

В. Н. Лысенко, к.т.н., доцент

А. Ю. Савойский

А. В. Чепижный

Сумский национальный аграрный университет

В данной статье рассмотрены основные методы получения вращающегося магнитного поля в статоре асинхронного двигателя. Изложен аналитический метод получения вращающегося магнитного поля при сформулированных условиях для синусоидальных трехфазных токов в обмотках статора асинхронного двигателя, сдвинутых в пространстве и времени. Также в работе получено аналитическое выражение, позволяющее определить направление вращения магнитного поля в зависимости от порядка чередования фаз и величину вращающегося магнитного поля в зависимости от величины тока. Кроме того, подтверждены условия получения вращающегося магнитного поля: синусоидальное (косинусоидальное) изменение токов в обмотках статора со сдвигом начальных фаз на некоторый угол в зависимости от времени, а также сдвиг фаз между обмотками в пространстве. Показано перспективное применение аналитического метода в расчете магнитных систем асинхронных электрических двигателей.

Ключевые слова: трехфазная система напряжений, статор, вращающееся магнитное поле, асинхронный двигатель.

Постановка проблемы. Так как вращение ротора асинхронного двигателя осуществляется за счет наличия вращающегося магнитного поля, то принцип получения вращающегося магнитного поля и его расчет имеет важное значение в теории асинхронных двигателей.

Анализ последних исследований и публикаций. В учебной литературе [1, 2] данному вопросу уделено достаточно внимания. Но метод изложения получения вращающегося магнитного поля в [1] состоит в том, что проектируя магнитное поле на одну пространственную ось нельзя получить выражение вращающегося магнитного поля.

Метод получения вращающегося магнитного поля в [2] можно назвать геометрическим. Суть этого метода состоит в том, что при подсоединении трехфазной сети напряжений, она обеспечивает получение в обмотках статора следующих токов:

$$i_A = I_m \sin \omega t, \quad (1)$$

$$i_B = I_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right), \quad (2)$$

$$i_C = I_m \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right). \quad (3)$$

где i – мгновенное значение тока; ω – угловая частота; I_m – амплитудное значения тока; t – текущее время.

Подключение данных фазных токов к одновитковым обмоткам статора, соединенных звездой, показано на рис. 1.

Если представить, что точки i_A, i_B, i_C в обмотках совпадают по фазе, т.е. в любой момент времени равны по значению и направлению, то создаваемые ими магнитные потоки также в любой момент времени равны по значению, а по направлению в пространстве сдвинуты на угол

120°. Суммарный поток в такой магнитной цепи равен нулю.

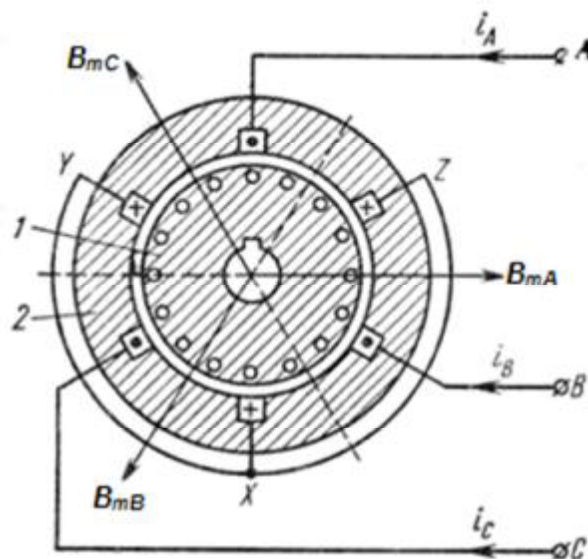


Рис.1. Схема подключения токов i_A, i_B, i_C к обмотке статора: 1 – ротор; 2 – статор.

Несмотря на то, что сумма токов на входе обмоток статора равна нулю, что показано на рис. 2, в обмотках статора сумма токов не равна нулю за счет сдвига фаз в пространстве на угол $\frac{2\pi}{3}$. Если в определенный момент времени разделить величину и направление токов, по рис. 1, 2, то:

$$i_{A0} = 0, i_{B0} = -\frac{\sqrt{3}I_{\Phi m}}{2}, i_{C0} = +\frac{\sqrt{3}I_{\Phi m}}{2} \text{ для } t = 0;$$

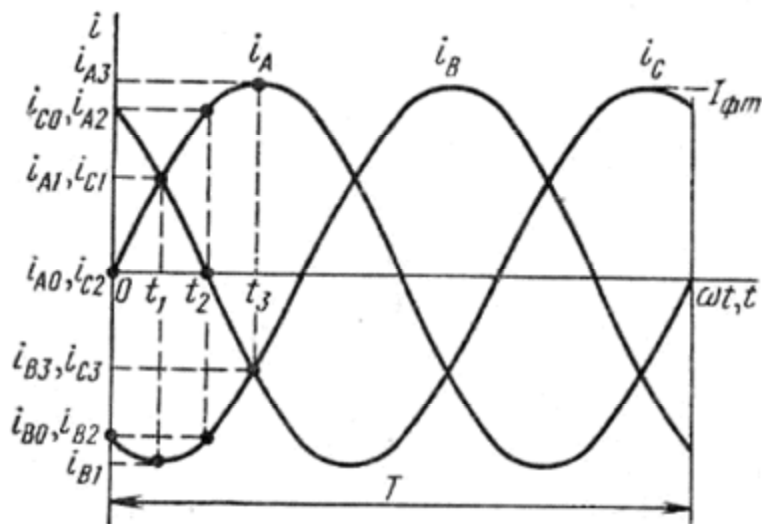


Рис. 2. Изменение токов i_A, i_B, i_C в зависимости от времени

Затем, просуммировав указанные токи по рисунку 1 и по правилу «буравчика», определим составляющие магнитных полей при линейной зависимости значений магнитной индукции от токов на соответствующие оси, перпендикулярные к плоскостям витков, то получим соответствующие значения магнитных полей для обмоток статора:

$$\vec{B}_A = 0, \vec{B}_B = \vec{B}_C \text{ для } t = 0;$$

После векторного сложения составляющих \vec{B}_A, \vec{B}_B , и \vec{B}_C получаем величину и направление вращения суммарного магнитного поля, которое повернется за четверть периода ($5 \cdot 10^{-3}$ сек) на угол $\frac{\pi}{2}$. Следовательно, за полный период (0,02 сек) магнитное поле повернется на угол равный 2π . Кроме того, следует заметить, что в [2] употребление магнитного потока Φ вместо магнитного поля B некорректно.

В данной статье излагается аналитический метод получения и расчета вращающегося магнитного поля. Следует учесть, что магнитные поля, создаваемые токами обмоток статора в линейном режиме пропорциональны току, а коэффициент пропорциональности зависит от магнитной проницаемости среды, окружающей витки. Обозначим коэффициент пропорциональности через a . Также необходимо заметить, что

зависимость от времени тока и создаваемого им магнитного поля совпадают по времени, хотя в пространстве сдвинуты на угол $\frac{\pi}{2}$.

Если от источника питания к обмоткам статора асинхронного двигателя подводится трехфазная система напряжений, под действием которой по обмоткам статора протекает трехфазная система токов (1), (2) и (3), то несмотря на то, что на входе сумма мгновенных токов равна нулю (рис. 2), сумма мгновенных токов в обмотках статора представляет собой вектор, вращающийся в зависимости от времени по окружности при симметрии электромагнитной системы статор-ротор.

Чтобы получить аналитическое выражение вектора тока, который вращается по замкнутой кривой (при симметрии электромагнитной системы по окружности) необходимо учесть, что токи (2) и (3) в обмотках статора надо умножить на фазовые операторы, которые отображают сдвиг в пространстве по поверхности цилиндра на некоторый угол:

$$a^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ и } a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2};$$

соответственно и затем сложить с (1). Произведя соответствующие математические преобразования получим вращающийся вектор тока. Это преобразование воспроизводим ниже:

$$\begin{aligned} i &= i_A + i_B a^2 + i_C a = I_m \sin \omega t + a^2 I_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) + a I_m \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) = \\ &= I_m \left[\sin \omega t + a^2 \sin \omega t \cos \frac{2\pi}{3} - a^2 \cos \omega t \sin \frac{2\pi}{3} + a \sin \omega t \cos \frac{2\pi}{3} + a \cos \omega t \sin \frac{2\pi}{3} \right] = \\ &= I_m \left[\sin \omega t + \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left(-\frac{1}{2} \right) \sin \omega t - \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t + \right. \\ &\quad \left. + \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left(-\frac{1}{2} \right) \sin \omega t + \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t \right] = \\ &= I_m \left[\sin \omega t + \frac{1}{2} \sin \omega t + j\frac{3}{2} \cos \omega t \right] = I_m \left[\frac{3}{2} \sin \omega t + j\frac{3}{2} \cos \omega t \right] = \\ &= \frac{3}{2} I_m [\sin \omega t + j \cos \omega t]. \end{aligned} \quad (4)$$

Соотношение (4) после замены $\sin \omega t$ и $\cos \omega t$ их выражениями в комплексной форме примет вид:

$$i(t) = \frac{3}{2} I_m \left[\frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j} + j \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} \right] = I_m \frac{3}{2} \left[\frac{e^{-j\omega t}}{j} \right] = I_m \frac{3}{2} \left[e^{j(\frac{\pi}{2} - \omega t)} \right]; \quad (5)$$

Магнитное поле \vec{B} в линейном приближении прямо пропорционально току и коэффициенту α . Поэтому для определения характера изменения суммарного магнитного поля \vec{B} в зависимости от времени напишем соотношение, которое получается из (5):

$$B_m = \frac{3}{2} \alpha I_m e^{j(\frac{\pi}{2} - \omega t)} \quad (6)$$

Следует заметить, что величина вращающегося магнитного поля \vec{B}_m при вращении остается постоянной и равной из выражения (6):

$$|B_m| = \sqrt{\frac{3}{2} \alpha I_m e^{j(\frac{\pi}{2} - \omega t)} \frac{3}{2} \alpha I_m e^{-j(\frac{\pi}{2} - \omega t)}} = \frac{3}{2} \alpha I_m; \quad (7)$$

Выражение (6) является периодической функцией с периодом T .

Это следует из того, что выражение

$$e^{j(\frac{\pi}{2} - \omega t)} = e^{j(\frac{\pi}{2} - \omega t - \omega T)} = e^{j(\frac{\pi}{2} - \omega t)} e^{-j\omega T}; \quad (8)$$

Но выражение $e^{-j\omega T} = 1$, ибо

$$e^{-j\frac{2\pi T}{T}} = e^{-j2\pi} = \cos 2\pi - j \sin 2\pi = 1; \quad (9)$$

Таким образом периодичность функции (6) доказано.

Определим вращение вектора магнитного поля \vec{B}_m для четверти периода, подставляя последовательно текущее время в формулу (6) через промежутки времени $t = 0, t_1 = \frac{T}{12}, t_2 = \frac{T}{6}$ и

$t_3 = \frac{T}{4}$; Тогда получим значение \vec{B}_m равные соответственно соотношениям:

$$B_m = \frac{3}{2} \alpha I_m e^{j(\frac{\pi}{2} - \omega t)} = \frac{3}{2} \alpha I_m e^{j\frac{\pi}{2}} = \frac{3}{2} \alpha I_m j;$$

$$B_m = \frac{3}{2} \alpha I_m e^{j(\frac{\pi}{2} - \omega t_1)} = \frac{3}{2} \alpha I_m e^{j\frac{\pi}{3}} = \frac{3}{2} \alpha I_m \left(\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{3}{2} \alpha I_m e^{j60^\circ};$$

$$B_m = \frac{3}{2} \alpha I_m e^{j(\frac{\pi}{2} - \omega t_2)} = \frac{3}{2} \alpha I_m e^{j\frac{\pi}{6}} = \frac{3}{2} \alpha I_m \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{2} \alpha I_m e^{j30^\circ};$$

$$B_m = \frac{3}{2} \alpha I_m e^{j(\frac{\pi}{2} - \omega t_3)} = \frac{3}{2} \alpha I_m e^{j0} = \frac{3}{2} \alpha I_m (\cos 0 + j \sin 0) = \frac{3}{2} \alpha I_m;$$

Вращение вектора суммарного магнитного поля \vec{B}_m для четверти периода показано на рис. 3, построенного для моментов времени $t = 0,$

$$t_1 = \frac{T}{12}, t_2 = \frac{T}{6} \text{ и } t_3 = \frac{T}{4}.$$

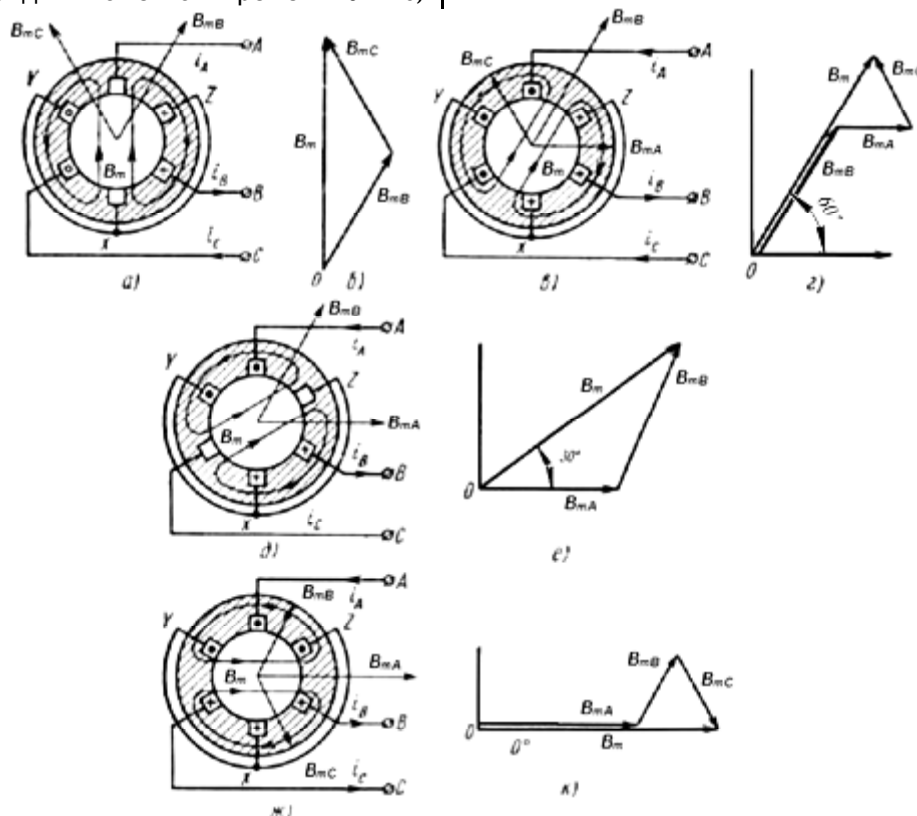


Рис. 3. Вращение суммарного магнитного поля \vec{B}_m за четверть периода T в моменты $t = 0, t_1 = \frac{T}{12}, t_2 = \frac{T}{6}$ и $t_3 = \frac{T}{4}$. Изменение магнитных полей фаз B_{mA}, B_{mB}, B_{mC} за четверть периода T в моменты времени $t = 0, t_1 = \frac{T}{12}, t_2 = \frac{T}{6}$ и $t_3 = \frac{T}{4}$.

Величину и направление магнитного поля обмоток статора определяют из выражений:

$$\vec{B}_{mA} = \alpha I_m \sin \omega t; \quad (10)$$

$$B_{mB} = \alpha I_m a^2 \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) = \alpha I_m \left(-\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right); \quad (11)$$

$$B_{mC} = \alpha I_m a \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) = \alpha I_m \left(-\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right); \quad (12)$$

Пользуясь выражениями (10), (11) и (12), вычисляем магнитные поля в обмотках статора B_{mA} , B_{mB} и B_{mC} для момента времени $t = 0$:

$$B_{mA} = \alpha I_m \sin \omega t = 0 \quad (13)$$

$$B_{mB} = \alpha I_m \left(-\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \alpha I_m \left(\frac{\sqrt{3}}{4} + j \frac{3}{4} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \alpha I_m e^{j60^\circ}; \quad (14)$$

$$B_{mC} = \alpha I_m \left(-\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \alpha I_m \left(-\frac{\sqrt{3}}{4} + j \frac{3}{4} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \alpha I_m e^{j120^\circ}; \quad (15)$$

Суммируя магнитные поля B_{mA} , B_{mB} и B_{mC} обмоток статора получаем вращающийся магнитный поток:

$$\vec{B}_m = \alpha I_m \left(\frac{\sqrt{3}}{4} + j \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} + j \frac{3}{4} \right) = \frac{3}{2} \alpha I_m j; \quad (16)$$

Выражение (6) дает, конечно, тот же результат, что и выражение (16). Аналогично вычисляют потоки обмоток статора для моментов $t_1 = \frac{T}{12}$, $t_2 = \frac{T}{6}$ и $t_3 = \frac{T}{4}$, которые соответственно равны:

$$B_{mA} = \frac{1}{2} \alpha I_m, B_{mB} = \left(\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \alpha I_m = 2 I_m e^{j60^\circ}, B_{mC} = \left(-\frac{1}{4} + j \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \alpha I_m = \frac{1}{2} 2 I_m e, B_m = \frac{3}{2} \alpha I_m e^{j60^\circ};$$

$$B_{mA} = \frac{\sqrt{3}}{2} \alpha I_m, B_{mB} = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} + j \frac{3}{4} \right) \alpha I_m, B_{mC} = 0, B_m = \frac{3}{2} \alpha I_m e^{j30^\circ};$$

$$B_{mA} = \alpha I_m, B_{mB} = \left(\frac{1}{4} + j \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \alpha I_m, B_{mC} = \left(\frac{1}{4} - j \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \alpha I_m, B_m = \frac{3}{2} \alpha I_m e^{j0^\circ}.$$

По вычисленным данным для магнитных полей в обмотках статора B_{mA} , B_{mB} и B_{mC} для моментов времени $t = 0, t_1 = \frac{T}{12}, t_2 = \frac{T}{6}$ и $t_3 = \frac{T}{4}$ построены графики на рисунке 3.

Таким образом, в работе получено аналитическое выражение (6), позволяющее определить направление вращения магнитного поля в зависимости от порядка чередования фаз, а также величину вращающегося магнитного поля в зависимости от величины тока.

Величина и направление вращения магнитного поля фаз А, В и С определяются из выражений (10), (11) и (12).

Кроме того, подтверждены условия получения вращающегося магнитного поля: синусоидальное (косинусоидальное) изменение токов в обмотках статора со сдвигом начальных фаз на некоторый угол в зависимости от времени, а так-

же сдвиг фаз между обмотками в пространстве.

В рассмотренном случае при получении аналитических выражений (6), (10), (11) и (12) к обмоткам статора подводится трехфазная система напряжений, под действием которой по обмоткам статора протекают синусоидальные токи с начальным сдвигом фаз на угол $\frac{2\pi}{3}$ и сами обмотки сдвинуты на цилиндрической поверхности на угол $\frac{2\pi}{3}$ и $\frac{4\pi}{3}$.

Выводы. Таким образом, при сформулированных условиях для синусоидальных (косинусоидальных) трехфазных токов в обмотках статора асинхронного двигателя, сдвинутых в пространстве и времени, получено аналитическое выражение для магнитного поля, создаваемого указанными токами, а также аналитические соотношения для магнитного поля каждой обмотки.

Список використаної літератури:

1. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники: В 2-х т. Учебник для вузов. Том 1. – 3-е изд., перераб. и доп. – Л.: Энергопромиздат. Ленингр. отд-ние, 1981. – 536с., ил.
2. Иванов И.И., Равдоник В.С. Электротехника: Учеб. пособие для неэлектротехн. спец. вузов. – М.: Высш. шк., 1984. – 375с., ил.

Лисенко В.М., Савойський О.Ю., Чепіжний А.В. Розрахунок обертового магнітного поля в статорі асинхронного двигуна

У даній статті розглянуті основні методи отримання обертового магнітного поля в статорі асинхронного двигуна. Викладено аналітичний метод отримання обертового магнітного поля при сформульованих умовах для синусоїдальних трифазних струмів в обмотках статора асинхронного двигуна, зсунутих у просторі та часі. Також в роботі отримано аналітичний вираз, що дозволяє визначити напрямок обертання магнітного поля в залежності від порядку чергування фаз і величину обертового магнітного поля в залежності від величини струму. Крім того, підтверджені умови отримання обертового магнітного поля: синусоїдальна (косинусоїдальна) зміна струмів в обмотках статора із зсувом початкових фаз на деякий кут залежно від часу, а також зрушення фаз між обмотками в просторі. Також показано перспективне застосування аналітичного методу в розрахунок магнітних систем асинхронних електричних двигунів.

Ключові слова: статор, асинхронний електродвигун, обертальне магнітне поле.

Lysenko V., Savoyskiy A., Chepyzhniy A. Calculation of the rotating magnetic field in the stator of an induction motor

This article describes the main methods of producing a rotating magnetic field in the stator of the induction motor. Set out the analytical method for the preparation of a rotating magnetic field at the above conditions for sinusoidal phase currents in the stator windings of the induction motor, shifted in space and time. Also, we obtain an analytical expression that indicates the direction of rotation of the magnetic field, depending on the phase sequence and magnitude of the rotating magnetic field, depending on the current. Furthermore, the conditions for obtaining confirmed rotating magnetic field is a sinusoidal (cosine) conversion of the currents in the stator windings of the initial phase shift by a certain angle depending on the time and phase shift between coils in the space. Also shown promising application of an analytical method based magnetic systems of asynchronous electric motors.

Keywords: three-phase voltage system, stator, the rotating magnetic field, an induction motor.

Стаття надійшла в редакцію 25.09.2014 р.

Рецензент: д.т.н., професор Кочмола М.М.