

УДК 624.073

DOI: 10.30838/J.BPSACEA.2312.300819.65.512

## ВЕЛИКОПРОЛЬОТНІ БАЛКОВІ КЛІТКИ. УРАХУВАННЯ ЖОРСТКОГО ДИСКА СТАЛЕЗАЛІЗОБЕТОННОГО ПЕРЕКРИТТЯ

САВИЦЬКИЙ М. В.<sup>1</sup>, д. т. н., проф.,

ФРОЛОВ М. О.<sup>2</sup>, аспир.

<sup>1</sup> Кафедра залізобетонних та кам'яних конструкцій, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (0562) 47-02-98, e-mail: [sav15@ukr.net](mailto:sav15@ukr.net), ORCID ID: 0000-0003-4515-2457

<sup>2</sup> Кафедра залізобетонних і кам'яних конструкцій, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (0562) 47-02-98, ел. пошта: [templatar1995@gmail.com](mailto:templatar1995@gmail.com)

**Анотація. Постановка проблеми.** Сучасні методи моделювання і розрахунку споруд і їх елементів дозволяють досліджувати й аналізувати колосальну кількість умов, що впливають на окремі конструкції та споруди в цілому. Точність розрахунків настільки ж важлива, як і швидкість їх проведення в умовах жорсткої конкуренції. Для прискорення розрахунків приймаються різні спрощення та припущення, як, наприклад, розрахунок балкових кліток. Проте в разі використання як перекриття бетонних елементів або ж моноліту це спрощення перетворюється на вкрай грубу помилку. Сучасні програмні комплекси, що застосовують метод кінцевих елементів, у сукупності з потужністю сучасної обчислювальної техніки дозволяють створювати неймовірно за насиченістю і складністю розрахункові схеми. З ростом складності схем і, відповідно, рівнянь, які доводиться розв'язувати обчислювальною технікою, зростає і шанс похибки, яка може з'явитися просто через складність самої схеми. Тому актуальною постає тема спрощення розрахункових схем – де це потрібно і де цього не можна допускати. **Мета** дослідження – вивчення впливу елементів пластин у розрахунку за МКЕ на перерозподіл зусиль у балковій клітці. **В результаті** досліджень з'ясовано, що спрощена схема придатна для оцінювання конструкції, нехай і з легкої похибкою, але не враховує крутного моменту, який на великих прольотах може бути згубним. Варіант, який використовує універсальний КЕ плити, – відмінне рішення для розрахунку гнучких перекриттів і оцінювання впливу моментів від горизонтальних зусиль на балки з перетином великої висоти, і за швидкістю порівняний з першим варіантом. Універсальний КЕ оболонки – складний математичний об'єкт, який враховує зсувну жорсткість перекриття і часто може істотно впливати на несні конструкції, але для його застосування потрібне розуміння тонкощів роботи конструкцій і їх податливості впливам. Хоч цей елемент за правильного застосування дуже ефективний, швидкість його розрахунку нижча, ніж у КЕ плити, і в разі великої їх кількості може зайняти багато часу.

**Ключові слова:** метод кінцевих елементів; залізобетон; великопрольотні конструкції; програмні комплекси; перекриття споруд

## БОЛЬШЕПРОЛЕТНЫЕ БАЛОЧНЫЕ КЛЕТКИ. УЧЕТ ЖЕСТКОГО ДИСКА СТАЛЕЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО ПЕРЕКРЫТИЯ

САВИЦЬКИЙ Н. В.<sup>1</sup>, д. т. н., проф.,

ФРОЛОВ Н. А.<sup>2\*</sup>, аспир.

<sup>1</sup> Кафедра железобетонных и каменных конструкций, Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепро, Украина, тел. +38 (0562) 47-02-98, e-mail: [sav15@ukr.net](mailto:sav15@ukr.net), ORCID ID: 0000-0003-4515-2457

<sup>2</sup> Кафедра железобетонных и каменных конструкций, Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600 Днепро, Украина, тел. +38 (0562) 47-02-98, эл. почта: [templatar1995@gmail.com](mailto:templatar1995@gmail.com)

**Аннотация. Постановка проблемы.** Современные методы моделирования и расчета сооружений и их элементов позволяют исследовать и анализировать колоссальное количество условий, влияющих на отдельные конструкции и сооружение в целом. Точность расчетов столь же важна, сколь и скорость их проведения в условиях жесткой конкуренции. Для ускорения расчетов принимаются различные упрощающие допущения, как, к примеру, расчет балочных клеток. Тем не менее, в случае использования в качестве перекрытия бетонных элементов или же монолита данное упрощение превращается в крайне грубую ошибку. Современные программные комплексы, использующие метод конечных элементов, в совокупности с мощностью современной вычислительной техники позволяют создавать невероятные по насыщенности и сложности расчетные схемы. С ростом сложности схем, и, соответственно, уравнений, которые приходится решать вычислительной технике, растет и шанс погрешности, которая может появиться просто из-за сложности самой

схемы. Поэтому актуальной является тема упрощения расчетных схем – где это нужно и где этого нельзя допускать. **Цель** исследования – изучение влияния элементов пластин в расчете по МКЭ на перераспределение усилий в балочной клетке. **В результате** исследований выяснено, что упрощенная схема пригодна для оценки конструкции, пусть и с легкой погрешностью, но не учитывает крутящий момент, который на больших пролетах может быть губителен. Вариант, использующий универсальный КЭ плиты, является отличным решением для расчета гибких перекрытий и оценки влияния моментов от горизонтальных усилий на балки с сечением большой высоты, и по скорости сравним с первым вариантом. Универсальный КЭ оболочки является сложным математическим объектом, который учитывает сдвиговую жесткость перекрытия и часто может существенно влиять на несущие конструкции, но для его применения требуется понимание тонкостей работы конструкций и их податливости воздействиям. Хотя этот элемент при правильном применении способен на многое, скорость его расчета ниже, чем у КЭ плиты, и при большом их количестве может занять значительное время.

**Ключевые слова:** метод конечных элементов; железобетон; большепролетные конструкции; программные комплексы; перекрытия сооружений

## LONG-SPAN BEAM CELLS. CONSIDERING THE RIGIDITY OF THE STEEL AND CONCRETE FLOOR SLAB

SAVYTSKYI M.V.<sup>1</sup>, *Dr. Sc. (Tech.), Prof.*,  
FROLOV M.O.<sup>2\*</sup>, *Postgrad. Stud.*

<sup>1</sup> Department of Reinforced Concrete and Stone Structures, State Higher Educational Institution “Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture”, 24-A, Chernyshevskoho St., 49600, Dnipro, Ukraine, tel. +38 (0562) 47-02-98, email: sav15@ukr.net, ORCID ID: 0000-0003-4515-2457

<sup>2\*</sup> Department of Reinforced Concrete and Stone Structures, State Higher Educational Institution “Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture”, 24-A, Chernyshevskoho St., 49600, Dnipro, Ukraine, tel. +38 (0562) 47-02-98, email: templatar1995@gmail.com

**Abstract. Statement of the problem.** Modern methods of modeling and calculating structures and their elements allow us to investigate and analyze the enormous amount of conditions affecting individual structures and structures as a whole. The accuracy of the calculations is just as important as the speed of their performance under conditions of tough competition. To speed up the calculations, various simplifying assumptions are taken, such as, for example, the calculation of beam cells. However, in the case of the use of concrete elements as overlap or monolith, this simplification turns into an extremely gross error. Modern software systems that use the finite element method, in conjunction with the power of modern computing technology, make it possible to create design schemes that are incredible in terms of saturation and complexity. With the increasing complexity of the schemes, and, accordingly, the equations that have to be solved by computer technology, the chance of an error that may appear simply because of the complexity of the scheme itself grows. Therefore, the topic of simplifying calculation schemes is relevant – where it is needed and where it should not be allowed. **The purpose of the article** is to study the influence of plate elements in terms of FEM on the redistribution of efforts in a beam cell. **The result** of research, it was found that the simplified scheme is suitable for evaluating the design, albeit with a slight error, but does not take into account the torque, which on large spans can be disastrous. The variant using the universal plate FE is an excellent solution for calculating flexible floors, and evaluating the influence of moments from horizontal forces on beams with a large cross section, and is comparable in speed to the first option. Universal FE shell is a complex mathematical object that takes into account the shear stiffness of the overlap, and can often have a significant impact on the supporting structure, but its application requires an understanding of the subtleties of the structures, and their compliance to the effects. Although this element is capable of a lot when used correctly, its calculation speed is lower than that of FE plate, and with a large number of them it can take considerable time.

**Keywords:** finite element method; reinforced concrete; large-span structures; software complexes; floor slabs

**Постановка проблеми.** Сучасні методи моделювання і розрахунку споруд і їх елементів дозволяють досліджувати й аналізувати колосальну кількість умов, що впливають на окремі конструкції та споруди в цілому. Точність розрахунків настільки ж важлива, як і швидкість їх проведення в умовах жорсткої конкуренції. Для прискорення розрахунків приймаються різні

припущення, як, наприклад, розрахунок балкових кліток.

У разі, коли балкова клітка являє собою конструкцію зі сталі, вилучення з моделі самого перекрыття, що лежить на балковій клітці стало стандартною практикою. І справді, урахування жорсткості листової сталі, або, більше того, – просічно-втяжного профілю, не вважається

актуальним, крім особливо складних випадків, і більшою мірою є темою різних досліджень. Це зумовлено низькою жорсткістю такого перекриття – тонка сталь не в змозі передавати значні горизонтальні зусилля, і прийняте спрощення дещо прискорює розрахунок, і полегшує його для оцінювання конструкцій в «польових» умовах.

Проте в разі використання як перекриття бетонних елементів або ж моноліту це спрощення перетворюється на вкрай грубу помилку. Проблема зростає зі збільшенням прольоту, і на значних прольотах ця помилка досягає неймовірних масштабів, тому не припустима.

Тим більше схильні до цього споруди, що зводяться в наші дні – геній архітектури, вимоги економіки, і нові матеріали дозволяють створювати споруди все вищі і ширші, а несні конструкції все тонше і рідше.

Сучасні програмні комплекси, що застосовують метод кінцевих елементів, у сукупності з потужністю сучасної обчислювальної техніки дозволяють створювати неймовірні за насиченістю і складністю розрахункові схеми. Чому ж тоді гостро стоїть питання спрощення завдань? Причина тому – кількість впливів, що дають на конструкції, а також основний принцип теорії надійності, який говорить, що надійність системи залежна від кількості складових її елементів. Програмні комплекси мають потужні обчислювальні можливості, але, все ж, будь-яке обчислення – це всього лише математика.

Із ростом складності схем і, відповідно, рівнянь, які доводиться розв'язувати обчислювальною технікою, зростає і шанс похибки, яка може з'явитися просто через складність самої схеми. Просте округлення, неминуче в будь-якому програмному комплексі, що відбулося тисячі разів, з тисячами і сотнями тисяч елементів, у кінцевому рахунку приведе до неправильного, часом абсурдного, результату. Тому актуальною постає тема спрощення розрахункових схем – де це потрібно і де цього не можна допускати.

**Аналіз публікацій.** Метод скінченних елементів (МСЕ) покладено в основу практично всіх існуючих програмних комплексів, особливо – будівельного призначення. Проте він не позбавлений недоліків – різні теорії МСЕ застосовні лише до певних етапів. Більшість схем методу скінченних елементів будується на основі принципу мінімуму потенційної енергії. Однак ним визначаються тільки переміщення, а внутрішні сили обчислюються через похідні від функцій переміщення, що в кінцевому рахунку викликає великі похибки визначення напружень [4], в результаті чого для більш точних і незалежних розрахунків часто застосовуються не настільки прості, а отже, більш витратні з точки зору обчислень методи.

Сучасні програмні комплекси мають як спрощені так і ускладнені елементи. Основні положення розрахунку конструкцій спонукають до вибору ступеня ідеалізації роботи конструкції відповідно до характеру розв'язуваної задачі [2; 5], тобто вибір використаних кінцевих елементів повинен враховувати їх характеристики в сукупності із загальними принципами роботи модельованої конструкції.

**Мета дослідження** – вивчити вплив елементів пластин у розрахунку за МСЕ на перерозподіл зусиль у балковій клітці.

**Основний матеріал.** Правильне врахування впливу жорсткості перекриття на балкову клітку – важливий пункт у проектуванні споруди.

Для зручності експерименту приймемо балкову клітку із двома прольотами головної балки довжиною 18 м, і другорядними балками такої ж довжини, з кроком в 6 м, жорстко закріплену до колон осередком 18×18 м. Приймаємо одиничне навантаження в 1 т/м<sup>2</sup> для вертикальної, і 0,1 т/м.п. для горизонтального навантаження нашої конструкції. Розглянемо три варіанти можливого врахування навантажень від перекриттів на балкові клітки, що являють собою несну конструкцію даного перекриття:

– варіант I. Стандартна практика в проектуванні балкових кліток, особливо з сталевим настилом: збирання навантажень із вантажних площ на балки без урахування впливу самого настилу;

– варіант II. Використання універсального чотирикутного КЕ плити, що не враховує зсувних навантажень, для моделювання нежорстких перекриттів;

– варіант III. Використання універсального чотирикутного КЕ оболонки, що враховує зсувні навантажень, для моделювання жорстких перекриттів.

Для моделювання варіанта I не використовуються елементи пластин, і зібране навантаження з вантажних площ на другорядні балки дорівнює 6 і 3 т/м.п. для центральних і крайніх балок відповідно. Як ключові точки для аналізу результатів приймемо чверть перекриття, беручи до уваги, що в інших чвертях зусилля такі ж, дзеркально розташовані по січних площинах. Позначимо порівнювані головні балки як ГБ-1 (крайня) і ГБ-2 (центральна), а другорядні балки як ВБ-1, ..., ВБ-4 (див. рис. 1).

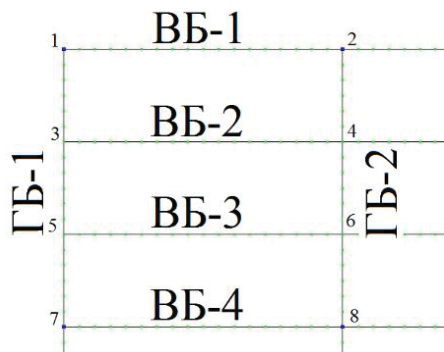
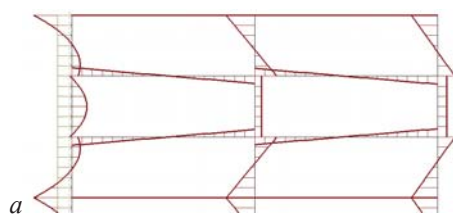


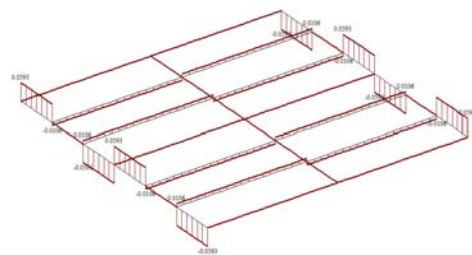
Рис. 1. Схема позначення порівнюваних елементів / Fig. 1. Designation scheme of the compared elements

Після проведення моделювання отримані результати були зведені в таблицю 1. Опора 1 і опора 2 прийняті відповідно до схеми (рис. 1) «від меншого

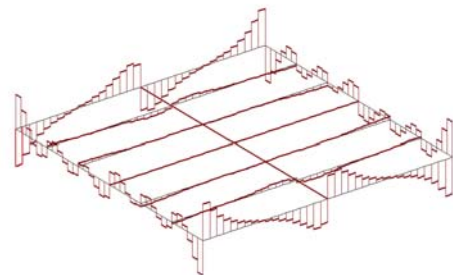


до більшого». Наприклад, для ГБ-1 опора 1 – це т. 1, опора 2 – т. 7, для ГБ-2 опора 1 – т. 3, опора 2 – т. 4 і т. д.

Для вертикальних зусиль різниці між варіантами II і III не було виявлено, й обидва варіанти поміщені в один рядок. Згідно з даними цієї таблиці, використання КЕ пластин викликає перерозподіл згинальних моментів  $M_u$  від центра ближче до краю (особливо добре це помітно на ГБ-2, де опора 1 розташована скраю перекриття, а опора 2 – його центр), і зростає крутний момент. Більше того, спотворюється візерунок епюр крутних моментів, і якщо у варіанті I вони прямокутні, то у варіанті II вони набувають форму кривої (рис. 2), при чому значення в прольоті недалеко від опори може виявитися вищим опорного (див. табл. 1, показники, позначені «\*»)

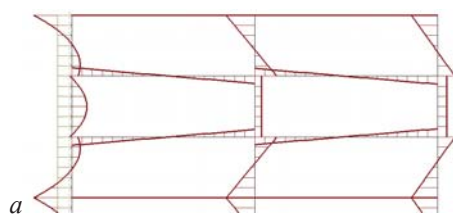


а



б (b)

Рис. 2. Форма епюр крутних моментів: а – варіант I, б – варіанту II і III / Fig. 2. The shape of the diagrams of torques: a – option I, b – options II and III



б (b)

Рис. 3. Форма епюр згинальних моментів  $M_z$ : а – варіанту I і II, б – варіант III / Fig. 3. The shape of the diagrams of bending moments  $M_z$ : a – options I and II, b – option III

Таблиця 1

Таблиця зусиль в елементах від вертикального навантаження в т/м<sup>2</sup>  
Table of forces in elements from vertical load, t/m<sup>2</sup>

Елемент	№ вар.	Згинальні моменти $M_y$ , т·м			Крутні моменти $M_x$ , т·м		
		Опора 1	Проліт	Опора 2	Опора 1	Проліт	Опора 2
ГБ-1	1	-169	84,3	-169,0	0,059	0	-0,059
	2,3	-181	87,9	-168,0	0,332	-0,148*	-0,129
ГБ-2	1	-527	263,0	-527,0	0	0	0
	2,3	-560	269,0	-521,0	0	0	0
ВБ-1	1	-81	40,5	-81,0	0	0	0
	2,3	-66,5	34,3	-60,1	-0,350	0,248*	0,224
ВБ-2	1	-0,059	148,0	-213,0	-0,011	-0,011	-0,011
	2,3	0,151	158,0	-221,0	0,017	-0,042*	-0,017
ВБ-3	1	-0,059	148,0	-213,0	0,011	0,011	0,011
	2,3	0,121	134,0	-184,0	0,030	0,005*	0,002
ВБ-4	1	-162	81,0	-162,0	0	0	0
	2,3	-182	91,5	-174,0	0	0	0

Тепер розглянемо вплив елементів пластин на горизонтальне навантаження. Порівняємо епюри моментів варіантів I, II і III (рис. 3).

Зазначимо, що використання універсального 4-кутного КЕ плити не враховує передачу зсувних навантажень, і в даному випадку рівноцінне варіанту I. Використання ж універсального 4-кутного КЕ оболонки викликає перерозподіл моментів в балку, де прикладене навантаження, де КЕ оболонки починає виконувати функцію опори для стержня, внаслідок чого моменти далі не переходять.

Також було помічено зменшення значення згинального моменту  $M_z$  – якщо варіанти I і II відповідають на навантаження в 0,1 т/м.п. мінімальним  $-0,57$  т·м, і максимальним зусиллям 0,99 т, то варіант III  $-0,15$  т·м і 0,3 т·м відповідно.

Проте, варто пам'ятати що жорсткий диск перекриття утримує тільки частину балки, яка являє собою опорою для цього перекриття. Тож слід ураховувати, що в разі моделювання багат шарових перекриттів в особливо відповідальних конструкціях, наприклад, багат шаровий бетон, бажане урахування всіх шарів окремо [1], зважаючи на складну об'ємну роботу перекриття.

**Висновок.** Розглянуті варіанти відповідають стандартній інженерній оцінці (варіант I), розрахунку балкової клітки із

гнучким перекриттям, наприклад, розрахунок балкової клітки зі сталевим настилом (варіант II), і розрахунку балкової клітки з урахуванням впливу жорсткого диска перекриття, наприклад, залізобетонних плит, установлених на другорядні балки (варіант III).

У результаті досліджень з'ясовано, що спрощена схема придатна для оцінювання конструкції, нехай і з легкою похибкою, але не враховує крутного моменту, який на великих прольотах може бути згубним.

Однак цей варіант може бути єдино правильним розрахунковим методом для оцінювання сталезалізобетонних перекриттів на етапі зведення, до формування сталезалізобетонного перетину [3]. Варіант, який використовує універсальний КЕ плити, – відмінне рішення для розрахунку гнучких перекриттів і оцінювання впливу моментів від горизонтальних зусиль на балки з перетином великої висоти, і за швидкістю порівнюваний з першим варіантом.

Універсальний КЕ оболонки – складний математичний об'єкт, який враховує зсувну жорсткість перекриття і часто може істотно впливати на несні конструкції, але для його застосування потрібне розуміння тонкощів роботи конструкцій і їх податливості впливам. Хоч цей елемент за умови правильного застосування здатний на багато

що, швидкість його розрахунку нижча, ніж у КЕ плити, і за великої їх кількості може зайняти значний час.

Подальше вивчення поведінки конструкцій у разі застосування інших

кінцевих елементів – важливий крок до розроблення точних методик і рекомендацій до розрахунків методом кінцевих елементів.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Несущая способность и деформативность многослойных плит перекрытия : дис. канд. тех. наук: 05.23.01 – строительные материалы и изделия / Л. И. Вознюк. – Санкт-Петербург, 2018. – 26 с. – Режим доступа : [http://p.edu.ua/sites/default/files/dissertation/2018/9105/dys\\_vozniuk\\_l.i.pdf](http://p.edu.ua/sites/default/files/dissertation/2018/9105/dys_vozniuk_l.i.pdf)
2. ДБН В.2.6-98: 2009. Конструкції будинків та споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. – Київ : Мінрегіонбуд України, 2011. – 67 с. – Режим доступу : <https://dbn.co.ua/load/normativy/dbn/1-1-0-792#load>
3. Замалиев Ф. С. Напряженно-деформированное состояние сталежелезобетонной конструкции на этапе возведения / Ф. С. Замалиев // Известия КазГАСУ. – Казань : КазГАСУ, 2011. – Вып. 1. – С. 47–54.
4. Метод конечных элементов в теории оболочек и пластин : монография / [Р. Б. Рикардс]. – Рига : Зинатне, 1988. – 284 с.
5. Jhonson R. P. Composite Structures of Steel and Concrete. Beams, slabs, columns, and frames for buildings : monography / [R. P. Jhonson]. – Blackwell Publishing, 2004. – 230 p.

### REFERENCES

1. Voznyuk L.I. *Nesushchaya sposobnost' i deformativnost' mnogosloynnykh plit perekrytiya: dis. kand. tech. nauk : 05.23.01.* [Bearing capacity and deformability of multilayer floor slabs: dis. cand. tech. of sciences ]. Saint-Petersburg, 2018, 26 p. (in Russian).
2. DBN V.2.6-98: 2009. *Konstrukcii budinkiv ta sporud. Betonni ta zalizobetonni konstrukcii. Osnovni polojennya.* [The construction of buildings and structures. Concrete and reinforced concrete structures. The main provisions]. Kyiv : Ministry of Regional Development of Ukraine, 2011, 67 p. (in Ukrainian)
3. Zamaliyev F.S. *Napryazhenno-deformirovannoye sostoyaniye stalezhelezobetonnoy konstruksii na etape vozvedeniya* [The stress-strain state of the steel-reinforced concrete structure at the construction stage]. *Izvestiya KazGASU* [The news of KazSACU]. Kazan' : KazSACU, 2011, vyp. 1, pp. 47–54. (in Russian).
4. Rickards R.B. *Method konechnih elementov v teorii obolichek i plastin* [The finite element method in the theory of shells and plates]. Riga : Zynatne, 1988, 284 p. (in Russian).
5. Jhonson R.P. *Composite Structures of Steel and Concrete. Beams, slabs, columns, and frames for buildings.* Blackwell Publishing, 2004, 230 p.

Надійшла до редакції: 13.07.19 р.