

УДК 621.43

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТЕПЛОВЫХ СТАЦИОНАРНЫХ ПОТОКОВ НА ПОВЕРХНОСТЯХ ГИЛЬЗЫ ЦИЛИНДРА ДВС МЕТОДОМ ОПТИМАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ КАЛМАНА

ЗАРЕНБИН В. Г., *д. т. н, проф.*

Кафедра эксплуатации и ремонта машин, Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепропетровск, Украина, тел. +38 (0562) 47-59-82, e-mail: zvg@mail.pgasa.dp.ua

Аннотация. Постановка проблемы. При исследовании теплонапряженности и термической усталости двигателей внутреннего сгорания (ДВС) определяющими являются знание и анализ локальных температур и тепловых потоков в основных деталях, образующих камеру сгорания. Теоретически задача заключается в решении уравнения теплопроводности при заданных особенностях протекания тепловых процессов на границе тел. При этом возникает проблема точности решения, т. к. она зависит от точности задания реальных граничных условий, которые можно получить только с помощью физического эксперимента и соответствующего метрологического обеспечения. В отличие от температуры, тепловой поток не может быть измерен непосредственно, поэтому его определяют по разнице температур (градиентный метод) или по изменению во времени энтальпии (калориметрический метод). Наиболее распространено определение плотности потоков с помощью, так называемых датчиков теплового потока, когда измеренные температуры используются при решении обратной задачи теплопроводности для выбранного теплотеметрического элемента. В этом случае, кроме требования одномерности распределения температур, линейности и минимального искажения температурных полей тепловой системы, возникают значительные трудности вычисления производной от измеряемой температуры. К перспективным можно отнести методы исследований, которые принято называть кибернетической диагностикой или идентификацией систем. Суть их заключается в том, что сравнивается искаженная (зашумленная) информация об объекте с его математической моделью и затем определяются его состояние, параметры или входные воздействия путем минимизации квадратичной функции невязки. В работе дано определение плотности тепловых стационарных потоков на поверхностях гильзы цилиндра ДВС методом оптимальной фильтрации Калмана, а также оценка их достоверности и точности. Показана возможность применения фильтрации Калмана при экспериментальных исследованиях в ДВС. **Цель статьи** -- определение плотности стационарных тепловых потоков на поверхностях гильзы цилиндра ДВС методом оптимальной фильтрации Калмана, а также оценка их достоверности и точности. **Выводы.** Показана возможность определения плотности стационарных тепловых потоков методом оптимальной фильтрации Калмана для разработанной модели теплопередачи через гильзу цилиндра ДВС. Результаты математического моделирования показали постоянную устойчивость и сходимости идентификации с окончательными предельными относительными погрешностями оценок максимальной плотности теплового потока и коэффициента аппроксимации, не превышающими 5 %.

Ключевые слова: гильза цилиндра ДВС, плотность теплового потока, фильтр Калмана, достоверность, точность

ВИЗНАЧЕННЯ ГУСТИНИ ТЕПЛОВИХ СТАЦІОНАРНИХ ПОТОКІВ НА ПОВЕРХНЯХ ГІЛЬЗИ ЦИЛІНДРА ДВЗ МЕТОДОМ ОПТИМАЛЬНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ КАЛМАНА

ЗАРЕНБИН В. Г., *д. т. н, проф.*

Кафедра експлуатації та ремонту машин, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпропетровськ, Україна, тел. +38 (0562) 46-93-68, тел. +38 (0562) 47-59-82, e-mail: zvg@mail.pgasa.dp.ua

Анотація. Постановка проблеми. Для дослідження теплонапруженості й термічної утоми двигунів внутрішнього згорання (ДВЗ) визначальним є знання й аналіз локальних температур і теплових потоків в основних деталях, що утворюють камеру згорання. Теоретично завдання полягає в розв'язку рівняння теплопровідності при заданих особливостях перебігу теплових процесів на межі тіл. При цьому виникає проблема точності розв'язання, тому що вона залежить від точності завдання реальних граничних умов, які можна одержати тільки за допомогою фізичного експерименту й відповідного метрологічного забезпечення. На відміну від температури, тепловий потік не можна виміряти безпосередньо, тому його визначають за різницею температур (градієнтний метод) або за зміною в часі ентальпії (калориметричний метод). Найпоширеніше визначення густини потоків за допомогою так званих датчиків теплового потоку, коли виміряні температури використовуються для розв'язання зворотної задачі теплопровідності для обраного теплотеметричного елемента. У цьому випадку, крім вимоги одновимірності розподілу температур, лінійності й мінімального спотворення температурних полів теплової системи, виникають значні труднощі обчислення похідної від вимірюваної

температури. До перспективних можна віднести методи досліджень, які прийнято називати кібернетичною діагностикою або ідентифікацією систем. Суть їх полягає в тому, що порівнюються спотворена (зашумлена) інформація про об'єкт із його математичною моделлю й потім визначаються його стан, параметри або вхідні впливи шляхом мінімізації квадратичної функції відхилення. У статті дається визначення густини теплових стаціонарних потоків на поверхнях гільзи циліндра ДВЗ методом оптимальної фільтрації Калмана, а також оцінка їх вірогідності й точності. Показано можливість застосування фільтрації Калмана в експериментальних дослідженнях у ДВЗ. **Мета статті** - визначення густини стаціонарних теплових потоків на поверхнях гільзи циліндра ДВЗ методом оптимальної фільтрації Калмана, а також оцінювання їх вірогідності й точності. **Висновки.** Показано можливість визначення густини стаціонарних теплових потоків методом оптимальної фільтрації Калмана для розробленої моделі теплопередачі через гільзу циліндра ДВЗ. Результати математичного моделювання показали постійну стійкість і збіжність ідентифікації з остаточними найбільшими відносними похибками оцінок максимальної густини теплового потоку й коефіцієнта апроксимації такими, що не перевищують 5 %.

Ключові слова: гільза циліндра ДВЗ, густина теплового потоку, фільтр Калмана, вірогідність, точність

DEFINITION OF DENSITY OF THE THERMAL STATIONARY STREAMS ON A SURFACES OF A SLEEVE OF CYLINDER INTERNAL COMBUSTION ENGINE BY A METHOD OF OPTIMUM FILTRATION KALMANA

ZARENBIN V. G., *Dr. Sc. (Tech.), Prof.*

Chair of maintenance and repair of cars, State Higher Education Establishment «Pridneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture», 24-A, Chernishevskogo str., Dnipropetrovsk 49600, Ukraine, тел. +38 (0562) 47-59-82, e-mail: zvg@mail.pgasa.dp.ua

Summary. Problem statement. At research warmly intensity and thermal weariness of internal combustion engines (ICE) the knowledge and the analysis of local temperatures and thermal streams in the basic details forming the chamber of combustion is defining. Theoretically the problem consists in the decision of the equation of heat conductivity at the set features of course of thermal processes on border of bodies. Thus there is a problem of accuracy of the decision since it depends on accuracy of the task of real boundary conditions which can be received only by means of physical experiment and corresponding metrological maintenance. Unlike temperature the thermal stream cannot be measured directly, therefore it define on a difference of temperatures (thermal gradient a method) or a calorimetric method. Definition of density of streams with the help as named gauges of a thermal stream when the measured temperatures are used at the decision of a return problem of heat conductivity for chosen thermometric an element is most extended. In this case, except the requirement of one-dimensionality of distribution of temperatures, linearity and the minimum distortion of temperature fields of thermal system, there are considerable difficulties of calculation derivative of the measured temperature. To perspective it is possible to carry methods of researches which it is accepted to name cybernetic diagnostics or identification of systems. Their essence consists that the deformed information on object is compared to its mathematical model and then are defined its condition, parameters or entrance influences by minimization of square-law function are nonviscous. In work definition of density of thermal stationary streams on surfaces of a sleeve of cylinder ICE by a method of optimum filtration Kalmana and also an estimation of their reliability and accuracy is made. Possibility of application of filtration Kalmana is shown at experimental researches in ICE. **The purpose.** Definition of density of stationary thermal streams on surfaces of a sleeve of cylinder ICE a method of optimum filtration Kalmana, and also an estimation of their reliability and accuracy. **Conclusions.** Possibility of definition of density of stationary thermal streams by a method of optimum filtration Kalmana for the developed model of a heat transfer through cylinder ICE sleeve is shown. Results of mathematical modelling have shown constant stability and convergence of identification with definitive limiting relative errors of estimations of the maximum density of a thermal stream and factor of approximation not exceeding 5 %.

Keywords: a sleeve cylinder ICE, a density thermal stream, filtration Kalman, reliability, accurac

Постановка проблеми. При исследовании теплонапряженности и термической усталости двигателей внутреннего сгорания (ДВС) определяющим является знание и анализ локальных температур и тепловых потоков в основных деталях, образующих камеру сгорания [1; 2]. Теоретически зада-

ча заключается в решении уравнения теплопроводности при заданных особенностях протекания тепловых процессов на границе тел. При этом возникает проблема точности решения, т. к. она зависит от точности задания реальных граничных условий, которые можно получить только с помощью физического экс-

перимента и соответствующего метрологического обеспечения.

В отличие от температуры, тепловой поток не может быть измерен непосредственно, поэтому его определяют по разнице температур (градиентный метод) или по изменению во времени энтальпии (калориметрический метод). Наиболее распространено определение плотности потоков с помощью так называемых датчиков теплового потока, когда измеренные температуры используются при решении обратной задачи теплопроводности для выбранного теплотрического элемента [3; 4]. В этом случае, кроме требования одномерности распределения температур, линейности и минимального искажения температурных полей тепловой системы, возникают значительные трудности вычисления производной от измеряемой температуры.

К перспективным можно отнести методы исследований, которые принято называть кибернетической диагностикой или идентификацией систем [5; 6]. Суть их заключается в том, что сравнивается искаженная (зашумленная) информация об объекте с его математической моделью и затем определяются его состояние, параметры или входные воздействия путем минимизации квадратичной функции невязки.

Теоретические и практические основы кибернетической диагностики тепловых систем некоторых конструктивных элементов теплоэнергетических устройств изложены в работе [6]. Однако в ней не рассматривается использование разработанных методов применительно к деталям ДВС. Частный случай оценки граничных условий теплообмена через поршневые кольца ДВС с помощью алгоритма дискретного фильтра Калмана приведен в работе [7].

Цель статьи - определение плотности стационарных тепловых потоков на поверхностях гильзы цилиндра (ГЦ) ДВС методом оптимальной фильтрации Калмана (ФК), а также оценка их достоверности и точности.

Основной материал. Математическая модель рассматриваемой тепло-

измерительной системы при постоянстве тепловых потоков во времени может быть записана в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{X}} &= 0, \\ \vec{t} &= \vec{f}(\vec{X}_0) + \vec{\varepsilon}, \end{aligned}$$

где: $\vec{X}_0 = \begin{bmatrix} q_{m0} \\ C2_0 \end{bmatrix}$ - вектор истинных значений искомых параметров, включающий максимальную плотность теплового потока q_{m0} по высоте гильзы и коэффициент аппроксимации $C2_0$; \vec{t} - вектор измерений температур в N точках ГЦ; $\vec{\varepsilon}$ - вектор погрешностей с нулевым математическим ожиданием и диагональной ковариационной матрицей.

Для вычисления прогноза вектора измерений \vec{t} в виде функции параметров \vec{X} использовано аналитическое решение стационарной теплопроводности при граничном условии (ГУ) $q = q_m e^{-Cz}$ на внутренней поверхности и ГУ третьего рода на наружной поверхности ГЦ [8-10]:

$$t = (1 + \theta) \cdot t_w, \quad \text{где} \\ \theta(z, \eta) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(\mu_n z) \left[\Psi_1 + \sum_{m=1}^{\infty} B_m u_o(\beta_m \eta) \frac{S^*}{\xi_{mn}} \right] \quad (1)$$

$$S^* = -\zeta \frac{\mu_n^2}{\beta_m^2} \tilde{K}i_n \eta u_o(\beta_m \eta),$$

$$\tilde{K}i_n = C2 \cdot Kim \left[\frac{1 - e^{-\zeta z} \cos \beta_m}{C2^2 + \mu_n^2} \right], \quad Kim = qm \frac{R_H}{\lambda_{ц} t_w},$$

$$\Psi_1 = \frac{\eta_1 \cdot Kim}{Biw} (1 - Biw \ell / \eta), \quad C_n^{-1} = 1 \quad \text{при } \mu_n = 0,$$

$$\text{иначе } C_n^{-1} = 0,5.$$

$$B_m^{-1} = \frac{1}{2} \left[\frac{4}{\pi^2 \beta_m^2} \left(1 + \frac{Biv^2}{\beta_m^2} \right) - \eta_1^2 u_o^2(\beta_m \eta) \right],$$

$$u_o(\beta_m \eta) = \left[Y_1(\beta_m) - \frac{Biv}{\beta_m} Y_o(\beta_m) \right] J_o(\beta_m \eta) - \left[J_1(\beta_m) - \frac{Biv}{\beta_m} J_o(\beta_m) \right] Y_o(\beta_m \eta),$$

$$\xi_{mn} = \beta_m^2 + \zeta \mu_n^2, \quad Biv = \alpha_w R_H / \lambda_{ц}, \quad \zeta = (R_H / H)^2, \quad \eta = R / R_H, \quad z = h / H,$$

$$\eta_1 = R_{вн} / R_H, \quad \theta = (t_{к} - t_w) / t_w.$$

J_0, J_1, Y_0, Y_1 - функции Бесселя соответственно первого и второго рода, нулевого и первого порядка; μ_n, β_m - корни характеристических уравнений:

$$\sin \mu_n = 0, \quad u_o'(\beta_m \eta_1) = 0.$$

t - температура ГЦ с координатами R и h ; α_w , t_w - коэффициент теплоотдачи и температура охлаждающей среды со стороны внешней поверхности ГЦ; $\lambda_{ц}$ - коэффициент теплопроводности материала ГЦ; R_{BH}, R_H, H - соответственно внутренний, наружный радиусы и высота ГЦ.

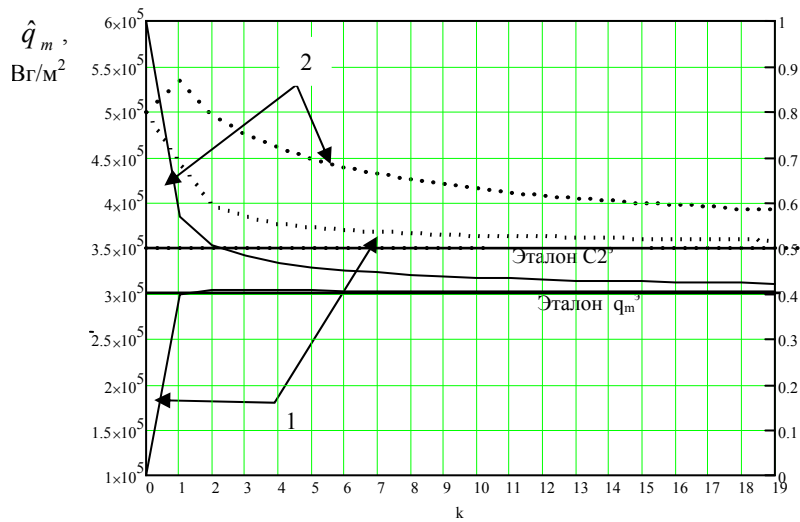


Рис. 1. Движение оценок \hat{q}_m (сплошные линии) и $\hat{C}2$ (пунктирные линии) к своим эталонным значениям при начальном значении $\hat{C}2_0 = 0,8$ и различных начальных величинах \hat{q}_{m_0} :

- 1 - $1 \cdot 10^5 \text{ Вт/м}^2$,
- 2 - $6 \cdot 10^5 \text{ Вт/м}^2$

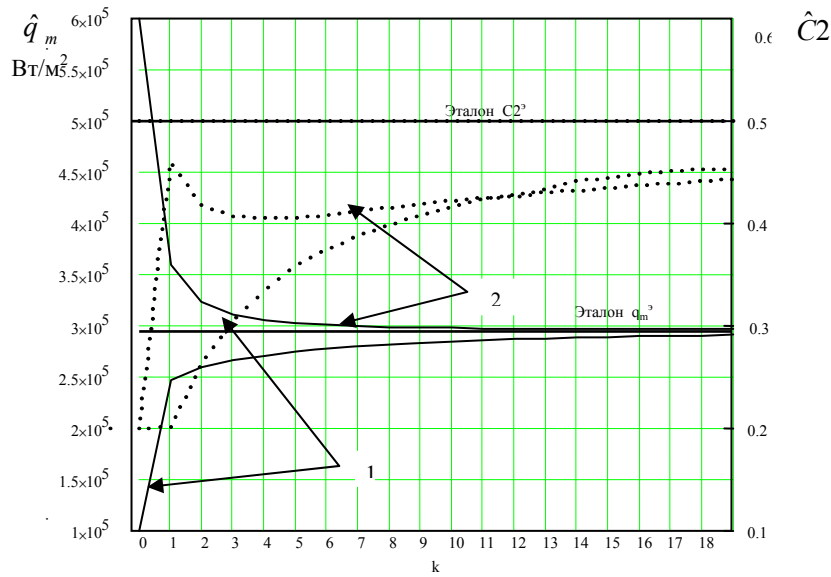


Рис. 2. Движение оценок \hat{q}_m (сплошные линии) и $\hat{C}2$ (пунктирные линии) к своим эталонным значениям при начальном значении $\hat{C}2_0 = 0,2$ и различных начальных величинах \hat{q}_{m_0} :

- 1 - $1 \cdot 10^5 \text{ Вт/м}^2$,
- 2 - $6 \cdot 10^5 \text{ Вт/м}^2$

Для оценки вектора неизвестных параметров \vec{X} к выбранной модели был применен ФК, который описывается уравнениями [5]:

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k+1} &= \hat{X}_k + K_{k+1} [\vec{t}_{k+1} - \hat{t}_{k+1}], \\ K_{k+1} &= P_k \cdot \hat{H}_{k+1}^T [\hat{H}_{k+1} P_k \hat{H}_{k+1}^T + E]^{-1}, \\ P_{k+1} &= P_k - K_{k+1} \cdot \hat{H}_{k+1} \cdot P_k, \end{aligned}$$

где \hat{X}_{k+1} - оценка вектора неизвестных параметров, полученная на $(k + 1)$ шаге вычисления на основании вектора измерений температур ГЦ \vec{t}_{k+1} ;

\hat{X}_k - оценка вектора неизвестных параметров на k -м шаге вычисления,

\hat{t}_{k+1} - прогноз вектора измерений, определяемый путем решения принятой модели при оценке вектора \hat{X}_k ,

K_{k+1} - весовая матрица фильтра,

P_k, P_{k+1} - ковариационные матрицы ошибок оценок параметров на k и $(k + 1)$ шагах вычислений;

E - матрица дисперсий погрешностей измерений температур σ^2 ,

\hat{H}_{k+1} - матрица измерений в виде:

$$\bar{H}_{k+1} = \left. \frac{\partial \vec{f}}{\partial \bar{X}} \right|_{\bar{X} = \hat{X}_k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_m} & \frac{\partial f_1}{\partial C2} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_N}{\partial q_m} & \frac{\partial f_N}{\partial C2} \end{bmatrix},$$

где f_1, f_2, \dots, f_N - составляющие вектор - функции $\vec{f}(\bar{X})$; N - размерность вектора прогноза измерений \hat{t} .

Элементы матрицы \hat{H}_{k+1} (функции чувствительности) найдены аналитически с использованием уравнения (1):

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial q_m} \right|_{\eta=\eta_1} = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(\mu_n z) \left[\Psi 1_q + \sum_{m=1}^{\infty} B_m u_o(\beta_m \eta_1) \frac{S_q^*}{\xi_{mn}} \right],$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial C2} \right|_{\eta=\eta_1} = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(\mu_n z) \left[\Psi 1_{C2} + \sum_{m=1}^{\infty} B_m u_o(\beta_m \eta_1) \cdot \frac{S_{C2}^*}{\xi_{mn}} \right],$$

где:

$$\Psi 1_q = \eta_1 \frac{(1 - Biw) \ell n \eta_1}{Biw} Ki1_q,$$

$$Ki1_q = C2 \frac{R_H (1 - e^{-C2} \cos \mu_n)}{\lambda_u t_w (C2^2 + \mu_n^2)},$$

$$S_q^* = \zeta \frac{\mu_n^2}{\beta_m^2} \cdot Ki1_q \cdot \eta_1 \cdot u_o(\beta_m \eta_1);$$

$$\Psi 1_{C2} = \eta_1 \frac{(1 - Biw \ell n \eta_1)}{Biw} Ki1_{C2};$$

$$Ki1_{C2} = Kim \frac{1 - e^{-C2} \cdot \cos \mu_n}{C2^2 + \mu_n^2} + C2 \cdot Kim \frac{e^{-C2} \cdot \cos \mu_n [C2^2 + \mu_n^2] - 2 \cdot C2 (1 - e^{-C2} \cos \mu_n)}{(C2^2 + \mu_n^2)^2}$$

$$S_{C2}^* = \zeta \frac{\mu_n^2}{\beta_m^2} Ki1_{C2} \eta_1 u_o(\beta_m \eta_1).$$

Математическое моделирование процедуры идентификации выполнено для следующих начальных оценок искомых величин:

$$\hat{q}_{m0} = 1 \cdot 10^5 \text{ и } 6 \cdot 10^5 \text{ Вт/м}^2, \hat{C}_0 = 0,2 \text{ и } 0,8.$$

Значения остальных параметров: $\lambda_{ц} = 52 \text{ Вт/(мК)}$, $t_w = 60 \text{ }^\circ\text{C}$, $R_H = 0,057 \text{ м}$, $H = 0,095 \text{ м}$; $Biw = 5$, $\eta_1 = 0,9$.

Предварительными расчетами установлено, что с погрешностью не более 2 % можно ограничиться двумя корнями β_m и шестью корнями μ_n . Предполагалось, что измерению подлежат температуры в точках на расстоянии 0,5 мм от внутренней поверхности ГЦ с матрицей относительных высот $z^m = [0 \ 0,25 \ 0,5 \ 0,75 \ 1]$.

В качестве эталонных величин были взяты $q_m^0 = 3 \cdot 10^5 \text{ Вт/м}^2$, $C2^0 = 0,5$. При этих значениях параметров по уравнению (1) определялись температуры гильзы цилиндра $\Theta(z, \eta_1)$, которые затем искажались помехой ϵ .

Ковариационные матрица ошибок начальных оценок параметров P_0 и матрица дисперсий погрешностей измерений температур E принимались в следующих диагональных формах:

$$P_0 = \text{diag} [10^{11} \ 1], E = \text{diag} [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1].$$

На рисунке 1 изображены движения оценок \hat{q}_m и \hat{C}_2 к своим эталонным значениям при начальном значении $\hat{C}_0 = 0,8$ и различных начальных величинах \hat{q}_{m0} , а на рисунке 2 соответственно при $\hat{C}_0 = 0,2$.

Как видно из графиков, для всех исходных величин наблюдается устойчивая сходимость оценок их эталонным значениям. Погрешность оценки максимальной плотности теплового потока \hat{q}_m при числе шагов вычисления не более 20 не превышает $\pm 3 \%$ независимо от неточности задания начальной оценки \hat{q}_{m0} , разброс которой может достигать 100 %.

Несколько худшая сходимость получена для оценки \hat{C}_2 , которая при числе шагов до

20 составляет $\pm 16\%$, а при числе шагов более 60 может уменьшиться до $\pm 5\%$.

Для приближенного определения достоверности оценок \hat{q}_m и \hat{C}_2 была исследована форма квадратичной функции невязки [5; 6]:

$$\Phi(\bar{X}) = \sum_{i=1}^N [\bar{f}_i(\bar{X}_o) - \bar{f}_i(\bar{X})]^2 [\bar{f}_i(\bar{X}_o) - \bar{f}_i(\bar{X})]^2.$$

Анализ линий уровней функции невязки в плоскости параметров \hat{q}_m и \hat{C}_2 показал, что в диапазоне параметров $1 \cdot 10^5 \text{ Вт/м}^2 < \hat{q}_m < 6 \cdot 10^5 \text{ Вт/м}^2$ и $0,2 < C_2 < 0,9$ имеется один глобальный экстремум, т. е. система глобально идентифицируема. Это подтверждается априорной оценкой их дисперсий и ковариаций.

Ковариационная матрица возможных ошибок записывается следующим образом:

$$P(\hat{X}) = \sigma^2 A^{-1},$$

где

$$A = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N u_{1i}^2 & \sum_{i=1}^N u_{2i} u_{1i} \\ \sum_{i=1}^N u_{1i} u_{2i} & \sum_{i=1}^N u_{2i}^2 \end{bmatrix},$$

$$u_{1i} = \frac{\partial \hat{t}_i}{\partial q_{m0}}; \quad u_{2i} = \frac{\partial \hat{t}_i}{\partial C_{20}} - \text{функции чувствительности для истинных значений вектора}$$

искомых параметров \bar{X}_0 ; σ^2 – дисперсия ошибок измерения.

После обращения матрицы A найдено: $\sigma_{q_m}^2 = 1 \cdot 10^7$; $\sigma_{C_2}^2 = 4,6 \cdot 10^{-4}$, и соответственно предельные относительные погрешности $\delta_{q_m} = 3\%$, $\delta_{C_2} = 5\%$.

Таким образом, выполненный априорный анализ идентифицируемости и результаты моделирования процедуры идентификации подтвердили возможность получения необходимой оценки точности определения стационарных плотностей тепловых потоков на поверхностях гильзы цилиндра и целесообразность применения метода оптимальной фильтрации Калмана при экспериментальных исследованиях в ДВС.

Выводы

1. Показана возможность определения плотности стационарных тепловых потоков методом оптимальной фильтрации Калмана для разработанной модели теплопередачи через гильзу цилиндра ДВС.

2. Результаты математического моделирования показали постоянную устойчивость и сходимость идентификации с окончательными предельными относительными погрешностями оценок максимальной плотности теплового потока и коэффициента аппроксимации, не превышающими 5%.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Конструирование двигателей внутреннего сгорания / Н. Д. Чайнов, Н. А. Иващенко, А. Н. Краснокутский, Л. Л. Мягков ; под ред. Н. Д. Чайнова. – Москва : Машиностроение, 2008. – 496 с.
2. Марченко А. П. Двигуни внутрішнього згорання. Т. 1 : Розробка конструкцій форсованих двигунів наземних транспортних машин / Марченко А. П., Рязанцев М. К., Шеховцов А. Ф. – Харків : Прапор, 2004. – 384 с.
3. Бек Дж. Некорректные обратные задачи теплопроводности : монография / Дж. Бек, Б. Блакуэлл, Ч. Сент-Клэр мл. ; пер. с англ. Е. А. Артюхина, И. И. Павловца ; под ред. В. П. Мишина, О. М. Алифанова. – Москва : Мир, 1989. – 312 с.
4. Темкин А. Г. Обратные методы теплопроводности / А. Г. Темкин. – Москва : Энергия, 1973. – 464 с.
5. Медич Дж. Статистически оптимальные линейные оценки и управление / Дж. Медич. – Москва : Энергия, 1973. – 440 с.
6. Симбирский Д. Ф. Температурная диагностика двигателей (пленочная термометрия и оптимальные оценки) / Д. Ф. Симбирский. – Киев : Техніка, 1976. – 208 с.
7. Успенская Л. Н. Оценка граничных условий теплообмена через поршневое кольцо ДВС / Л. Н. Успенская, В. Г. Заренбин // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури : зб. наук. праць. – Дніпропетровськ, 1998. – № 7. – С. 45-48.
8. Кошляков Н. С. Уравнения в частных производных математической физики / Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов. – Москва : Высшая школа, 1970. – 710 с.
9. Мотовиловец И. А. Теплопроводность пластин и тел вращения / И. А. Мотовиловец. – Киев : Наукова думка, 1969. – 143 с.
10. Заренбин В. Г. Розрахунки і вибір раціональних режимів обкатки двигунів під час капітального ремонту : монографія / В. Г. Заренбин, Л. М. Волчок. – Дніпропетровськ : ІМА-прес, 2007. – 72 с.

REFERENCES

1. Chainov N.D., Ivachenko N.A., Krasnokyt'skiy A.N. and Miagkov L.L. *Konstruirovaniye dvigatelei vnytrennego sgoraniya* [Construction of combustion engines]. Moskva: Mashinostpoenie, 2008, 496 p. (in Russian).
2. Marchenko A.P., Riazantsev M.K. and Chexovtsev A.F. *Dvyguny vnutrishnogo zgorannia. T. I. Rozrobka konstruktivnykh forsovannykh dvyguniv nazemnykh transportnykh mashyn* [Internal combustion engines. Volume 1: Development of construction of uprated engine of land]. Kharkov, Prapor, 2004, 384 p. (in Ukrainian).
3. Bek Dzh., Blakiem B. and Sent-Kler Ch.Ml. *Nekorrektnyye obratnyye zadachi teploprovodnosti* [Incorrect inverse heat conduction problems]. Moskva: Mir, 1989, 312 p. (in Russian).
4. Temkin A.G. *Obratnyye metody teploprovodnosti* [Inverse methods of thermal conductivity]. Moskva: Energiya, 1973, 464 p. (in Russian).
5. Medich Dzh. *Statisticheski optimalnyye lineinye otsenki i upravlenie* [Statistically optimal linear estimation and management]. Moskva: Energiya, 1973, 440 p. (in Russian).
6. Simbirskiy D.F. *Temperaturnaya diagnostika dvigatelei* [Thermal engine diagnostics]. Kiev: Tekhnika, 1976, 208 p. (in Russian).
7. Uspenskaya L.N. and Zarenbin V.G. *Otsenka granichnykh uslovij teploobmena cherez porshnevoe koltso DVS* [Assessment of the boundary conditions of heat transfer through the piston ring DVS]. *Visnyk Prydniprovskoi derzhavnoi akademii budivnyctva ta arhitektury* [Bulletin of Pridneprovs'ka State Academy of Civil Engineering and Architecture]. Dnepropetrovsk, 1998, no. 7, pp. 45-48. (in Russian).
8. Koshlyakov N.S., Gliner E.B. and Smirnov M.M. *Upavneniya v chasnykh proizvodnykh matematicheskoy fiziki* [Partial differential equations of mathematical physics]. Moskva: Vysshaya shola, 1970, 710 p. (in Russian).
9. Motovilovets I.A. *Teploprovodnost' plastin i tel vrashcheniya* [The thermal conductivity of the plates and the objects rotation]. Kiev: Naukova dumka, 1969, 143 p. (in Russian).
10. Zarenbin V.G. and Volchok L.M. *Rozrakhunky i vybir ratsionalnykh rezhymiv obkatky dvyguniv pid chas kapitalnogo remontu* [Calculations and selection of rational modes of engines running-in at overhaul]. Dnipropetrovsk: IMA-pres, 2007, 72 p. (in Ukrainian).

Рецензент: д-р т. н., проф. А. В. Плеханов

Надійшла до редколегії: 28.10.2015 р. Прийнята до друку: 11.11.2015 р.