

розглянутого нами випадку плоскої задачі в прямокутній системі координат (x, y) (рис.1) мають вигляд [8]:

$$\begin{cases} \frac{\partial s_x}{\partial x} + \frac{\partial t_{xy}}{\partial y} = W, \\ \frac{\partial s_y}{\partial y} + \frac{\partial t_{xy}}{\partial x} = 0, \end{cases} \quad (4)$$

де t_{xy} – дотичне напруження опору ґрунту, Па;

W – об'ємна сила інерції ґрунту відносно лапи культиватора, Н/м³;

$$W = z \times g \times \rho g r; \quad (5)$$

$g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – прискорення вільного падіння;

ρ – кут внутрішнього тертя ґрунту, рад.

Тут напрямком осі Ox збігається з напрямком дії об'ємних сил інерції ґрунту відносно лапи культиватора, а вісь Oy направлена по горизонталі вправо.

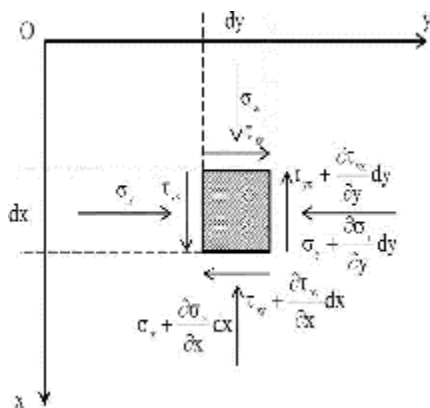


Рис. 1. Розрахункова схема рівняння рівноваги елементарного об'єму ґрунту

Як відомо [8], рівняння (4) задовольняються тотожно, якщо є функція напружень $\phi(x, y)$, пов'язана з компонентами напружень в такий спосіб:

$$\begin{cases} s_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + Wx, \\ s_y = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + x_0 W, \\ t_{xy} = - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}, \end{cases} \quad (6)$$

де $x_0 = 0,3 \dots 0,8 \text{ МПа}$ [9] – коефіцієнт бокового тиску ґрунту.

Функція напружень ϕ повинна задовольняти рівнянню граничної рівноваги, що зв'язує між собою компоненти напружень розглянутого середовища [10]. Це рівняння відповідає окремим випадкам умови міцності Мора, що використовується, зазвичай, стосовно сипучим і крихким матеріалам, – випадкам, коли огинаюча граничних кіл прямолінійна. Як характеристика міцності сипучого середовища приймаються параметри ρ і k , іменовані, відповідно, кутом внутрішнього тертя і зчеплення. Ці параметри при прямолінійній огинаючій граничних кіл Мора не залежить від напруженого стану.

Таким чином, з умови міцності Мора випливає те, що величина середньої головної напруги не впливає на міцність ґрунту. Умова може бути записана за допомогою діаграми Мора, представленій на рис. 2, в такий спосіб:

$$\frac{\sqrt{(s_x - s_y)^2 + 4t_{xy}^2}}{s_x + s_y + 2k \operatorname{ctg} \rho} = \sin \rho, \quad (7)$$

де k – коефіцієнт зчеплення ґрунту, Па.

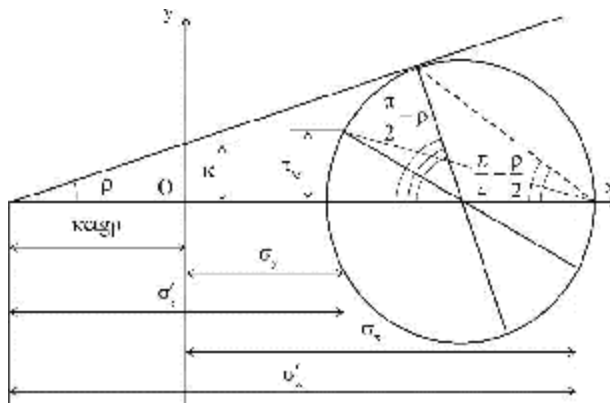


Рис. 2 – Діаграма Мора для напруженого стану ґрунту при розтягу і стиску

Підставляючи в тотожність (7) рівняння (6), отримуємо одне нелінійне диференціальне рівняння другого порядку щодо функції напружень ϕ . Таким чином, завдання зводиться до відшукання функції ϕ , що задовольняє рівнянню (7), а також граничним умовам даної задачі.

Для вирішення рівнянь в системі декартових координат попередньо перетворимо (6) з урахуванням

$$\begin{cases} s_x = k s_x^-, & s_y = k s_y^-, & t_{xy} = k t_{xy}^-, \\ x = \frac{k}{g} x^-, & y = \frac{k}{g} y^-, \end{cases} \quad (8)$$

де $s_x^-, s_y^-, t_{xy}^-, x^-, y^-$ – безрозмірні величини, до наступного вигляду, поклавши:

$$j = \frac{k^3 j^-}{W^2} \quad (9)$$

тоді

$$\begin{cases} s_x^- = \frac{\partial^2 j^-}{\partial y^{-2}} + x^-, \\ s_y^- = \frac{\partial^2 j^-}{\partial x^{-2}} + x_0 x^-, \\ t_{xy}^- = - \frac{\partial^2 j^-}{\partial x^- \partial y^-}. \end{cases} \quad (10)$$

Згідно математичній процедурі лінеаризація рівняння Кулона-Мора (7) запишемо у вигляді:

$$\sqrt{(s_x^- - s_y^-)^2 + 4t_{xy}^{-2}} = (s_x^- + s_y^- + 2 \operatorname{ctg} \rho) \sin \rho. \quad (11)$$

Позначимо

$$\frac{2t_{xy}^-}{s_x^- - s_y^-} = y^-, \quad (12)$$

тоді отримуємо тотожність (11) у вигляді

$$c_1 \sqrt{(s_x^- - s_y^-) \sqrt{1 + y^{-2}}} = (s_x^- + s_y^- + 2 \operatorname{ctg} \rho) \sin \rho, \quad (13)$$

$$\text{де } c_1 = \text{sign}(\overline{s_x - s_y}) = \begin{cases} 1, & \overline{s_x - s_y} > 0, \\ 0, & \overline{s_x - s_y} = 0, \\ -1, & \overline{s_x - s_y} < 0 \end{cases} \quad - \text{ кусочно-}$$

постійна функція.

Далі скористаємося лінійною апроксимацією

$$\sqrt{1+y^2} \approx a + by, \quad (14)$$

де α, β – чисельні коефіцієнти апроксимації $\alpha = 0,3978, \beta = 0,9604$ [11].

В результаті отримуємо рівняння (13) у вигляді

$$\overline{s_x}(c_1 a - \sin r) - \overline{s_y}(c_1 a + \sin r) + 2c_1 b \overline{t_{xy}} = 2 \cos r. \quad (15)$$

Підставляючи (10) в (15) маємо:

$$b_1 \frac{\overline{t_{xy}}^2}{\overline{t_{xy}}^2} + x \frac{\overline{t_{xy}}^2}{\overline{t_{xy}}^2} - b_2 \frac{\overline{t_{xy}}^2}{\overline{t_{xy}}^2} + x_0 \frac{\overline{t_{xy}}^2}{\overline{t_{xy}}^2} - \frac{\overline{t_{xy}}^2}{\overline{t_{xy}}^2} = \frac{\cos r}{c_1 b}, \quad (16)$$

$$\text{де } b_1 = \frac{c_1 a - \sin r}{2c_1 b}, \quad b_2 = \frac{c_1 a + \sin r}{2c_1 b}.$$

Перетворюючи далі (16), отримуємо:

$$b_1 \frac{\overline{t_{xy}}^2}{\overline{t_{xy}}^2} - b_2 \frac{\overline{t_{xy}}^2}{\overline{t_{xy}}^2} - \frac{\overline{t_{xy}}^2}{\overline{t_{xy}}^2} = (b_2 x_0 - b_1) \overline{t_{xy}}. \quad (17)$$

Будемо шукати часткове рішення рівняння (17) у формі

$$\overline{t_{xy}} = XY + \frac{a_{20}}{2} x^2 + a_{11} xy + \frac{a_{02}}{2} y^2 + \frac{a_{30}}{6} x^3 + \frac{a_{21}}{2} x^2 y + \frac{a_{12}}{2} xy^2 + \frac{a_{03}}{6} y^3, \quad (18)$$

де $X = X(x); Y = Y(y);$

a_{ik} – коефіцієнти.

Підставляючи (18) в (17), можна отримати наступні рівняння, з яких визначаються функції X, Y , а також необхідна для виконання умови граничної рівноваги зв'язок між коефіцієнтами a_{ik} :

$$b_1 XY - b_2 X - X = 0; \quad (19)$$

$$\begin{cases} b_1 a_{02} - b_2 a_{20} - a_{11} = 0; \\ b_1 a_{12} - b_2 a_{30} - a_{21} = b_2 x_0 - b_1; \\ b_1 a_{03} - b_2 a_{21} - a_{12} = 0. \end{cases} \quad (20)$$

Виражаючи коефіцієнти з системи (20) отримуємо

$$\begin{cases} a_{11} = b_1 a_{02} - b_2 a_{20}; \\ a_{21} = b_1 a_{12} - b_2 a_{30} + b_1 - b_2 x_0; \\ a_{12} = (1 + b_1 b_2)^{-1} (b_1 a_{03} - b_2 a_{20} + b_1 b_2 - b_2^2 x_0) \end{cases} \quad (21)$$

Таким чином, з (21) витікає, що в (18) незалежними з 7 коефіцієнтів є лише 4, а саме a_{02}, a_{20}, a_{03} і a_{30} . Решта коефіцієнти виражаються через них. Розділимо далі всі члени рівняння (19) на XY :

$$b_1 \frac{X}{Y} - b_2 \frac{X}{XY} - \frac{X}{XY} = 0. \quad (22)$$

Диференціюємо рівняння (22) по \overline{x} , звідки маємо

$$\frac{Y}{Y} = -b_2 \frac{X}{X} - \frac{X}{X}. \quad (23)$$

Ліва частина в (23) є тільки функцією y , права функцією тільки x , отже, рівність (23) може мати місце лише тоді, коли ліва і права частини рівні в свою чергу одній і тій ж постійній величині λ .

Таким чином, маємо два диференціальних рівняння:

$$Y' = \lambda Y, \quad -b_2 \frac{X'}{X} = \lambda \frac{X}{X}. \quad (24)$$

Вирішуючи (24), можна отримати:

$$Y = C_1 e^{\lambda y}, \quad (25)$$

де C_1 – константа інтегрування.

Підставивши (25) в (19), отримуємо після скорочення всіх членів на $C_1 e^{\lambda y}$ рівняння

$$b_1 \lambda^2 X - b_2 X - X = 0, \quad (26)$$

рішення якого є

$$X = C_2 e^{\lambda_2 x}, \quad (27)$$

де C_2 – константа інтегрування;

$$\lambda_2 = \lambda_1 - \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4b_1 b_2}}{2b_2}.$$

Оскільки вихідне рівняння лінійне, то сума окремих рішень буде також рішенням, в силу чого остаточно отримуємо:

$$\begin{aligned} \overline{t_{xy}} = & C e^{\lambda_1 y + \lambda_2 x} + \frac{a_{20}}{2} x^2 + \frac{a_{11}}{2} xy + \frac{a_{02}}{2} y^2 + \frac{a_{30}}{6} x^3 + \\ & + \frac{1}{2} \frac{b_1 (b_1 a_{03} + b_1 b_2 - b_2^2 x_0) - a_{30} (1 + 2b_1 b_2) b_2}{1 + 2b_1 b_2} + b_1 - b_2 x_0 \frac{y}{x} + \\ & + \frac{b_1 a_{03} - b_2^2 a_{30} + b_1 b_2 - b_2^2 x_0}{2(1 + b_1 b_2)} xy + \frac{a_{03}}{6} y^3. \end{aligned} \quad (28)$$

де $C = C_1 C_2$

Підставляючи (28) в (10) отримуємо

$$\begin{aligned} \overline{s_x} = & \lambda_1^2 C e^{\lambda_1 y + \lambda_2 x} + a_{02} + \frac{b_1 a_{03} - b_2^2 a_{30} + b_1 b_2 - b_2^2 x_0}{(1 + b_1 b_2)} + \frac{a_{30}}{6} + a_{03} y, \\ \overline{s_y} = & C \lambda_2^2 e^{\lambda_1 y + \lambda_2 x} + a_{20} + (a_{30} + x_0) x + \\ & + \frac{b_1 (b_1 a_{03} + b_1 b_2 - b_2^2 x_0) - a_{30} (1 + 2b_1 b_2) b_2}{1 + 2b_1 b_2} + b_1 - b_2 x_0 \frac{y}{x}, \\ \overline{t_{xy}} = & - \lambda_1 \lambda_2 C e^{\lambda_1 y + \lambda_2 x} - b_1 a_{02} + b_2 a_{20} + \frac{\cos r}{c_1 b} - \\ & - \frac{b_1 (b_1 a_{03} + b_1 b_2 - b_2^2 x_0) - a_{30} (1 + 2b_1 b_2) b_2}{1 + 2b_1 b_2} + b_1 - b_2 x_0 \frac{y}{x} + \\ & - \frac{b_1 a_{03} - b_2^2 a_{30} + b_1 b_2 - b_2^2 x_0}{(1 + b_1 b_2)} y. \end{aligned} \quad (29)$$

Граничними умовами для отриманого рішення, згідно рисунку 2.1, є:

$$\begin{cases} \overline{s_x}(0,0) = 0, \\ \overline{s_y}(0,0) = P_0 = \frac{1}{2} z V^2, \\ \overline{t_{xy}}(0,0) = 0, \\ \overline{s_x}(x_0, y_0) = 0, \\ \overline{s_y}(x_0, y_0) = P_0 = \frac{1}{2} z V^2, \\ \overline{t_{xy}}(x_0, y_0) = 0, \\ \overline{s_x}(x, y) \ominus \min \limits_x \frac{\overline{s_x}(x, y)}{\overline{t_{xy}}} = 0, \\ \overline{s_y}(x, y) \ominus \min \limits_y \frac{\overline{s_y}(x, y)}{\overline{t_{xy}}} = 0. \end{cases} \quad (30)$$

Підставляючи в (30) функції напружень (29) можна знайти невідомі коефіцієнти a_{02}, a_{20}, a_{03} ,

a_{30}, C і λ_1 .

$$\begin{cases} s_x(0,0) = kl_1^2 Ce^k \frac{W}{(1+y+2x)} + ka_{02} = 0, \\ s_y(0,0) = kl_2^2 Ce^k \frac{W}{(1+y+2x)} + ka_{20} = \frac{1}{2} zV^2, \\ t_{xy}(0,0) = -kl_1 l_2 Ce^k \frac{W}{(1+y+2x)} - kb_1 a_{02} + kb_2 a_{20} + k \frac{\cos \gamma}{c_1 b} = 0, \\ s_x(x_0, y_0) = kl_1^2 Ce^k \frac{W}{(1+y_0+2x_0)} + ka_{02} + \\ + W \frac{\partial}{\partial x} \frac{a_{03} - b_2^2 a_{30} + b_1 b_2 - b_2^2 x_0}{(1+b_1 b_2)} + 1 \frac{\partial}{\partial x} x_0 + W a_{03} y_0 = 0, \\ s_y(x_0, y_0) = kl_2^2 Ce^k \frac{W}{(1+y_0+2x_0)} + ka_{20} + W(a_{30} + x_0) x_0 + \\ + W \frac{\partial}{\partial y} \frac{b_1(b_1 a_{03} + b_1 b_2 - b_2^2 x_0) - a_{30}(1+2b_1 b_2) b_2}{1+2b_1 b_2} + b_1 - b_2 x_0 \frac{\partial}{\partial y} y_0 = \frac{1}{2} zV^2, \\ t_{xy}(x_0, y_0) = -kl_1 l_2 Ce^k \frac{W}{(1+y_0+2x_0)} - kb_1 a_{02} + kb_2 a_{20} + k \frac{\cos \gamma}{c_1 b} - \\ - W \frac{\partial}{\partial x} \frac{b_1(b_1 a_{03} + b_1 b_2 - b_2^2 x_0) - a_{30}(1+2b_1 b_2) b_2}{1+2b_1 b_2} + b_1 - b_2 x_0 \frac{\partial}{\partial x} x_0 + \\ - W \frac{\partial}{\partial y} \frac{b_1 a_{03} - b_2^2 a_{30} + b_1 b_2 - b_2^2 x_0}{(1+b_1 b_2)} y_0 = 0. \end{cases} \quad (31)$$

Система рівнянь (31) містить 6 рівнянь і 6 невідомих, однак аналітичними методами її складно вирішити. Тому з використанням програмного пакету Mathematica і приймаючи значення постійних ($V = 1,5$ м/с, $W_0 = 22$ %, $\zeta = 1340$ кг/м³, $\rho = 0,6274$ рад; $\kappa = 2,10169$ Па; $g = 9,8$ м/с², $\alpha = 0,3978$, $\beta = 0,9604$, $x_0 = 0,3$ МПа, $x_0 = 0,165$ м, $y_0 = -0,23$ м,) маємо наступне рішення: $C = 3,14636 \cdot 10^7$, $a_{02} = -1872,98$, $a_{20} = 701,613$, $a_{03} = 1744,68$, $a_{30} = -292982$, $\lambda_1 = -0,00771547$.

Запишемо закон Гука для плоскої задачі теорії пружності в прямокутних координатах:

$$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{1}{E} (s_x - n s_y), \\ \epsilon_y = \frac{1}{E} (s_y - n s_x), \end{cases} \quad (32)$$

де ϵ_x, ϵ_y – відносне подовження по осям O_x, O_y відповідно;

$E = 4 \cdot 10^7 \dots 8 \cdot 10^7$ Па [9] – модуль пружності ґрунту (модуль Юнга);

$n = 0,3 \dots 0,5$ [9] – коефіцієнт Пуассона для ґрунту.

Виходячи з умови рівномірних (ізотропних) деформацій вздовж осей O_x і O_y отримуємо рівняння:

$$e_x = e_y. \quad (33)$$

Підставляючи в (33) закон Гука (32) маємо:

$$\frac{1}{E} (s_x - n s_y) = e_y = \frac{1}{E} (s_y - n s_x) \Rightarrow s_x = s_y,$$

або, розкриваючи s_x, s_y ,

$$\begin{aligned} kl_1^2 Ce^k \frac{W}{(1+y+2x)} + ka_{02} + W \frac{\partial}{\partial x} \frac{a_{03} - b_2^2 a_{30} + b_1 b_2 - b_2^2 x_0}{(1+b_1 b_2)} + 1 \frac{\partial}{\partial x} x_0 + W a_{03} y_0 = \\ = kl_2^2 Ce^k \frac{W}{(1+y+2x)} + ka_{20} + W(a_{30} + x_0) x_0 + \\ + W \frac{\partial}{\partial y} \frac{b_1(b_1 a_{03} + b_1 b_2 - b_2^2 x_0) - a_{30}(1+2b_1 b_2) b_2}{1+2b_1 b_2} + b_1 - b_2 x_0 \frac{\partial}{\partial y} y_0. \end{aligned} \quad (34)$$

Підставляючи в (34) отримані константи і вирішуючи його в програмному пакеті Mathematica отримуємо геометричну форма поверхні лапи культиватора у вигляді неявної функції:

$$\begin{aligned} 0,0000620839 + x + 0,36307 y - \\ 0,0000447661 e^{-3,28983 x - 35,0009 y} = 0 \end{aligned} \quad (35)$$

Графічна інтерпретація функції (35) представлена на рисунку 3.

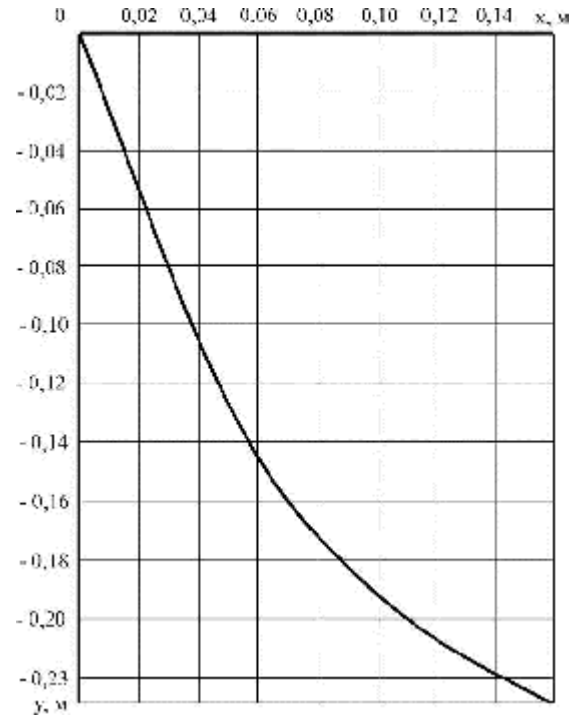


Рис. 3. Геометрична форма поверхні лапи культиватора

Запропонована форма леза лапи культиватора для заданих фізико-механічних і реологічних властивостей ґрунту є найбільш енергоощадною і має мінімальну швидкість зношування при взаємодії з абразивним ґрунтовим середовищем.

Висновки

1. Для заданих умов постановки задачі визначена раціональна форма леза лапи культиватора, що забезпечує мінімальність тягового опору робочого органу та швидкості його зношування.

2. Для перевірки адекватності отриманої математичної моделі є доцільним проведення експериментальних досліджень енергоємності та швидкості зношування лап культиваторів з криволинійною формою леза.

Список використаної літератури:

1. Ветохін В.І. Проектування глибокорозпушувачів з урахуванням деяких аспектів деформування ґрунту/В.І.Ветохін// Техніка в с.г. виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація: Зб. наук.праць Кіровоградського нац. техн. ун-ту. – Кіровоград: КНТУ, 2008. – Вип.20. – С.104-109.
2. Панченко А.М. Теория измельчения почв почвообработывающими орудиями / А.М.Панченко. – Днепропетровск: Днепропетровский государственный аграрный университет, 1999. – 140 с.
3. Шевченко І.А. Керування агрофізичним станом ґрунтового середовища / І.А. Шевченко – К.:

Видавничий дім "Вінніченко", 2016. – 320 с.

4. Кушнарєв А.С. Проектирование рыхлительных рабочих органов культиваторов / А.С.Кушнарєв, А.В.Бауков, В.М.Найдыш. – К.: УСХА, 1979. – 20 с.

5. Корабельский В.И. Графоаналитический метод конструирования рабочих поверхностей почвообрабатывающих машин по наперед заданным основным агротехническим и технологическим требованиям: / автореф. дис. на соискание уч.степени канд. техн. наук: спец. 05.05.11. – Киев, 1972. – 22 с.

6. Хрущов М.М., Исследования изнашивания металлов/ М.М.Хрущов, М.А.Бабичев. – М.: Изд-во АН СССР, 1960. – 351 с.

7. Holm R. Electric contacts / R. Holm – Stockholm: Hugo Gebers Forlag, 1946. – 398 p.

8. Тимошенко С. П. Теория упругости, ОНТИ, 1937. – 452с.

9. Вялов С.С. Реологические основы механики грунтов. / С.С.Вялов. – М.: Высш. Школа, 1978. – 447 с.

10. Соколовский В.В. Статика сыпучей среды / В.В. Соколовский. – М.: Гостехиздат, 1954.– 243 с.

11. Самуль В. И. Основы теории упругости и пластичности / В. И. Самуль. – М.: Высшая школа, 1982. – 264 с.

Козаченко А.В., Каденко В.С., Шкрегаль А.Н. Теоретическое обоснование рациональной геометрической формы лезвия лапы культиватора

В статье приведены результаты теоретических исследований рациональной формы лезвия лапы культиватора, которая обеспечивает минимальную скорость изнашивания и энергоёмкость при взаимодействии с абразивной почвенной средой.

Ключевые слова: форма лезвия, лапа культиватора, скорость износа, оптимизация, энергоёмкость, почва, абразивная среда.

Kozachenko A.V., Kadenko V.S., Shkregal A.N. Theoretical substantiation of cultivators feet blade rational geometric shape

Modern requirements to perform cultivation processes involving the use of machines and tools that ensure performance according to established farming requirements with minimal energy expenditure and performance durability. The nature of the processes occurring in "working organ ground" tribosystem significantly depends on the one side, from changes in the state and properties of soil protection, and the other - the characteristics of the working body (forms, geometrical parameters of blades, roughness of working surfaces, etc.).

It is known that the destruction of soil working body appropriate to perform due to deformation tensile, shear and bending that were the basis of the criteria optimization process. Changing the balance between these types of ground deformation are possible by changing the shape and parameters of the tillage work, including working bodies cultivator for continuous and inter-row cultivation. This determines the feasibility of further research towards rational justification forms paws cultivators that will reduce the wear rate of the interaction of soil environment and their energy. From geometry of the working body depends on the pressure distribution on the border "working organ soil" and, consequently, the stress and strain fields. Distribution of pressure on soil protection parts on the nature of their cause deterioration, manifested in changing the original dimensional characteristics of workers tillage machines and tools. Theoretically proved the possibility of bringing in the best soil density state by creating it working body of tillage implements minimum normal stresses that supersedes the power of interaction and, consequently, the wear process of working machines. Design tools and its shape suggested to carry out, based on a particular way of formal agronomic requirements. As a result of this approach is possible to create work of radically new forms.

The aim of the research is theoretical justification geometry paws cultivator given conditions to achieve minimal speed traction and wear resistance. The article presents the results of theoretical research rational form paws cultivator blades, providing a minimum rate of wear and the interaction energy of abrasive soil environment

Keywords: shape blade cultivator paw, the rate of wear, optimization, energy, soil, abrasive environment.

Стаття надійшла в редакцію: 05.10.2016

Рецензент: д.ф.-м.н., проф. Кузема О.С.