

## ОПТИМІЗАЦІЯ ФІНАНСОВО-ГОСПОДАРСЬКОЇ ДІЯЛЬНОСТІ ПІДПРИЄМСТВА

У статті розглянуто процес оптимізації фінансово-господарської діяльності підприємства для розробки стратегії розвитку підприємства й проектування оптимальних планів. Описано метод визначення планових показників фінансово-господарської діяльності підприємства на найближчий плановий період у вигляді певних алгоритмів. Розглянуто можливі методи оптимального управління показниками фінансово-господарської діяльності підприємства.

Optimization of the financial and economic activities for the enterprise strategy development and design of optimal plans are considered in the article. The method for determining the targets of financial and economic activities for the near planning period in the form of certain algorithms is briefly described. Possible methods of optimal control parameters of financial and business enterprises are investigated.

**Постановка проблеми у загальному вигляді.** Сучасні умови господарювання, що викликані динамікою ринкових процесів та загостренням конкуренції, суттєво знижують ефективність системи бізнес-планування, яка потребує гнучкого механізму реагування на постійні зміни середовища. Тому на сучасному етапі розвитку економіки України актуальним питанням є розроблення ефективної економічної моделі розвитку підприємства.

**Аналіз досліджень і публікацій останніх років.** Проблемам розробки механізмів, які регулюють фінансово-господарську діяльність підприємств у ринкових відносинах, присвячено багато праць вітчизняних і закордонних учених-економістів, зокрема І. О. Бланка, І. Т. Балабанова, Я. Г. Берсуцького, І. П. Булеєва, Р. Дамари, К. Друри, Т. С. Клебанової, О. І. Ковальова, Ю. Г. Лисенка, Д. Мідлттона, С. Я. Салиги, Е. А. Уткіна, Р. А. Фатхутдінова, Н. Г. Чумаченка, А. Д. Шеремета та інших. Однак сьогодні набуває актуальності розробка економіко-математичних моделей управління фінансово-господарською діяльністю підприємства, спрямованих на підвищення ефективності виробництва.

**Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми.** Застосовуючи сучасні методи стратегічного управління, підприємства повинні змінювати існуючий фінансово-господарський механізм, який не відповідає вимогам ринкової економіки. Доцільно науково та зважено підійти не тільки до розроблення та реалізації стратегії розвитку підприємства, але й до однієї із її головних складових – економічної стратегії фінансово-господарської діяльності.

**Постановка завдання.** Фінансово-господарська діяльність підприємств має приносити найкращі результати за найменших затрат ресурсів. Це означає, що фінансово-господарське управління підприємством має бути оптимальним щодо витрат фінансових та інших ресурсів й отримання прибутку. Тому, для планування діяльності підприємства важливо застосувати методи теорії оптимального управління [1, с.275–281; 2, с.356–400; 3, с.256–365]. Теорія оптимального управління добре розроблена, її методи широко застосовують для різноманітних економічних та інших задач управління [4, с.181–283]. Для вироблення стратегії розвитку підприємства й проектування оптимальних планів її втілення важливо застосувати методи оптимального управління структурою фінансовий та інших ресурсів підприємства. У зв'язку з цим, метою статті є розроблення оптимізаційних

моделей діяльності підприємства, придатних для аналізу й планування його діяльності.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Розглянемо задачу досягнення підприємством бажаного стану за визначений проміжок часу. Для розв'язання цієї задачі візьмемо нелінійну нестационарну модель (1) з початковими умовами (2):

$$\begin{cases} \frac{dx_i}{dt} = F_i(t); \\ i = \overline{1, n} \end{cases} \quad (1)$$

$$x_i^0 = x_i(t_k) \quad k \in [1, m], \quad i = \overline{1, n}. \quad (2)$$

Нехай стан підприємства описують показники  $x_i(t)$  ( $i = \overline{1, n}$ ), які є динамічними змінними моделі:

$$dx_i/dt = G_i(t) \quad (i = \overline{1, n}). \quad (3)$$

Припустимо, що відомий проміжок часу  $[t_0, t_K]$  протягом якого здійснюється планування діяльності підприємства. Також відомі значення змінних стану, яких необхідно досягнути в кінцевий момент планування:

$$x_i^K = x_i(t_K) \quad (i = \overline{1, n}). \quad (4)$$

Рівняння (1) з початковими умовами  $x_i^K$  ( $i = \overline{1, n}$ ) становлять задачу Коші, яка має єдиний розв'язок. Цей розв'язок імітує зміну показників діяльності підприємства протягом проміжку часу  $[t_0, t_K]$ . Розв'язок рівнянь  $dx_i/dt = G_i(t)$  ( $i = \overline{1, n}$ ) з початковими умовами (2) у зворотному напрямі часу від визначеного кінцевого моменту часу  $t_K$  до деякого початкового моменту часу  $t_0$  ( $t_0 < t_K$ ) неважко знайти за допомогою числових методів. Значення цього розв'язку в момент часу  $t_0$  описує стан  $x_i(t_0)$  ( $i = \overline{1, n}$ ) динамічної системи (1), з якого вона перейде в стан  $x_i(t_K)$  ( $i = \overline{1, n}$ ) за проміжок часу  $[t_0, t_K]$ .

Це означає, якщо для планування діяльності підприємства у наступному плановому періоді обрати значення показників діяльності  $x_i(t_0)$  ( $i = \overline{1, n}$ ) на основі розв'язування (1) у зворотному напрямі часу від  $x_i^K$  ( $i = \overline{1, n}$ ), тоді через проміжок часу  $[t_0, t_K]$  показники діяльності підприємства  $x_i(t_k)$  ( $i = \overline{1, n}$ ) досягнуть бажаних значень. Зауважимо, що такий метод визначення планових значень показників діяльності підприємства не належить до методів оптимального управління. Але він придатний для вибору планових значень показників діяльності підприємства, якщо внутрішні обставини його фінансово-господарської діяльності та зовнішні умови залишаються такими, які і під час проміжку часу, на якому були ідентифіковані параметри моделі (1). У цьому розумінні описаний метод є квазіоптимальним.

Стисло опишемо метод визначення планових показників фінансово-господарської діяльності підприємства на найближчий плановий період у вигляді наступного алгоритму.

Алгоритм 1. Короткотермінове квазіоптимальне управління показниками діяльності підприємства:

- 1) на основі аналізу діяльності підприємства обрати перелік традиційних показників, які описують його діяльність за минулі звітні періоди  $x_i(t_k)$  ( $i = \overline{1, n}$ );
- 2) встановити значення показників діяльності підприємства за минулий період  $x_i(t_k)$  ( $i = \overline{1, n}$ ;  $k = \overline{1, m}$ );
- 3) апроксимувати значення показників  $x_i(t_k)$  ( $i = \overline{1, n}$ ;  $k = \overline{1, m}$ ) нелійними функціями від часу  $F_i(t) = x_i(t)$  ( $i = \overline{1, n}$ ;  $t \in [t_1, t_m]$ );
- 4) аналітичним диференціюванням вирахувати похідні  $G_i = dF_i/dt$  ( $i = \overline{1, n}$ );
- 5) визначити значення (4) – планові значення змінних стану  $x_i(t_K)$  ( $i = \overline{1, n}$ ), яких бажано досягнути в майбутній момент часу  $t_K$ ;

- 6) визначити момент  $t_0$  планування змінних стану на майбутній найближчий плановий період;
- 7) розв'язати систему звичайних диференціальних рівнянь  $dx_i/dt = G_i(t)$  ( $i = \overline{1, n}$ ) з початковими умовами (4) в зворотному напрямі часу від  $t_k$  до  $t_0$ ;
- 8) вибрати планові значення показників діяльності підприємства на найближчий плановий період з розв'язку  $x_i(t_0)$  ( $i = \overline{1, n}$ ) рівнянь (1).

Схематично описаний метод квазіоптимального управління діяльністю підприємства відображено на рис. 1.



Рис. 1. Схема квазіоптимального планування показників діяльності підприємства

Описаний метод вибору планових значень показників діяльності підприємства слугує засобом для вдосконалення планування діяльності на короткі проміжки часу. За допомогою цього методу легко обрати такі значення показників на початку планового періоду, які можуть привести до бажаних оптимальних їхніх значень на кінець планового періоду.

Але таке досягнення бажаних значень можливе лише тоді, якщо не змінюються внутрішні обставини підприємства й зовнішні умови його діяльності. Такі внутрішні та зовнішні умови мало змінюються лише протягом нетривалих проміжків часу. Крім того, знайдені планові значення показників  $x_i(t_0)$  ( $i = \overline{1, n}$ ) є такими, що полегшують перехід підприємства зі стану  $x_i(t_0)$  ( $i = \overline{1, n}$ ) у стан  $x_i(t_k)$  ( $i = \overline{1, n}$ ), але це не означає, що управління підприємством під час переходу від останнього минулого (поточного) періоду  $x_i(t_m)$  ( $i = \overline{1, n}$ ) до найближчого планового періоду  $x_i(t_0)$  ( $i = \overline{1, n}$ ) буде ефективним або допустимим. Тому, знайдені планові значення показників  $x_i(t_0)$  ( $i = \overline{1, n}$ ) лише вказують на бажані значення. Ці значення не є достатніми й необхідними для оптимального переходу зі стану  $x_i(t_m)$  ( $i = \overline{1, n}$ ) у стан  $x_i(t_k)$  ( $i = \overline{1, n}$ ). Тому показники діяльності підприємства, визначені за алгоритмом 1, допомагають автоматизувати розроблення планів його діяльності. Але вони не дозволяють здійснити найбільш ефективне управління підприємством. У цьому сенсі описаний вище метод планування діяльності підприємства є квазіоптимальним. А для більш ефективної діяльності підприємства необхідно застосовувати методи оптимального управління.

Розглянемо можливі методи оптимального управління показниками фінансово-господарської діяльності підприємства. Спершу розглянемо метод моделювання діяльності підприємств на основі відомих вхідних й вихідних величин із застосуванням нелінійної апроксимації [5, с.81–83; 6, с.100–120; 7, с.13–21].

Нехай діяльність підприємства описують показники  $y_i(t)$  ( $i = \overline{1, N}$ ), де  $N$  – їхня кількість. На підприємство впливають зовнішні чинники  $u_i(t)$  ( $i = \overline{1, M}$ ), де  $M$  – їхня кількість. Показники  $y_i(t)$  ( $i = \overline{1, N}$ ) є виходами підприємства як системи, вони також відображають його економічний стан. Чинники впливу  $u_i(t)$  ( $i = \overline{1, M}$ ) є входами підприємства як системи.

Вважатимемо, що значення  $y_i(t)$  ( $i = \overline{1, N}$ ),  $u_i(t)$  ( $i = \overline{1, M}$ ) є відомими для минулих

проміжків часу:

$$y_i(t_k), (i = \overline{1, N}; k = \overline{1, m}), \quad (5)$$

$$u_i(t_k) (i = \overline{1, M}; k = \overline{1, m}), \quad (6)$$

де  $m$  – кількість дискретно заданих значень вхідних і вихідних величин.

У поставленому завданні величини  $y_i(t)$  ( $i = \overline{1, N}$ ),  $u_i(t)$  ( $i = \overline{1, M}$ ) протягом часу спостереження  $t \in [t_1, t_m]$  монотонно змінюються, або мають декілька аперіодичних коливань. Така їхня властивість впливає з економічної природи. Адже вони відображають декілька періодів діяльності (виробничих циклів) досліджуваного підприємства. Завдяки цьому для кожного входу і виходу практично неважко побудувати апроксимацію нелінійною функцією.

Нехай, для усіх виходів  $y_i(t)$  за даними (5) отримано нелінійну апроксимацію функцією  $f_i(t)$  на  $t \in [t_1, t_m]$  ( $i = \overline{1, N}$ ). Аналогічно для всіх входів  $u_i(t)$  отримано нелінійну апроксимацію функцією  $g_i(t)$  на  $t \in [t_1, t_m]$  ( $i = \overline{1, M}$ ).

Припустимо, що функції  $f_i(t)$  ( $i = \overline{1, N}$ ),  $g_i(t)$  ( $i = \overline{1, M}$ ) мають  $n$  ненульових похідних  $f_i^l(t) = f_i^{(l)}(t)$ ,  $g_i^l(t) = g_i^{(l)}(t)$  ( $l = \overline{0, n}$ ;  $t \in [t_1, t_m]$ ). Таке припущення впливає з умови вибору нелінійних апроксимацій (5), (6).

Апроксимуємо перші похідні  $f_i^l(t)$ ,  $g_i^l(t)$  ( $l = \overline{0, n}$ ) поліномами від багатьох аргументів на  $t \in [t_1, t_m]$ :

$$g_i^l(t) = P_i^y(b_y) (i = \overline{1, N}); \quad (7)$$

$$f_i^l(t) = P_i^u(b_u) (i = \overline{1, M}), \quad (8)$$

де символами  $b_y$ ,  $b_u$  позначено вектори аргументів:

$$b_y = (g_1^2, \dots, g_1^n, \dots, g_N^2, \dots, g_N^n)$$

$$b_u = (f_1^2, \dots, f_1^n, \dots, f_N^2, \dots, f_N^n, g_1^2, \dots, g_1^n, \dots, g_N^2, \dots, g_N^n)$$

Підставляючи в рівняннях (7), (8) замість лівих сторін похідні відповідних виходів і входів отримуємо таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{dy_i}{dt} = P_i^y(b_y); (i = \overline{1, N}) \\ \frac{du_i}{dt} = P_i^u(b_u); (i = \overline{1, M}) \end{cases} \quad (9)$$

Розв'язки рівнянь (9) з початковими умовами:

$$y_i^0 = y_i(t_0) (i = \overline{1, N}), u_i^0 = u_i(t_0) (i = \overline{1, M}), \quad (10)$$

вибраними з дискретних залежностей (5), (6), імітують їх.

Якщо у векторі аргументів  $b_u$  за вхідну дію вибрати пробний вплив, який описують параметри  $g_1^2, \dots, g_1^n, \dots, g_N^2, \dots, g_N^n$ , тоді отримуємо таку неавтономну модель:

$$\frac{dy_i}{dt} = P_i^y(b_y); (i = \overline{1, N}). \quad (11)$$

Розв'язки рівнянь (11) з початковими умовами,

$$y_i^0 = y_i(t_0) (i = \overline{1, N}), \quad (12)$$

які лежать в певному околі значень (5), і вхідними впливами, що лежать в певному околі значень (6), імітують пробний вплив зовнішніх чинників на динаміку показників діяльності підприємства. Зауважимо, що для апроксимації (7), (8) придатні методи мінімізації регуляризованого функціоналу Тихонова й редукції апроксимаційного базису [8, с.270–288; 9, с.190–200]. Система рівнянь (11) придатна для прогнозування показників діяльності підприємства та її застосування для оптимізації управління підприємством. Схематично модель (11), (12) відображено на рис. 2. Детальний порядок обчислень,

необхідних для розроблення цієї моделі, подано в алгоритмі 2.

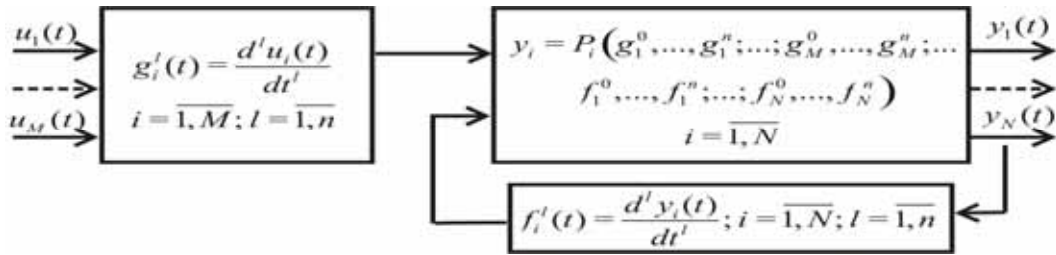


Рис. 2. Схема динамічної моделі (11) показників діяльності підприємства з урахуванням зовнішніх впливів

Алгоритм 2. Розроблення моделі фінансово-господарських показників з урахуванням нелінійного впливу зовнішніх чинників:

- 1) встановити перелік фінансово-господарських показників  $y_i(t)$  ( $i = \overline{1, N}$ ), які відображають діяльність підприємства;
- 2) встановити перелік факторів впливу  $u_i(t)$  ( $i = \overline{1, M}$ ), які позначаються на діяльності підприємства;
- 3) отримати значення показників  $y_i(t_k)$ , ( $i = \overline{1, N}$ ;  $k = \overline{1, m}$ ) і факторів впливу  $u_i(t_k)$  ( $i = \overline{1, M}$ ;  $k = \overline{1, m}$ ) за минулі проміжки;
- 4) апроксимувати значення виходів  $y_i(t_k)$ , ( $i = \overline{1, N}$ ;  $k = \overline{1, m}$ ) за допомогою нелінійних функцій  $f_i(t) = y_i(t)$  на  $t \in [t_1, t_m]$  ( $i = \overline{1, N}$ );
- 5) апроксимувати значення входів  $u_i(t_k)$ , ( $i = \overline{1, M}$ ;  $k = \overline{1, m}$ ) за допомогою нелінійних функцій  $g_i(t) = u_i(t)$  на  $t \in [t_1, t_m]$  ( $i = \overline{1, M}$ );
- 6) вирахувати за допомогою аналітичного диференціювання похідні від виходів  $f_i^l(t) = f_i^{(l)}(t)$  ( $l = \overline{0, n}$ ;  $i = \overline{1, N}$ ;  $t \in [t_1, t_m]$ );
- 7) вирахувати за допомогою аналітичного диференціювання похідні від входів  $g_i^l(t) = g_i^{(l)}(t)$  ( $l = \overline{0, n}$ ;  $i = \overline{1, M}$ ;  $t \in [t_1, t_m]$ );
- 8) встановити значення коефіцієнтів апроксимації (7), (8) поліномів багатьох аргументів  $P_i^u$  ( $i = \overline{1, N}$ ),  $P_i^y$  ( $i = \overline{1, M}$ );
- 9) задати початкові умови (12) системи рівнянь (11) і вибрати вхідні впливи  $y_i(t)$  ( $i = \overline{1, N}$ ), які описують можливі (прогнозні) обставини діяльності підприємства;
- 10) розв'язати системи рівнянь (11), вивести розв'язки  $y_i(t)$  ( $i = \overline{1, N}$ ) в текстовому й графічному вигляді. Виконати аналіз знайдених розв'язків.

Розв'язки моделі, розробленої за алгоритмом 2, імітують залежність показників діяльності підприємства від зовнішніх впливів з урахуванням динамічного зв'язку між цими показниками за минулий проміжок часу. Модель (11), (12) придатна для розроблення методу оптимального управління фінансово-господарською діяльністю підприємства.

Розглянемо застосування моделі (11), (12) для оптимального управління підприємством. Нехай фактори впливу  $u_i(t)$  ( $i = \overline{1, M}$ ) – це чинники, яким надають панового значення в ході управління підприємством. Тобто, будемо вважати, що в ході управління підприємством суб'єкт управління задає значення всіх факторів впливу  $u_i(t)$  ( $i = \overline{1, M}$ ). Показники  $y_i(t)$  ( $i = \overline{1, N}$ ) залежать від факторів впливу, але суб'єкти управління безпосереднього не впливає на їхні значення. За таких припущень фактори впливу  $u_i(t)$  ( $i = \overline{1, M}$ ) є керуючими величинами, а реакції  $y_i(t)$  ( $i = \overline{1, N}$ ) є керованими величинами. Основні керовані параметри щодо оптимального управління підприємством приймаємо традиційними як для економіки підприємства.



Задача оптимального управління підприємством як динамічною системою:

$$\frac{dy_i}{dt} = P_i^y (f_1^2, \dots, f_1^n; \dots; f_N^2, \dots, f_N^n; g_1^2, \dots, g_1^n; \dots; g_N^2, \dots, g_N^n); (i = \overline{1, N})$$

з початковими умовами  $y_i^0 = y_i(t_0)$  ( $i = \overline{1, N}$ ) на проміжку часу  $t \in [t_0, t_K]$  полягає у визначенні таких значень керуючих величин  $u_i(t)$  ( $i = \overline{1, M}$ ), за яких критерій управління  $J(u, y)$  досягає екстремального значення:

$$J(u, y) \rightarrow \max. \quad (13)$$

Крім того, в деяких практичних задачах визначають стан  $y_i^K = y_i(t_K)$  ( $i = \overline{1, N}$ ), якого має досягнути керована система протягом проміжку часу  $[t_0, t_K]$ , і задають обмеження значень управління:

$$u_i \in U \quad (i = \overline{1, M}) \quad (14)$$

і обмеження значень керованих величин:

$$y_i \in Y \quad (i = \overline{1, N}). \quad (15)$$

Критерій оптимального управління необхідно вибирати на основі концептуального аналізу діяльності підприємства. Для здійснення оптимального управління необхідно в задачі (11)–(13) знайти таке управління  $u_i(t)$  ( $i = \overline{1, M}$ ) на  $t \in [t_0, t_K]$ , за якого дотримано критерій (13) та умови (14), (15). Для знаходження такого оптимального управління необхідно застосовувати відповідні обчислювальні методи.

**Висновки і перспективи подальших розробок.** В усіх імітаційних та оптимізаційних моделях їхні розв'язки необхідно порівняти з реальним станом підприємства і на цій основі виробляти рекомендації щодо фінансово-господарської діяльності підприємства та здійснювати процес планування системи управління його діяльністю. Тому, порівняння реальних показників діяльності підприємства з модельними значеннями цих показників, вирахованих на основі оптимальних розв'язків імітаційних моделей, знайдених для минулих проміжків часу на основі різних критеріїв оптимальності, дають підстави для оцінки ефективності діяльності підприємства. У наступних дослідженнях буде розглянуто практичне застосування задачі оптимального управління (14)–(15) для вдосконалення фінансово-господарської діяльності підприємства.

#### Список використаної літератури

1. Понтрягин Л. С. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе. – М.: Наука, 1976. – 384 с.
2. Беллман Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. – М.: Изд-во иностр. лит., 1960. – 400 с.
3. Основы теории оптимального управления: [учеб. пособ. для экон. вузов] / [В. Ф. Кротов, Б. А. Лагоша и др.]. – М.: Высшая школа, 1990. – 430 с.
4. Брайсон А. Прикладная теория оптимального управления. Оптимизация, оценка и управление / А. Брайсон, Хо Ю-ши. – М.: Мир, 1972. – 514 с.
5. Матвийчук Я. Н. Идентификация макромоделей нелинейных динамических систем методом обратной линейной подсистемы / Я. Н. Матвийчук // Теоретическая электротехника. – 1987. – № 42. – С. 81–83.
6. Букашкин С. А. Адаптивные алгоритмы синтеза нелинейных электронных схем / С. А. Букашкин. – Рига: РКИИГА, 1989. – 120 с.
7. Букашкин С. А. Машинное моделирование нелинейных динамических систем / С. А. Букашкин // Радиоэлектроника, 1988. – № 6. – С. 13–21.
8. Тихонов А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. – М.: Наука, 1979. – 288 с.
9. Тихонов А. Н. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация / А. Н. Тихонов, А. В. Гончаровский, В. В. Степанов, А. Г. Ягола. – М.: Наука, 1983. – 200 с.

Прийнято до друку 08.04.2013