения и замещения / Р. Л. Кини, Х. Ралфа. – Москва : Радио и связь, 1981. – 154 с.
10. Серіков А. В. Метод аналізу ієрархій у прийнятті рішень / А. В. Серіков, О. В. Білоцерківський ; Харків. держ. техн. ун-т буд-ва та архітектури. – Харків : Бурун Книга, 2006. – 144 с. : іл.
11. Саати Т. Л. Математические модели конфликтных ситуаций / Т. Л. Саати ; пер. с англ. В. Н. Веселова, Г. Б. Рубальского ; под ред. И. А. Ушакова. – Москва : Советское радио, 1977. – 303 с.
12. Саати Т. Аналитическое планирование. Организация систем / Т. Саати, К. Кернс ; пер. с англ. Р. Г. Вачнадзе ; под ред. И. А. Ушакова. – Москва : Радио и связь, 1991. – 224 с.
13. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т. Саати ; пер. с англ. Р. Г. Вачнадзе. – Москва : Радио и связь, 1993. – 278 с.
14. Синюк В. Г. Использование информационно-аналитических технологий при принятии управленческих решений / В. Г. Синюк, А. В. Шевырев. – Москва : Экзамен, 2003. – 158 с.
15. Golden B. L. The analytic hierarchy process: applications and studies / B. Golden, E. Wasil, P. Harker. – New York : Springer-Verlag, 1989. – 265 p.

REFERENCE

1. Akoff R. *Iskusstvo resheniya problem* [Skill of problem solving]. Moscow: Mir, 1982, 224 p. (in Russian).
2. Badyul M.G. and Kramarenko V.A. *Zastosuvannya metodu analizu yerarkhiy u proektuvanni ta budivnytstvi* [Application of analytic hierarchy in the design and construction]. *Stroitel'stvo, materialovedenie, mashinostroenie* [Construction, materials, mechanical engineering]. Dnepropetrovsk, 2013, iss. 70, pp. 27-35. (in Ukrainian).
3. Shakhnova I.F. *Voprosy analiza i protsedury prinyatiya resheniy* [Issues of analysis and decision-making procedures]. Moscow: Mir, 1976, 230 p. (in Russian).
4. Emel'yanov S.V. and Larichev O.I. *Mnogokriterial'nye metody prinyatiya resheniy* [Multi criteria decision making methods]. Moscow: Znanie, 1985, 32 p. (in Russian).
5. Il'in V.P., Karpov V.V. and Maslennikov A.M. *Chislennyye metody resheniya zadach stroitel'noy mekhaniki* [Numerical methods for solving problems of structural mechanics]. Minsk: Vysshaya shkola, 1990, 349 p. (in Russian).
6. Larichev O.I. *Nauka i iskusstvo prinyatiya resheniy* [Skill and science of decision making]. Moscow: Nauka, 1979, 200 p. (in Russian).
7. Larichev O.I. *Ob'ektivnye modeli i sub'ektivnye resheniya* [Objective model and the subjective decisions]. Moscow: Nauka, 1987, 142 p. (in Russian).
8. Larichev O.I. and Moshkovich E.M. *Kachestvennyye metody prinyatiya resheniy. Verbal'ny analiz resheniy* [Qualitative methods of decision making. Verbal decisions analysis]. Moscow: Nauka, Fizmatlit, 1996, 208 p. (in Russian).
9. Kini R.L. and Ralfa Kh. *Prinyatie resheniy pri mnogikh kriteriyakh predpochteniya i zamescheniya* [Making decisions with a lot of criteria of preference and substitution]. Moscow: Radio i svyaz', 1981, 154 p. (in Russian).
10. Sierikov A.V. and Bilotserkivskiy O.V. *Metod analizu yerarkhiy u pryinyatti rishen* [The hierarchy analysis method in decision making]. Kharkiv: Burun Kniga, 2006, 144 p. (in Ukrainian).
11. Saati T.L. *Matematicheskie modeli konfliktnykh situatsiy* [Mathematical models of conflict situations]. Moscow: Sovetskoe radio, 1977, 303 p. (in Russian).
12. Saati T. and Kerns K. *Analiticheskoe planirovanie. Organizatsiya sistem* [Analytical planning. Organization of systems]. Moscow: Radio i svyaz', 1991, 224 p. (in Russian).
13. Saati T. *Prinyatie resheniy. Metod analiza ierarkhiy* [Making decisions. Method of hierarchy analysis]. Moscow: Radio i svyaz', 1993, 278 p. (in Russian).
14. Sinyuk V.G. and Shevyrev A.V. *Ispol'zovanie informatsionno-analiticheskikh tekhnologiy pri prinyatii upravlencheskikh resheniy* [Use of information and analytical technologies in management decisions]. Moscow: Ekzamen, 2003, 158 p. (in Russian).
15. Golden B.L., Wasil E. and Harker P. *The analytic hierarchy process: applications and studies*. New York: Springer-Verlag, 1989, 265 p.

Стаття рекомендована до друку 20.07.2015 р. Рецензенти: д-р ф.-м. н., проф. А. І. Косолап., д-р т. н., проф. В. М. Дерев'янку.

Надійшла до редколегії: 25.06.2015 р. Прийнята до друку: 30.06.2015 р.