

УДК 519.873

ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУРЫ СИСТЕМЫ ПРИ «ХОЛОДНОМ» РЕЗЕРВИРОВАНИИ

СЕМЕНЕЦ С. Н.^{1*}, канд. техн. наук, доц.,
НАСОНОВА С. С.^{2*}, канд. техн. наук, доц.,
ВЛАСЕНКО Ю. Е.^{3*}, канд. техн. наук, доц.,
КРИВЕНКОВА Л. Ю.^{4*}, ст. викл.

^{1*}Кафедра прикладной математики и информационных технологий, Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, Днепро, 49600, Украина, тел. +380676396064, e-mail: semenets.serg@gmail.com, ORCID ID: 0000-0003-0477-8795

^{2*}Кафедра высшей математики, Государственное высшее учебное заведение «Украинский государственный химико-технологический университет», пр. Гагарина, 8, Днепро, 49005, Украина, тел. +380979409856, e-mail: ms.nasonova.s@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-0920-7417

^{3*}Кафедра прикладной математики и информационных технологий, Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, Днепро, 49600, Украина, +38 (056) 756-34-10

^{4*}Кафедра прикладной математики и информационных технологий, Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепро, Украина, +38 (056) 756-34-10, e-mail: lyuk2406@i.ua.

Аннотация. *Цель работы* – дать проектировщикам высоконадежных технических систем, не владеющим современными методами оптимизации и навыками программирования, простой математический инструмент для выбора оптимальной структуры резервированной системы. *Методика.* При проектировании высоконадежных систем с использованием метода структурного резервирования всегда встает вопрос рационального выбора одного из нескольких вариантов состава системы. С одной стороны, желательно обеспечить каждый из элементов системы как можно большим количеством резервных элементов, а, с другой стороны, нельзя проектировать систему со слишком большими значениями стоимости, массы или габаритов. Поэтому актуальной является задача, каким образом зарезервировать систему так, чтобы обеспечить требуемый уровень надежности системы при допустимых затратах. Обычно задачи оптимального структурного резервирования технических систем формулируются в виде задачи нелинейного целочисленного программирования, а для их решения, в зависимости от сложности и требуемой точности, используются специальные алгоритмы, основанные, прежде всего, на методе динамического программирования. В данной статье предлагается новый подход к решению этих задач, основанный на представлении исходной оптимизационной модели в терминах задачи нелинейного целочисленного программирования с бинарными переменными и последующей ее численной реализацией в инструментальной среде табличного процессора MS Excel. *Выводы.* Полученные результаты на конкретных примерах показывают эффективность и достаточную общность рассмотренного подхода к решению задач оптимального резервирования. Предложенные оптимизационные модели относятся к классу задач нелинейного целочисленного программирования с бинарными переменными, для численной реализации которых хорошо приспособлен табличный процессор MS Excel. Эти модели могут быть полезны для анализа надежности технических систем на ранних стадиях их проектирования.

Ключевые слова: система, надежность, модель, оптимизация, структурное резервирование, бинарные переменные

ОПТИМІЗАЦІЯ СТРУКТУРИ СИСТЕМИ ЗА «ХОЛОДНОГО» РЕЗЕРВУВАННЯ

СЕМЕНЕЦЬ С. М.^{1*}, канд. техн. наук, доц.,
НАСОНОВА С. С.^{2*}, канд. техн. наук, доц.,
ВЛАСЕНКО Ю. Є.^{3*}, канд. техн. наук, доц.,
КРИВЕНКОВА Л. Ю.^{4*}, ст. викл.

^{1*}Кафедра прикладної математики та інформаційних технологій, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, Дніпро, 49600, Україна, тел. +380676396064, e-mail: semenets.serg@gmail.com, ORCID ID: 0000-0003-0477-8795

^{2*}Кафедра вищої математики, Державний вищий навчальний заклад «Український державний хіміко-технологічний університет», пр. Гагаріна, 8, Дніпро, 49005, Україна, тел. +380979409856, e-mail: ms.nasonova.s@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-0920-7417

^{3*}Кафедра прикладної математики та інформаційних технологій, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, Дніпро, 49600, Україна, +38 (056) 756-34-10

^{4*}Кафедра прикладної математики та інформаційних технологій, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, Дніпро, 49600, Україна, +38 (056) 756-34-10, e-mail: lyuk2406@i.ua.

Анотація. Мета статті – дати проектувальникам високонадійних технічних систем, які не володіють сучасними методами оптимізації та навичками програмування, простий математичний інструмент для вибору оптимальної структури резервованої системи. **Методика.** Під час проектування високонадійних систем із застосуванням методу структурного резервування завжди постає питання раціонального вибору одного з декількох варіантів складу системи. З одного боку, бажано забезпечити кожен з елементів системи якомога більшою кількістю резервних елементів, а, з іншого боку, не можна проектувати систему з дуже великими значеннями вартості, маси або габаритів. Тому постає питання, яким чином зарезервувати систему так, щоб забезпечити необхідний рівень надійності системи за допустимих витрат. Зазвичай задачі оптимального структурного резервування технічних систем формуються у вигляді задачі нелінійного цілочисельного програмування, а для їх розв’язання, залежно від складності і необхідної точності, застосовуються спеціальні алгоритми, засновані, перш за все, на методі динамічного програмування. У статті пропонується новий підхід до розв’язання цих задач, заснований на представленні вихідної оптимізаційної моделі в термінах задачі нелінійного цілочисельного програмування з бінарними змінними і подальшою її чисельною реалізацією в інструментальному середовищі табличного процесора MS Excel. **Висновки.** Отримані результати на конкретних прикладах показують ефективність і достатню спільність розглянутого підходу до виконання завдань оптимального резервування. Запропоновані оптимізаційні моделі належать до класу задач нелінійного цілочисельного програмування з бінарними змінними, для чисельної реалізації яких добре пристосований табличний процесор MS Excel. Ці моделі можуть бути корисні для аналізу надійності технічних систем на ранніх стадіях їх проектування.

Ключові слова: система, надійність, модель, оптимізація, структурне резервування, бінарні змінні

OPTIMIZATION OF THE STRUCTURE OF THE SYSTEM WITH «COLD» RESERVATION

SEMENETS S. N.^{1*}, *Cand. Sc. (Tech.), Ass. Prof.*,
NASONOVA S. S.^{2*}, *Cand. Sc. (Tech.), Ass. Prof.*,
VLASENKO Yu. E.,^{3*}, *Cand. Sc. (Tech.), Ass. Prof.*,
KRIVENKOVA L. Yu.^{4*}, *senior lect.*

^{1*}Department of Applied Mathematics and Information Technology, State Higher Education Establishment «Prydniprov'ska State Academy of Civil Engineering and Architecture», 24-A, Chernishevskogo str., Dnipro, 49600, Ukraine, tel. +380676396064, e-mail: semenets.serg@list.ru, ORCID ID: 0000-0003-0477-8795

^{2*}Department of higher mathematics, State Higher Education Establishment «Ukrainian state chemical - technological university», 8, Gagarin str., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +380979409856, e-mail: ms.nasonova.s@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-0920-7417

^{3*}Department of Applied Mathematics and Information Technology, State Higher Education Establishment «Prydniprov'ska State Academy of Civil Engineering and Architecture», 24-A, Chernishevskogo str., Dnipro, 49600, Ukraine, +38 (056) 756-34-10

^{4*}Department of Applied Mathematics and Information Technology, State Higher Education Establishment «Prydniprov'ska State Academy of Civil Engineering and Architecture», 24-A, Chernishevskogo str., Dnipro, 49600, Ukraine, +38 (056) 756-34-10, e-mail: lyuk2406@i.ua.

Annotation. Purpose – to give designers of highly technical systems, do not know the modern methods of optimization and programming skills, a simple mathematical tool for choosing the optimal structure of a redundant system. **Methodology.** In the design of highly reliable systems using the method of structural redundancy is always a question of rational choice of one of several options for the composition of the system. On the one hand, it is desirable to provide each of the elements of the system a greater number of redundant elements, and, on the other hand, can not be designed with too large system cost values mass or size. Therefore, the actual problem is, how to reserve the system so as to provide the required level of system reliability at acceptable cost. Usually, the problem of optimal structural redundancy of technical systems are formulated as a nonlinear integer programming problems and to solve them, depending on the complexity and required precision, using special algorithms based primarily on dynamic programming method. This article proposes an approach to solving these problems based on the representation of the original optimization model in terms of the problem of nonlinear integer programming with binary variables and its subsequent implementation in numerical workbench MS Excel spreadsheet processor. **Conclusions.** The resulting article of specific examples demonstrate the efficacy and sufficient generality of this approach to solving problems of optimal reservation. The proposed optimization models belong to the class of non-linear integer programming problems with binary variables for the numerical implementation of which is well suited spreadsheet MS Excel. These models may be useful for analyzing the reliability of technical systems in the early stages of their design.

Keywords: system, reliability, model, optimization, structural redundancy, binary variables

Постановка проблеми. Недостаточная эксплуатационных расходов в общих затратах на их проектирование, изготовление и применение. При этом стоимость эксплуата-

проектная надежность технических систем приводит к значительному увеличению доли

тацией может во много раз превосходить стоимость разработки и изготовления системы [4; 5; 7]. Поэтому надежность технических систем должна обеспечиваться, прежде всего, на этапе проектирования [2; 8].

Одним из основных методов обеспечения надежности проектируемых технических систем является метод структурного резервирования [1; 3; 6], предусматривающий использование избыточных элементов в системе. Суть структурного резервирования заключается в том, что в структуру системы помимо основного (резервируемого) объекта, содержащего минимально необходимое количество элементов, требуемых для нормального выполнения системой присущих ей функций, вводятся дополнительные элементы, идентичные (в смысле выполняемых рабочих функций и надежности) основным. Эти избыточные (резервные) элементы предназначены для выполнения рабочих функций основных элементов.

Таким образом, система с резервированием – это система, содержащая резервные структурные составляющие по отношению к резервируемому объекту, которые выполняют те же рабочие функции, что и соответствующие составляющие основного объекта. Резервированная система сохраняет работоспособность после очередного отказа какого-либо элемента, если количество работоспособных элементов не становится меньше минимально необходимого числа, предусмотренного нормативными требованиями к основному объекту.

При структурном резервировании всегда встает вопрос рационального выбора одного из нескольких вариантов состава системы. С одной стороны, для повышения надежности желательно обеспечить каждый из элементов системы как можно большим количеством резервных элементов, а, с другой стороны, нельзя проектировать систему со слишком большими значениями стоимости, массы или габаритов. Поэтому актуальной является задача, каким образом

зарезервировать систему так, чтобы обеспечить требуемый уровень надежности системы при допустимых затратах. Выбор характеристики затрат определяется видом системы и ее назначением. Например, для летательных аппаратов существенным фактором является масса, а для наземных систем – стоимость. Вне зависимости от физической сущности выбранную характеристику затрат для краткости далее будем называть стоимостью.

Обычно задачи оптимального структурного резервирования технических систем формулируются в виде задачи нелинейного целочисленного программирования, а для их решения, в зависимости от сложности и требуемой точности, используются специальные алгоритмы, основанные, прежде всего, на методе динамического программирования [3]. В данной статье предлагается новый подход к решению этих задач, основанный на представлении исходной оптимизационной модели в терминах задачи нелинейного целочисленного программирования с бинарными переменными и последующей ее численной реализацией в инструментальной среде табличного процессора MS Excel.

Цель статьи – дать проектировщикам высоконадежных технических систем, не владеющим современными методами оптимизации и навыками программирования, простой математический инструмент для выбора оптимальной структуры резервируемой системы.

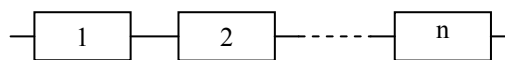


Рис.1. Структурная схема надежности основного объекта / Structural diagram of reliability of the main object

Основная часть. При постановке задачи оптимального структурного резервирования основной объект рассматривается как система, состоящая из n различных элементов, имеющих логически последовательное соединение [3] (рис.1). В качестве главного показателя надежности резервированной системы

принимается вероятность ее безотказной работы.

Считается, что поток отказов элементов, включенных в работу, описывается потоком Пуассона [2]. Возможные варианты резервирования основного объекта ограничиваются рассмотрением типовой схемы отдельного «холодного» резервирования с замещением и целой кратностью при идеальном переключателе [3; 6] (рис. 2).

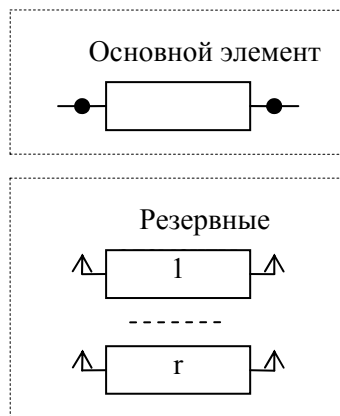


Рис. 2. Структурная схема надежности при «холодном» резервировании с замещением / Structural scheme of reliability with "cold" reservation with substitution

Заметим, что вероятность безотказной работы резервированной группы элементов, структурная схема надежности которой показана на рисунке 2, определяется по формуле Эрланга [3; 6]:

$$P(t) = e^{-\lambda t} \sum_{i=0}^r \frac{(\lambda t)^i}{i!}, \quad (1)$$

где λ – интенсивность отказов элемента, включенного в работу; r – кратность резервирования.

Введем следующие обозначения:

λ_k – интенсивность отказов элементов k -го типа, включенных в работу;

m – максимально допустимая кратность резервирования основных элементов;

c_k – стоимость одного элемента k -го типа;

x_{ki} – бинарная переменная, равная 1, если число резервных элементов k -го типа равно i , и $x_{ki} = 0$, если число резервных элементов k -го типа не равно i ;

$\rho_k(t)$ – вероятность безотказной работы основного элемента k -го типа, на протяжении времени t

$$\rho_k(t) = e^{-\lambda_k t}. \quad (2)$$

Рассмотрим некоторую резервированную группу, состоящую из элементов k -го типа. Принимая во внимание введенные обозначения, вероятность безотказной работы и стоимость этой резервированной группы можно найти по формулам:

$$P_k(t) = \rho_k(t) \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^i x_{ki} \frac{(\lambda_k t)^j}{j!} = \quad (3)$$

$$= e^{-\lambda_k t} \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^i x_{ki} \frac{(\lambda_k t)^j}{j!};$$

$$C_k = \sum_{i=0}^m (i \cdot c_k \cdot x_{ki}), \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (4)$$

С учетом логически последовательного соединения основных элементов и правила умножения вероятностей, а также соотношений (3) и (4), вероятность безотказной работы и стоимость всей резервированной системы определяются следующим образом:

$$P_s(X, t) = \prod_{k=1}^n P_k(t); \quad (5)$$

$$C_s(X) = \sum_{k=1}^n C_k, \quad (6)$$

где X – матрица, описывающая состав элементов резервированной системы

$$X = \begin{pmatrix} x_{10} & x_{11} & \dots & x_{1m} \\ x_{20} & x_{21} & \dots & x_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n0} & x_{n1} & \dots & x_{nm} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

В терминах задачи математического программирования возможны следующие две типовые постановки задачи оптимального структурного резервирования.

Задача 1: требуется найти состав резервных элементов (элементы матрицы X), обеспечивающий требуемый уровень надежности системы P^* на протяжении

заданного времени T при минимально возможной стоимости

$$\begin{aligned}
 C_s(X) &\rightarrow \min \\
 P_s(X, t) &\geq P^*, t \in [0, T]; \\
 \sum_{i=0}^m x_{ki} &= 1, k = 1, 2, \dots, n.
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Задача 2: требуется найти состав резервных элементов, обеспечивающий максимально возможный уровень надежности системы на протяжении заданного времени T при ограничении на ее стоимость

$$\begin{aligned}
 P_s(X, t) &\rightarrow \max \\
 C_s(X) &\leq C^*; t \in [0, T]; \\
 \sum_{i=0}^m x_{ki} &= 1, k = 1, 2, \dots, n.
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

Оптимизационные модели (8) и (9) имеют размерность $n \times m$ и относятся к классу задач целочисленного нелинейного программирования с бинарными переменными. Для численной реализации модели (8) использовалась надстройка MS Excel «Поиск решения». Задача решалась при следующих исходных данных: $n = 7$; $m = 4$; $P^* = 0,999$; $T = 10000$ час. Интенсивности отказов и стоимости элементов принимались по таблице 1. Найденные оптимальные значения неизвестных x_{ki} приведены в таблице 2. Оценки показателей надежности и стоимость оптимальной резервированной системы приведены в таблице 3, а соответствующая структурная схема надежности этой системы показана на рисунке 3.

Таблица 1

Исходные данные / Initial data

№ элемента	Интенсивность отказов (час ⁻¹)	Стоимость (тыс. грн)
1	$0,02 \cdot 10^{-4}$	25
2	$0,014 \cdot 10^{-4}$	52
3	$0,09 \cdot 10^{-4}$	12
4	$0,30 \cdot 10^{-4}$	17
5	$0,11 \cdot 10^{-4}$	29
6	$0,01 \cdot 10^{-4}$	43
7	$0,07 \cdot 10^{-4}$	34

Таблица 2

Оптимальные значения неизвестных x_{ki} / Optimal values of unknowns x_{ki}

k\i	0	1	2	3	4
1	0	1	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0	0	1	0	0
4	0	0	0	1	0
5	0	0	1	0	0
6	0	1	0	0	0
7	0	0	1	0	0

Таблица 3

Параметры надежности и стоимость оптимальной системы / The reliability parameters and the cost of an optimal system

P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P _s	C _s
0,9998	0,9999	0,9998	0,9997	0,9998	0,9999	0,9999	0,9990	533

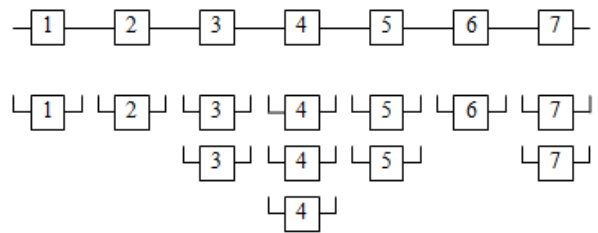


Рис. 3. Оптимальная структура резервированной системы / Optimal structure of the redundant system

Выводы. Полученные в статье результаты на конкретных примерах показывают эффективность и достаточную общность рассмотренного подхода к решению задач оптимального резервирования.

Предложенные оптимизационные модели (8) и (9) относятся к классу задач нелинейного целочисленного программирования с бинарными переменными, для численной реализации которых хорошо приспособлен табличный процессор MS Excel.

Эти модели могут быть полезны для анализа надежности технических систем на ранних стадиях их проектирования.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Обеспечение надежности сложных технических систем : учеб. для вузов / А. Н. Дорохов, В. А. Керножицкий, А. Н. Миронов, О. Л. Шестопалова. – Санкт Петербург : Лань, 2011. – 352 с.
2. Капур К. Надежность и проектирование систем/ К. Капур, Л. Ламберсон ; пер. с англ. Коваленко Е. Г., под ред. Ушакова И. А. – Москва : Мир, 1980. – 604 с.
3. Каштанов В. А. Теория надежности сложных систем: учебное пособие / В. А. Каштанов, А. И. Медведев. – 2-е изд., перераб. – Москва : Физматлит, 2010. – 606 с.
4. Острейковский В. А. Теория надежности : учеб. / В. А. Острейковский. – Москва : Высшая школа, 2003. – 463 с.
5. Половко А. М. Основы теории надежности : практикум / А. М. Половко, С. В. Гуров. – Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2006. – 560 с.
6. Рябинин И. А. Надежность и безопасность структурно-сложных систем / И. А. Рябинин. – Санкт Петербург : Политехника, 2000. – 248 с.
7. Семенец С. Н. Управление эксплуатационным состоянием нефтяных резервуаров по экономическим критериям / С. Н. Семенец, С. С. Насонова // Інформаційні технології в освіті, науці та управлінні : мат. наук.-практ. семінару, (Дніпропетровськ, 13 січня 2012 р.) / Придніпр. держ. акад. буд-ва та архітектури – Дніпропетровськ : ПДАБА, 2012. – С. 184–187.
8. Шишмарев В. Ю. Надёжность технических систем: учеб. для студ. вузов / В. Ю. Шишмарев. – Москва : Академия, 2010. – 304 с. – (Высшее профессиональное образование).

REFERENCES

1. Dorokhov A.N., Kernozhickij V.A., Mironov A. N. and Shestopalova O.L. *Obespechenie nadezhnosti slozhnyx texnicheskix sistem* [Ensuring the reliability of complex technical systems]. Sankt Peterburg: Lan', 2011, 352 p. (in Russian).
2. Kapur K. and Lamberson L. *Nadezhnost' i proektirovanie sistem* [Reliability and systems designing]. Moskva: Mir, 1980, 604 p. (in Russian)
3. Kashtanov V.A. and Medvedev A.I. *Teoriya nadezhnosti slozhnyx sistem* [Theory of reliability of complex system]. ed. 2, Moskva: Fizmatlit, 2010, 606 p. (in Russian)
4. Ostrejkovskij V.A. *Teoriya nadezhnosti* [Theory of reliability]. Moskva: Vysshaya Shkola, 2003, 463 p. (in Russian).
5. Polovko A.M. and Gurov S.V. *Osnovy teorii nadezhnosti* [Fundamentals of the theory of reliability]. Sankt Peterburg: BXV-Peterburg, 2006, 560 p. (in Russian).
6. Ryabinin I.A. *Nadezhnost' i bezopasnost' strukturno-slozhnyx sistem* [Reliability and safety of structurally complicated systems]. Sankt Peterburg: Politexnika, 2000, 248 p. (in Russian)
7. Semenets S.N. and Nasonova S.S. *Upravlenie ekspluatacionnym sostoyaniem neftyanyx rezervuarov po ekonomicheskim kriteriyam* [Operational status managing of oil tanks on economic criteria]. *Informazhiini tekhnologii v osviti, nauksi ta upravlinni: mat. nauk.-prakt. seminaru, (Dnipropetrovsk, 13 sichnia 2012 r.)* [Information technologies in education, science and management: proceedings of the mathematical scientific-practical seminar (Dnipropetrovsk, January 13, 2012)]. Prydnipr. derzh. akad. bud-va ta arhitektury [Prydniprov's'ka State Academy of Civil Engineering and Architecture]. Dnipropetrovsk: PDABA, 2012, pp. 184 -187. (in Russian)
8. Shishmarev V.Yu. *Nadezhnost texnicheskix sistem* [Reliability of technical systems]. Moskva: Academiya, 2010, 304 p. (in Russian)

Рецензент: Єршова Н. М. д-р техн. наук, проф.

Надійшла до редколегії: 12.10.2017 р.

Прийнята до друку: 22.10.2017 р.