

harvesting unit which is frontally mounted on a wheel row-crop tractor which carries out a continuous cut and loading in the vehicle the main part of tops. Dependences of movement working speed and productivity of beet tops harvesting unit from the resistivity and power expenses were defined. The numerical calculations which are carried out on the personal computer gave the chance to determine operational parameters of machine-tractor units with different layout schemes depending on parameters of the beet tops harvesting unit which is frontally mounted on a tractor.

**Key words:** sugar beet, beet tops, continuous cut, beet tops harvesting machine, wheel tractor, mathematical model, movement speed, productivity.

Стаття надійшла в редакцію: 04.10.2016

Рецензент: д.т.н., проф. Ревенко І.І.

УДК 631.319

### МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ФУНКЦІОНУВАННЯ ЧИЗЕЛЬНОГО ЗНАРЯДДЯ З ПОШАРОВИМ ОБРОБІТКОМ ҐРУНТУ

**Е. Б. Алієв**, к.т.н., завідувач відділу техніко-технологічного забезпечення насінництва

**Ю. М. Лабатюк**, к.т.н., молодший науковий співробітник

**О. М. Пацула**, старший науковий співробітник

Інститут олійних культур НААН

Побудована математична модель функціонування глибокорозпушувача з пошаровим обробіткою ґрунту, дослідження якої дозволили визначити розміщення робочих органів глибокорозпушувача по довжині на рамі знаряддя, при яких амплітуда коливань кута повороту рами відносно точки кріплення глибокорозпушувача до трактора є найменшою: відстань між робочими органами першого і другого рядів 0,18-0,22 м, відстань між робочими органами другого і третього рядів 0,33-0,37 м.

**Ключові слова:** математична модель, глибокорозпушувач, обробіток ґрунту, трактор.

**Постановка проблеми.** Доведено, що стан поверхонь розпушувачих робочих органів, що адаптовані до ґрунтового-кліматичних умов їх використання, визначають якісні та енергетичні показники їхньої роботи. Але підвищення якості глибокого обробітку та зменшення енергетичних показників може бути також досягнуто за рахунок розташування робочих органів на рамі знаряддя так, щоб руйнування визначеного ґрунтового шару відбувалося по лініям найменших зв'язків, використовуючи при цьому вплив вільного різання (деблокованих зон) на відокремлення шару ґрунту. На підставі цього було запропоновано конструктивно-технологічну схему глибокорозпушувача з пошаровим обробіткою важких богарних та зрошуваних ґрунтів і розглянуто особливості процесу деблокованого деформування масиву оброблюваного ґрунту.

**Аналіз результатів останніх досліджень.** Властивості кожного шару були визначені попередніми дослідженнями зрошуваних ґрунтів півдня України [1, 2, 3, 4, 5]. Запропоноване технічне рішення було покладено в основу розробки глибокорозпушувача для пошарового деблокованого обробітку ґрунту.

**Мета досліджень.** Побудувати математичну модель функціонування чизельного знаряддя з пошаровим обробіткою ґрунту і визначити розміщення робочих органів по довжині на рамі знаряддя, при яких амплітуда коливань кута повороту рами відносно точки кріплення глибокорозпушувача до трактора є найменшою.

**Основна частина.** Робочі органи жорстко

зв'язані з основою рами, і зміна їхнього положення призводить до зміни умов роботи знаряддя в цілому. Тому коливання рами глибокорозпушувача під час роботи будуть впливати на якість обробітку ґрунту та тяговий опір машини в цілому [109]. Для визначення впливу параметрів глибокорозпушувача та конструкції на величину коливань рами та значення сили її опору розглянемо розрахункову модель функціонування глибокорозпушувача [1]. При цьому, що трактор переміщується прямолінійно з постійною швидкістю, а глибокорозпушувач переміщується прямолінійно в горизонтальній площині. Конструкція з'єднання глибокорозпушувача з трактором забезпечує коливання її у вертикальній площині відносно точки з'єднання причепа глибокорозпушувача та нижніх тяг механізму навіски трактора. Глибокорозпушувач розглядаємо як систему твердих тіл. На еквівалентній схемі (рис. 1) приводимо місця розміщення центра мас та точки прикладання приведених рівнодіючих сил опору ґрунту робочим органам машини. Обираємо нерухому декартову систему відрахування системи  $XOZ$  (рис. 1). Для спрощення перетворень під час складання розрахункової моделі приймаємо додаткову рухому декартову систему координат  $X_1O_1Z_1$ , центр якої розташований у точці з'єднання причепа машини з трактором і горизонтальна вісь якої пов'язана з коливальною основою рамою машини. Приведені рівнодіючі будемо розглядати через їх проекції на вісі рухомої системи координат.

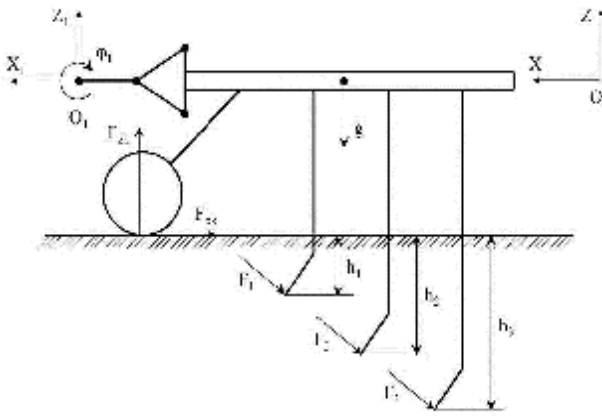


Рисунок 1 – Еквівалентна схема глибокорозпушувача.

При таких умовах система має одну ступінь вільності руху, а відповідно – і одну узагальнену координату. В якості останньої зручно прийняти кут повороту рами відносно точки кріплення машини до трактора. Тоді диференціальне рівняння Лагранжа 2-го роду має вигляд:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q_{\varphi}, \quad (1)$$

де  $T$  – кінетична енергія системи твердих тіл, Дж;

$Q_{\varphi}$  – узагальнена сила (момент сили), Н·м;

$\varphi$  – узагальнена координата (кут повороту рами відносно точки кріплення глибокорозпушувача до трактора), рад.

Кінетична енергія системи твердих тіл визначається:

$$T = \frac{1}{2} M_c \dot{\varphi}^2 + \sum_{i=1}^N \left[ \frac{1}{2} M_i (\dot{X}_{ci}^2 + \dot{Z}_{ci}^2) + \frac{1}{2} I_{oi} \dot{\varphi}^2 \right], \quad (2)$$

де  $M_c$  – маса системи твердих тіл, кг;

$\dot{X}_c, \dot{Z}_c$  – швидкість руху центра мас системи

в проекціях на вісі координат, м/с;

$I_{oi}$  – момент інерції системи твердих тіл відносно центра її обертання, кг·м<sup>2</sup>.

Використовуючи формули переходу координат із однієї системи до другої, отримаємо:

$$X_c = X_{1c} \cos j - Z_{1c} \sin j + V t, \quad (3)$$

$$Z_c = X_{1c} \sin j + Z_{1c} \cos j, \quad (4)$$

де  $V$  – поступова швидкість агрегату, м/с.

Після диференціювання рівнянь (3) і (4) за часом будемо мати:

$$\dot{X}_c = -X_{1c} j \dot{\varphi} \sin j - Z_{1c} j \dot{\varphi} \cos j + V, \quad (5)$$

$$\dot{Z}_c = X_{1c} j \dot{\varphi} \cos j - Z_{1c} j \dot{\varphi} \sin j. \quad (6)$$

Момент інерції системи відносно вісі її обертання визначається:

$$I_{o1} = \sum_{i=1}^N I_i + \sum_{i=1}^N [M_i (C_{cli}^2 + Z_{cli}^2)], \quad (7)$$

де  $M_i$  – маса елементів машини, кг;

$X_{c1i}, Z_{z1i}$  – координати центра мас елементів машини в проекціях на вісі координат, м;

$N$  – кількість елементів машини;

$I_i$  – момент інерції системи елементів машини відносно центра її обертання, кг·м<sup>2</sup>.

Із урахуванням рівнянь (3), (5), (6), (7) будемо мати формулу для визначення кінетичної енергії системи:

Тоді

$$\frac{dT}{dj \dot{\varphi}} = M_c \dot{\varphi} (X_{1c}^2 + Z_{1c}^2) - V (X_{1c} \sin j + Z_{1c} \cos j) \dot{\varphi} + I_{o1} \dot{\varphi}, \quad (9)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = j [M_c (X_{1c}^2 + Z_{1c}^2) + I_{o1}] - V M_c j (X_{1c} \cos j - Z_{1c} \sin j), \quad (10)$$

$$\frac{dT}{j \dot{\varphi}} = -V M_c j (X_{1c} \cos j - Z_{1c} \sin j). \quad (11)$$

Із урахуванням останнього отримаємо:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = j [M_c (X_{1c}^2 + Z_{1c}^2) + I_{o1}]. \quad (12)$$

Узагальнююча сила визначається:

$$Q_j = -F_{x1} Z_{1a1} + F_{z1} X_{1a1} - F_{x2} Z_{1a2} + F_{z2} X_{1a2} - F_{x3} Z_{1a3} + F_{z3} X_{1a3} + M_c g (X_{1c} \cos j - Z_{1c} \sin j) - F_{xk} Z_{1k} - F_{zk} C_{1k}, \quad (13)$$

де  $F_{x1}, F_{x2}, F_{x3}, F_{xk}$  – проекції сил опору на вісь  $X_1, H$ ;

$F_{z1}, F_{z2}, F_{z3}, F_{zk}$  – проекції сил опору на вісь  $Z_1, H$ ;

$X_{1a1}, X_{1a2}, X_{1a3}, X_{1k}$  – проекції на вісь  $O_1 X_1$  прямих, що з'єднують шарнір  $O_1$ , і точки прикладання рівнодіючих сил, м;

$Z_{1a1}, Z_{1a2}, Z_{1a3}, Z_{1k}$  – проекції на вісь  $O_1 Z_1$  прямих, що з'єднують шарнір, і точки прикладан-

ня рівнодіючих сил, м.

Проекції рівнодіючих сил на вісь  $X_1$  і  $Z_1$  входять так:

$$F_{xj} = F_j (\sin a_j + f \cos a_j), \\ F_{zj} = F_j (\cos a_j - f \sin a_j), \quad j=1,3, \quad (14)$$

де  $F_j$  – рівнодіюча приведена сила опору ґрунту переміщенню робочого органа, Н;

$f$  – коефіцієнт тертя ґрунту по металу;

$\alpha_j$  – кут кришіння ґрунту робочим органом у точці прикладання рівнодіючої, рад.

Значення рівнодіючих сил приймаємо пропорційними глибинам ходу робочих органів у ґрунті:

$$\begin{aligned} F_1 &= K \frac{\partial \delta}{\partial h} h_{3+j} \sqrt{X_{1a1}^2 + Z_{1a1}^2} \frac{\ddot{\delta}}{\delta}, \\ F_2 &= K \frac{\partial \delta}{\partial h} h_{2+j} \sqrt{X_{1a2}^2 + Z_{1a2}^2} \frac{\ddot{\delta}}{\delta}, \\ F_3 &= K \frac{\partial \delta}{\partial h} h_{3+j} \sqrt{X_{1a3}^2 + Z_{1a3}^2} \frac{\ddot{\delta}}{\delta}, \quad (15) \\ F_{zk} &= C_n \times_j \sqrt{X_{1k}^2 + Z_{1k}^2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_j &= s_1 \times_a \times \sin a \times \sin \frac{V}{l_1} t \times \frac{\partial \delta}{\partial h} h_{1+j} \sqrt{X_{1a1}^2 + Z_{1a1}^2} \frac{\ddot{\delta}}{\delta} + \\ &+ [( \cos a_1 - f \sin a_1 ) X_{1a1} - ( \sin a_1 + f \cos a_1 ) Z_{1a1}] + \\ &+ s_2 \times_a \times \sin a \times \sin \frac{V}{l_2} t \times \frac{\partial \delta}{\partial h} h_{2+j} \sqrt{X_{1a2}^2 + Z_{1a2}^2} \frac{\ddot{\delta}}{\delta} + \\ &+ [( \cos a_2 - f \sin a_2 ) X_{1a2} - ( \sin a_2 + f \cos a_2 ) Z_{1a2}] + \\ &+ s_3 \times_a \times \sin a \times \sin \frac{V}{l_3} t \times \frac{\partial \delta}{\partial h} h_{3+j} \sqrt{X_{1a3}^2 + Z_{1a3}^2} \frac{\ddot{\delta}}{\delta} + \\ &+ [( \cos a_3 - f \sin a_3 ) X_{1a3} - ( \sin a_3 + f \cos a_3 ) Z_{1a3}] + \\ &+ M_c g (X_{1c} \cos j - Z_{1c} \sin j) - C_n \times_j \sqrt{X_{1k}^2 + Z_{1k}^2} (f_n Z_{1k} + C_{1k}). \end{aligned} \quad (17)$$

Для спрощення наступних перетворень уведемо позначення:

$$(\cos a_i - f \sin a_i) X_{1ai} - (\sin a_i + f \cos a_i) Z_{1ai} = A_i, \quad i = \overline{1,3}. \quad (18)$$

Тоді:

$$\begin{aligned} Q_j &= A_1 \times_1 \times_a \times \sin a \times \sin \frac{V}{l_1} t \times \frac{\partial \delta}{\partial h} h_{1+j} \sqrt{X_{1a1}^2 + Z_{1a1}^2} \frac{\ddot{\delta}}{\delta} + \\ &+ A_2 \times_2 \times_a \times \sin a \times \sin \frac{V}{l_2} t \times \frac{\partial \delta}{\partial h} h_{2+j} \sqrt{X_{1a2}^2 + Z_{1a2}^2} \frac{\ddot{\delta}}{\delta} + \\ &+ A_3 \times_3 \times_a \times \sin a \times \sin \frac{V}{l_3} t \times \frac{\partial \delta}{\partial h} h_{3+j} \sqrt{X_{1a3}^2 + Z_{1a3}^2} \frac{\ddot{\delta}}{\delta} + \end{aligned}$$

$$P_{xk} = C_n \times_j \times f_n \sqrt{X_{1k}^2 + Z_{1k}^2},$$

де  $C_n$  – жорсткість ґрунту, Н/м;

$f_n$  – коефіцієнт кочення;

$h_1, h_2, h_3$  – задана глибина обробки ґрунту лапами робочих органів, м;

$K$  – питомий опір лап робочих органів, Н/м.

Силу опору деформації ґрунту робочим органом можна визначити [1]:

$$K_i = \frac{F_{деф.}^i}{l_i} = s_i \times_a \times \sin a \times \sin \frac{V}{l_i} t, \quad i = \overline{1,3}. \quad (16)$$

Тоді з врахуванням рівнянь (13), (14) і (15) узагальнена сила буде визначатися:

$$+ M_c g (X_{1c} \cos j - Z_{1c} \sin j) - C_n \times_j \sqrt{X_{1k}^2 + Z_{1k}^2} (f_n Z_{1k} + C_{1k}). \quad (19)$$

Із урахуванням рівнянь (1), (12) і (19) отримуємо диференційне рівняння моделі функціонування ґрунтообробної машини:

$$\begin{aligned} [M_c (X_{1c}^2 + Z_{1c}^2) + I_{01}] = & A_1 \times_1 \times_a \times \sin a \times \sin \frac{V}{l_1} t \times \frac{\partial \delta}{\partial h} h_{1+j} \sqrt{X_{1a1}^2 + Z_{1a1}^2} \frac{\ddot{\delta}}{\delta} + \\ & + A_2 \times_2 \times_a \times \sin a \times \sin \frac{V}{l_2} t \times \frac{\partial \delta}{\partial h} h_{2+j} \sqrt{X_{1a2}^2 + Z_{1a2}^2} \frac{\ddot{\delta}}{\delta} + \\ & + A_3 \times_3 \times_a \times \sin a \times \sin \frac{V}{l_3} t \times \frac{\partial \delta}{\partial h} h_{3+j} \sqrt{X_{1a3}^2 + Z_{1a3}^2} \frac{\ddot{\delta}}{\delta} + \\ & + M_c g (X_{1c} \cos j - Z_{1c} \sin j) - C_n \times_j \sqrt{X_{1k}^2 + Z_{1k}^2} (f_n Z_{1k} + C_{1k}). \end{aligned} \quad (20)$$

Рішення диференційного рівняння (20) чисельними методами з використанням програмного пакету "Maple 16" дозволило отримати періодичні функції. Рішення проводилося з урахуванням фізико-механічних властивостей ґрунту та прийнятих конструктивно-технологічних параметрів глибокорозпушувача.

Характеристикою стабільності коливання кута рами машини є його амплітуда. Побудуємо графік залежності амплітуди коливань кута рами машини від відстані (по довжині) між робочими органами глибокорозпушувача (рис. 3):

$$\begin{aligned} x_3 &= X_{1a2} - X_{1a1}, \\ x_4 &= X_{1a3} - X_{1a2}, \end{aligned} \quad (21)$$

$$j = 4,4 - 19,9 \times x_3 + 93,3 \times x_3^2 - 8,3 \times x_4 - 48,3 \times x_3 \times x_4 + 24,9 \times x_4^2,$$

де  $x_3$  – розташування робочих органів пер-

шого ряду відносно другого по довжині рами, м;

$x_4$  – розташування робочих органів третього ряду відносно другого по довжині рами, м.

Провівши аналіз рис. 2 і рівняння (21), було виявлено, що найменша амплітуда коливань кута рами машини [6] спостерігається при такому розташуванні робочих органів по довжині рами:  $x_3 = 0,18-0,22$  м,  $x_4 = 0,33-0,37$  м.

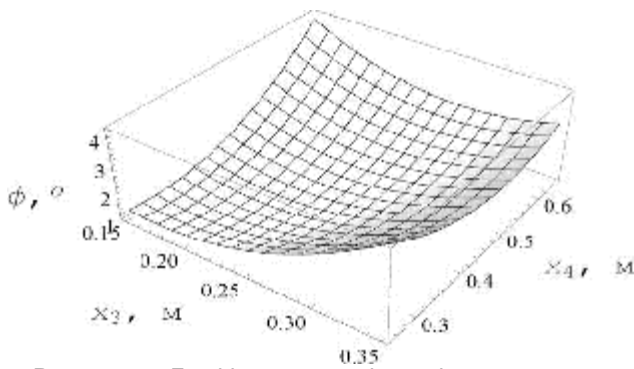


Рисунок 2 – Графік залежності амплітуди коливань кута рами машини від відстані (по довжині) між робочими органами глибокорозпушувача

**Висновки.** Побудована математична модель функціонування глибокорозпушувача з пошаровим обробіткою ґрунту, дослідження якої дозволили визначити розміщення робочих органів глибокорозпушувача по довжині на рамі знаряддя, при яких амплітуда коливань кута повороту рами відносно точки кріплення глибокорозпушувача до трактора є найменшою: відстань між робочими органами першого і другого рядів  $x_3 = 0,18-0,22$  м, відстань між робочими органами другого і третього рядів  $x_4 = 0,33-0,37$  м.

#### Список використаної літератури:

1. Лабатюк Ю. М. Обґрунтування конструктивно-технологічної схеми та параметрів ярусного глибокорозпушувача для умов зрошувального землеробства: Дис... канд. техн. наук: 05.05.11. – Запоріжжя: ІОК НААН, 2013. – 158 с.
2. Шевченко І. А. Обоснование геометрических параметров ступенчатых рабочих органов глибокорыхлителей для почв юга Украины: Дис... канд. техн. наук: 05.20.01. – 1987. – 182 с..
3. Шевченко І.А. Експериментальні дослідження ярусного глибокорозпушувача для зрошуваних ґрунтів / І.А. Шевченко, Ю.М. Лабатюк, Е.Б. Алієв // Науково-технічний бюлетень Інституту олійних культур НААН – Запоріжжя, 2014. – Випуск 20. – С. 224-229. – ISSN 2078-7316.
4. Лабатюк Ю. Розрахунок сили опору деформації ґрунту під дією робочого органу глибокорозпушувача / Ю. Лабатюк, Е. Алієв // Вісник Львівського національного аграрного університету: агроінженерні дослідження. – Львів : Львів. нац. аграр. університет, 2014. – № 18. – С. 46-52.
5. Лабатюк Ю.М. Математичне моделювання процесу взаємодії робочого органу глибокорозпушувача з ґрунтом / Ю.М. Лабатюк, Е. Б. Алієв // Науковий вісник Таврійського державного агро-технологічного університету. – Вип. 5. т. 2. – Мелітополь: ТДАТУ, 2015. – С. 133-140.
6. Хелемендик М. М. Підвищення механіко-технологічної ефективності трудомістких процесів у буряківництві: Дис... докт. техн. наук: 05.20.01. – Луцьк, 1996. – 347 с.

#### **Алієв Э.Б., Лабатюк Ю.М., Пацула А.Н. Математическая модель функционирования чизельного орудия с послойной обработкой почвы**

Построена математическая модель функционирования глибокорыхлителя с послойной обработкой почвы, исследования которой позволили определить размещения рабочих органов глибокорыхлителя по длине на раме орудия, при которых амплитуда колебаний угла поворота рамы относительно точки крепления глибокорыхлителя к трактору есть наименьшей: расстояние между рабочими органами первого и второго рядов  $0,18-0,22$  м, расстояние между рабочими органами второго и третьего рядов  $0,33-0,37$  м.

**Ключевые слова:** математическая модель, глибокорыхлитель, обработка почвы, трактор.

#### **Aliev E., Lobatuk Y., Patsula A. Mathematical model of the functioning of chisel tools with layer-tillage**

A mathematical model of functioning gлибокорыхлителя with layered soil treatment, the study that will determine the placement of working bodies gлибокорыхлителя along the length of the frame guns, at which the amplitude of the oscillation angle of rotation of the frame relative to gлибокорыхлителя attachment points to the tractor has the smallest distance between the working bodies of the first and second rows  $0,18-0,22$  m, the distance between the working bodies of the second and third rows of  $0.33-0.37$  m.

**Keywords:** mathematical model, gлибокорозпушувач, tillage, tractor.

Стаття надійшла в редакцію: 05.10.2016

Рецензент: д.т.н., проф. Тарельник В.Б.