

Металургія: Збірник наукових праць. – Вип. 1 (26). – Запоріжжя: ЗДІА, 2012. – С. 153-157.

3. Аэров М. Э. Гидравлические и тепловые основы работы аппаратов со стационарным и кипящим зернистым слоем / М. Э. Аэров, О. М. Тодес. – Л.: Химия, 1968. – 512 с.

4. Тыринов А. И. Верификация нестационарных  $k-\varepsilon$  моделей турбулентности на основе теплообменных процессов в импактной струе / А. И. Тыринов // Пром. теплотехника. – № 5. – Т. 28. – 2006. – С. 21-26.

5. Зайцев О. И. Субстанциальная производная и ее использование в гидравлике / О. И. Зайцев, Е. Н. Кожевникова, Е. А. Локтионова, В. Т. Орлов // Строительство уникальных зданий и сооружений. – № 8(13). – 2013. – С. 34-41.

6. Юн А. А. Расчет и моделирование турбулентных течений с теплообменом, смешением, химическими реакциями и двухфазных течений в программном комплексе Fastest-3D / А. А. Юн, Б. А. Крылов. – М.: Изд-во МАИ, 2007. – 116 с.

7. Снегирёв А. Ю. Высокопроизводительные вычисления в технической физике. Численное моделирование турбулентных течений / А. Ю. Снегирёв. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2009. – 143 с.

8. Михеев М. А. Основы теплопередачи / М. А. Михеев, И. М. Михеева. – М.: Энергия, 1977. – 344 с.

9. Половко А. М. Mathematica для студента / А. М. Половко. – СПб.: БХВ-Петербург, 2007. – 368 с.

### **Кутузова І.А., Ковязін А.С., Голуб Г.А. ТЕОРЕТИЧНЕ ВИЗНАЧЕННЯ ВТРАТ ТИСКУ ПРИ РУСІ ГАЗУ КРИЗЬ ШАР КУЛЬОК**

*Встановлена функціональна залежність, що зв'язує втрати тиску при русі газу через шар куль з параметрами випарної установки із проміжним твердим теплоносієм у вигляді металевих кульок.*

**Ключові слова:** випарна установка, шар куль, втрати тиску, параметри.

### **I.A.Kutuzova, A.S.Kovyazin, G.A.Golub The effect of basic parameters of geothermal ventilation on the efficiency of ground heat exchangers**

*A mathematical model has been developed for the determination of the ground heat exchangers efficiency depending upon basic parameters of geothermal ventilation, considering the soil thermophysical properties.*

**Keywords:** evaporation plant, a layer of balls, the pressure loss parameters.

Стаття надійшла в редакцію: 07.10.2016

Рецензент: д.ф.-м.н., проф. Кузема О.С.

УДК 631.312

### **РУХ ЧАСТИНКИ ПО ПОВЕРХНІ ЦИЛІНДРА, ВСІ ТОЧКИ ЯКОГО ОПИСУЮТЬ КОЛА В ГОРИЗОНТАЛЬНИХ ПЛОЩИНАХ**

**С. Ф. Пилипака**, д.т.н., проф. Національний університет біоресурсів і природокористування України

**М. Б. Клендій**, к.т.н., Бережанський агротехнічний інститут НУБіП України

*Складено диференціальні рівняння відносного переміщення частинки по внутрішній поверхні похилого циліндра, який здійснює коливальний рух. Всі точки циліндра описують кола в горизонтальних площинах. Рівняння розв'язано чисельними методами і побудовано траєкторії відносного руху частинки по поверхні циліндра. Наведено графіки інших кінематичних характеристик у функції часу. Розглянуто часткові випадки, коли вісь циліндра розташована горизонтально або під кутом тертя до горизонтальної площини.*

**Ключові слова:** відносний рух, похилий циліндр, частинка, диференціальні рівняння, кінематичні параметри.

**Постановка проблеми.** В праці [1] зазначено, що похила площина є універсальним конструктивним елементом багатьох сільськогосподарських машин [1]. По площині, що коливається, в процесі обробки переміщується технологічний матеріал. Найбільш дослідженим є рух частинок по горизонтальній площині, яка здійснює коливальний прямолінійний або коловий рух. Для

похилої площини дослідження в основному ведуться при її прямолінійних зворотно-поступальних коливаннях в горизонтальному напрямі, в напрямі нахилу площини або в поперечному напрямі [1]. Цікавим з пізнавальної точки зору є рух частинок по інших поверхнях, що здійснюють коливальний рух, зокрема, по циліндричних.

**Аналіз останніх досліджень.** Окрім фундаментальної монографії [1], в якій розглянуто прямолінійні зворотно-поступальні коливання, існують праці, присвячені криволінійним коливанням площини. Взагалі задача руху матеріальної частинки по площині, яка здійснює коловий коливальний рух, вперше була розв'язана М.Є. Жуковським в геометричній інтерпретації [2], узагальнена і поширена на випадки еліптичних коливань І.І. Блехманом [3,4]. П.М. Василенко диференціальні рівняння руху частинки складав у проєкціях на осі рухомої системи координат, жорстко прив'язаної до площини, що коливається, а І.І. Блехман - у проєкціях на осі нерухомої системи координат. П.М. Заїка розглядав переміщення частинок по робочих площинах вібраційних зерноочисних машин [5]. Дослідження руху матеріальної частинки по шорсткій горизонтальній площині, яка здійснює горизонтальні поступальні коливання по різних кривих, розглянуто в праці [6]. В праці [7] вивчено рух частинок по похилій площині, всі точки якої описують еліпси.

**Мета та завдання дослідження.** Дослідити закономірності руху матеріальних частинок по внутрішній поверхні циліндра, який здійснює колові поступальні коливання в горизонтальних площинах, при різних кутах його нахилу.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Розташуємо нижню половину циліндра так, щоб його вісь була нахилена до горизонтальної площини під кутом  $\beta$  (рис. 1). Спочатку запишемо рівняння циліндра із горизонтальною віссю:

$$X = u; \quad Y = R \cos \alpha; \quad Z = -R \sin \alpha, \quad (1)$$

де  $R$  – радіус циліндра;

$\alpha$ ,  $u$  – незалежні змінні поверхні, де  $\alpha$  – кут повороту точки циліндра навколо його осі;  $u$  – довжина прямолінійної твірної циліндра.

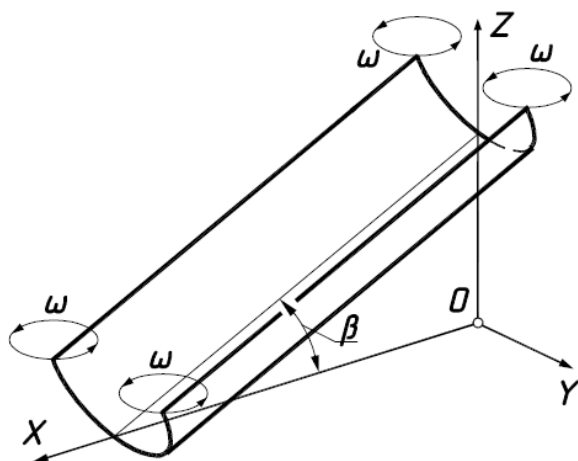


Рис. 1. Схема руху точок похилого циліндра по колах із кутовою швидкістю  $\omega$

Повернемо циліндр (1) на кут  $\beta$  навколо осі  $OY$ , після чого його вісь обертання буде збігатися із віссю  $OX$ . Параметричні рівняння повернутого циліндра запишуться:

$$X = u \cos \beta + R \sin \beta \sin \alpha; \\ Y = R \cos \alpha; \quad (2)$$

$$Z = u \sin \beta - R \cos \beta \sin \alpha.$$

Циліндр здійснює поступальні коливання таким чином, що всі його точки описують кола (на рис. 1 показані траєкторії переміщення чотирьох точок циліндра). Абсолютний рух частинки будемо розглядати по відношенню до нерухомої системи координат  $OXYZ$ . Якщо циліндр прив'язати до рухомої системи координат, то при коливанні циліндра осі рухомої і нерухомої систем весь час будуть паралельними. Це означає, що абсолютну траєкторію частинки можна записати як суму переносного руху циліндра, точки якого описують кола, і відносного руху точки по поверхні циліндра:

$$x = x_n + x_e; \quad y = y_n + y_e; \quad z = z_n + z_e, \quad (3)$$

де  $x_n = x_n(t)$ ;  $y_n = y_n(t)$ ;  $z_n = z_n(t)$  – траєкторія переносного руху циліндра у функції часу  $t$ ;

$x_e = x_e(t)$ ;  $y_e = y_e(t)$ ;  $z_e = z_e(t)$  – траєкторія відносного руху частинки по поверхні циліндра у функції часу  $t$ .

Позначимо радіус кіл, по яких рухаються точки циліндра, через  $r$ . Тоді переносний рух точок циліндра опишеться рівняннями:

$$x_n = r \cos \omega t; \quad y_n = r \sin \omega t; \quad z_n = 0, \quad (4)$$

де  $\omega$  – кутова швидкість обертання точок циліндра по колах.

По циліндру точка ковзатиме по певній траєкторії. Рівняння траєкторії можна одержати, якщо зв'язати між собою незалежні змінні  $\alpha$  і  $u$  поверхні (2). Цей зв'язок запишемо через час  $t$ , тобто координати частинки на поверхні циліндра будуть функціями часу:  $\alpha = \alpha(t)$  і  $u = u(t)$ . В такому випадку відносний рух частинки опишеться рівняннями:

$$x_e = u \cos \beta + R \sin \beta \sin \alpha; \\ y_e = R \cos \alpha; \quad (5)$$

$$z_e = u \sin \beta - R \cos \beta \sin \alpha.$$

Сумуючи переносний (4) і відносний (5) рухи за формулою (3), отримаємо рівняння абсолютної траєкторії частинки:

$$x = u \cos \beta + R \sin \beta \sin \alpha + r \cos \omega t; \\ y = R \cos \alpha + r \sin \omega t; \quad (6)$$

$$z = u \sin \beta - R \cos \beta \sin \alpha.$$

Залежності:  $\alpha = \alpha(t)$  і  $u = u(t)$ , які описують траєкторію відносного руху (ковзання частинки по поверхні циліндра), є невідомими функціями, які потрібно знайти. Після диференціювання рівнянь (6) по часу  $t$  знайдемо проєкції абсолютної швидкості частинки:

$$x' = -r \omega \sin \omega t + u' \cos \beta + R \alpha' \sin \beta \cos \alpha; \\ y' = r \omega \cos \omega t - R \alpha' \sin \alpha; \quad (7) \\ z' = u' \sin \beta - R \alpha' \cos \beta \cos \alpha.$$

Диференціювання виразів (7) дасть про- | екції абсолютного прискорення:

$$\begin{aligned}x'' &= -r\omega^2 \cos\omega t - R\alpha'^2 \sin\beta \sin\alpha + u'' \cos\beta + R\alpha'' \sin\beta \cos\alpha; \\y'' &= -r\omega^2 \sin\omega t - R\alpha'^2 \cos\alpha - R\alpha'' \sin\alpha; \\z'' &= R\alpha'^2 \cos\beta \sin\alpha + u'' \sin\beta - R\alpha'' \cos\beta \cos\alpha.\end{aligned}\quad (8)$$

Складемо рівняння руху у вигляді  $m\overline{w} = \overline{F}$ , де  $m$  – маса частинки,  $\overline{w}$  – вектор абсолютного прискорення,  $\overline{F}$  – результуючий вектор прикладених до частинки сил. Такими силами є сила ваги  $mg$  ( $g=9,81$  м/с<sup>2</sup>), реакція  $N$  поверхні циліндра та сила тертя  $fN$  при ковзанні частинки по поверхні циліндра ( $f$  – коефіцієнт тертя). Всі сили потрібно спроеціювати на осі системи координат  $OXYZ$ .

$$\begin{aligned}\frac{\partial X}{\partial \alpha} &= R \sin \beta \cos \alpha; & \frac{\partial Y}{\partial \alpha} &= -R \sin \alpha; & \frac{\partial Z}{\partial \alpha} &= -R \cos \beta \cos \alpha; \\ \frac{\partial X}{\partial u} &= 0; & \frac{\partial Y}{\partial u} &= \cos \beta \sin \alpha; & \frac{\partial Z}{\partial u} &= \sin \beta.\end{aligned}\quad (10)$$

Після векторного множення векторів (10) і приведення отриманого вектора до одиничного проєкції вектора нормалі до поверхні запишуться:

$$\{-\sin \beta \sin \alpha; \quad -\cos \alpha; \quad \cos \beta \sin \alpha\}. \quad (11)$$

Оскільки сила тертя спрямована по дотичній до траєкторії відносного руху частинки в протилежну сторону, знайдемо проєкції вектора дотичної. Вони визначаються першими похідними рівнянь (5):

$$\begin{aligned}x'_e &= u' \cos \beta + R\alpha' \sin \beta \cos \alpha; \\y'_e &= -R\alpha' \sin \alpha; \\z'_e &= u' \sin \beta - R\alpha' \cos \beta \cos \alpha.\end{aligned}\quad (12)$$

$$\left\{ \frac{u' \cos \beta + R\alpha' \sin \beta \cos \alpha}{\sqrt{u'^2 + R^2 \alpha'^2}}; \quad -\frac{R\alpha' \sin \alpha}{\sqrt{u'^2 + R^2 \alpha'^2}}; \quad \frac{u' \sin \beta - R\alpha' \cos \beta \cos \alpha}{\sqrt{u'^2 + R^2 \alpha'^2}} \right\}. \quad (14)$$

Розпишемо векторне рівняння  $m\overline{w} = \overline{F}$  в проєкціях на осі системи координат, взявши до уваги, що сила тертя  $fN$  спрямована вздовж оди-

Сила ваги спрямована вниз, отже її про- | екції запишуться:

$$\{0; \quad 0; \quad -mg\}.\quad (9)$$

Реакція поверхні циліндра  $N$  спрямована по нормалі до нього і визначається із векторного добутку двох векторів, дотичних до координатних ліній циліндра. Проєкціями цих векторів є частинні похідні рівнянь (2):

Геометрична сума складових (12) дасть величину швидкості ковзання частинки по поверхні циліндра у відносному русі:

$$V_e = \sqrt{x_e'^2 + y_e'^2 + z_e'^2} = \sqrt{u'^2 + R^2 \alpha'^2}. \quad (13)$$

Одиничний вектор дотичної в проєкціях на осі системи  $OXYZ$  одержимо діленням проєкцій (12) на величину вектора (13):

ничного вектора (14) в протилежну до нього сто- | рону:

$$\begin{aligned}mx'' &= -N \sin \beta \sin \alpha - fN \frac{u' \cos \beta + R\alpha' \sin \beta \cos \alpha}{\sqrt{u'^2 + R^2 \alpha'^2}}; \\my'' &= -N \cos \alpha + fN \frac{R\alpha' \sin \alpha}{\sqrt{u'^2 + R^2 \alpha'^2}}; \\mz'' &= -mg + N \cos \beta \sin \alpha - fN \frac{u' \sin \beta - R\alpha' \cos \beta \cos \alpha}{\sqrt{u'^2 + R^2 \alpha'^2}}.\end{aligned}\quad (15)$$

Підставимо в рівняння (15) другі похідні (проєкції абсолютного прискорення) із (8) і отри-

маємо систему із трьох рівнянь:

$$\begin{aligned}
m(-r\omega^2 \cos \omega t - R\alpha'^2 \sin \beta \sin \alpha + u'' \cos \beta + R\alpha'' \sin \beta \cos \alpha) &= \\
&= -N \sin \beta \sin \alpha - fN \frac{u' \cos \beta + R\alpha' \sin \beta \cos \alpha}{\sqrt{u'^2 + R^2 \alpha'^2}}; \\
m(-r\omega^2 \sin \omega t - R\alpha'^2 \cos \alpha - R\alpha'' \sin \alpha) &= \\
&= -N \cos \alpha + fN \frac{R\alpha' \sin \alpha}{\sqrt{u'^2 + R^2 \alpha'^2}}; \\
m(R\alpha'^2 \cos \beta \sin \alpha + u'' \sin \beta - R\alpha'' \cos \beta \cos \alpha) &= \\
&= -mg + N \cos \beta \sin \alpha - fN \frac{u' \sin \beta - R\alpha' \cos \beta \cos \alpha}{\sqrt{u'^2 + R^2 \alpha'^2}}.
\end{aligned} \tag{16}$$

До системи (16) входить три невідомі функції:  $N=N(t)$ ,  $u=u(t)$  і  $\alpha=\alpha(t)$ . Розв'язуючи її відносно  $N$ ,  $u''$  і  $\alpha''$ , отримуємо наступні вирази:

$$\begin{aligned}
\alpha'' &= \frac{1}{R} \left[ -r\omega^2 \sin \alpha \sin \omega t + (r\omega^2 \sin \beta \cos \omega t + g \cos \beta) \cos \alpha \right] - \\
&\quad - \frac{A f \alpha'}{\sqrt{u'^2 + R^2 \alpha'^2}}; \\
u'' &= r\omega^2 \cos \beta \cos \omega t - g \sin \beta - \frac{A f u'}{\sqrt{u'^2 + R^2 \alpha'^2}}; \\
N &= mA, \\
\text{де } A &= R\alpha'^2 + g \cos \beta \sin \alpha + r\omega^2 (\cos \alpha \sin \omega t + \sin \beta \sin \alpha \cos \omega t).
\end{aligned} \tag{17}$$

Система (17) не може бути проінтегрована в аналітичному вигляді. Її потрібно розв'язувати чисельними методами. Знайшовши залежності  $\alpha=\alpha(t)$  і  $u=u(t)$  і підставивши їх у рівняння (2), ми одержимо відносну траєкторію руху частинки по поверхні циліндра, тобто траєкторію ковзання. Розглянемо окремі випадки.

**Випадок перший.** Кут  $\beta=0$ , тобто циліндр розташований так, що всі його прямолінійні твірні паралельні горизонтальній площині. Інтегрування системи (17) здійснювали при різних значеннях

радіуса  $r$  кіл, які описує циліндр. На рис. 2 побудовані відносні траєкторії для двох таких значень (1 –  $r=0,05$  м; 2 –  $r=0,1$  м). Як видно із рис. 2, після стабілізації руху частинка описує просторову криву на поверхні циліндра, яка на горизонтальній проекції (рис. 2,а) подібна до еліпса. При збільшенні радіуса  $r$  збільшуються розміри цієї кривої: частинка піднімається на більшу висоту по поверхні циліндра. Проте в цьому випадку можливий її відрив від поверхні.

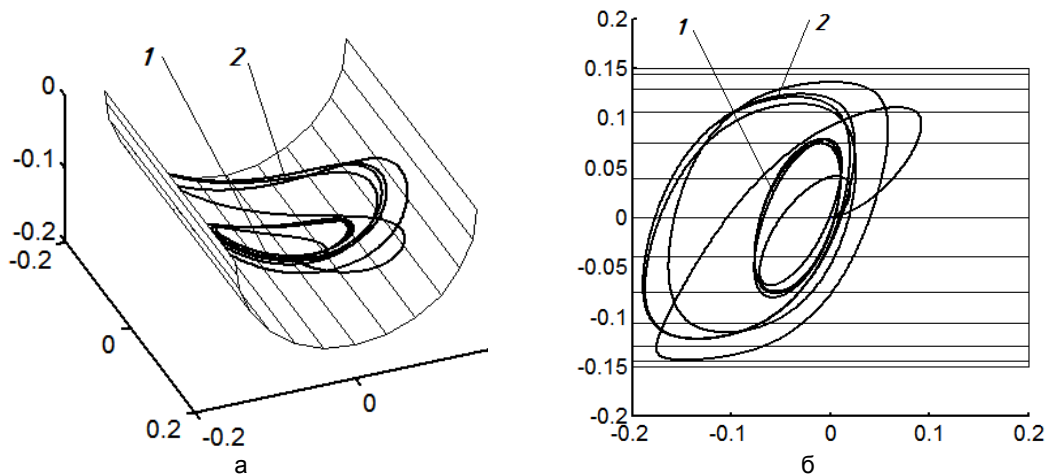


Рис. 2. Траєкторії відносного руху частинки по поверхні горизонтального циліндра, який здійснює коливальний рух при  $R=0,15$ ;  $\omega=10$ ;  $f=0,3$ : а) аксонометричне зображення; б) горизонтальна проекція

На рис. 3 показано, як змінюється реакція поверхні циліндра на частинку масою  $m=0,01$  кг. При збільшенні радіуса  $r$  реакція  $N$  може зменшуватися до нуля (рис. 3,б), що свідчить про від-

сутність тиску на частинку, тобто в цьому місці можливий її відрив від поверхні. Очевидно, що це відбувається у верхніх точках при ковзанні її по поверхні циліндра.

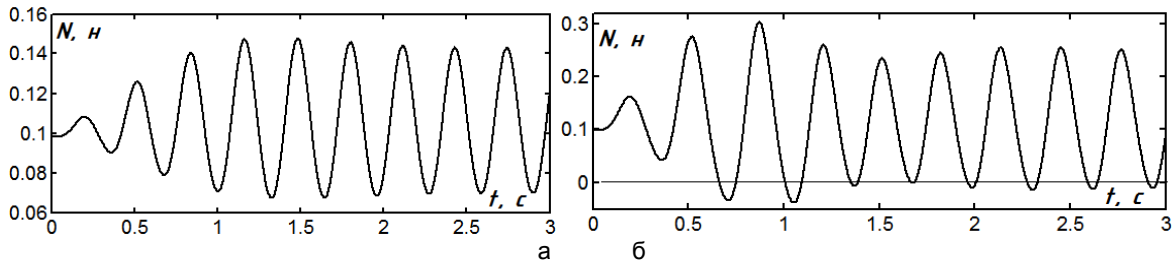


Рис. 3. Графіки зміни реакції поверхні горизонтального циліндра, який здійснює коливальний рух при  $R=0,15$ ;  $\omega=10$ ;  $f=0,3$ : а)  $r=0,05$  м; б)  $r=0,1$  м

При збільшенні кутової швидкості  $\omega$  коливань циліндра траєкторії відносного руху суттєво не змінюються, хоча їх горизонтальна проекція стає більш подібною до кола (рис. 4).

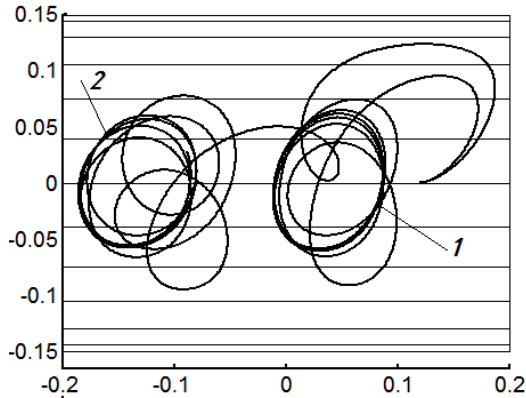


Рис. 4. Траєкторії: 1 -  $\omega=15$ ; 2 -  $\omega=20$

**Випадак другий.** Циліндр нахилений під кутом  $\beta$  до горизонту і є нерухомим ( $\omega=0$ ). Кут нахилу може бути рівним нулю, більшим або меншим за нього. Коли кут  $\beta$  рівний куту тертя ( $\beta=\arctg f$ ), то рух частинки залежить від початкових умов. Якщо їй надати початкову швидкість руху вздовж нижньої прямолінійної твірної циліндра, то вона із цією швидкістю і далі продовжуватиме рух. Якщо ж частинка почне рух не вздовж прямолінійної твірної, то її швидкість буде змінною, але згодом рух стабілізується і вона почне рухатися вздовж нижньої прямолінійної твірної із певною сталою швидкістю. На рис. 5 показано випадок, коли кут нахилу  $\beta$  менший кута тертя.

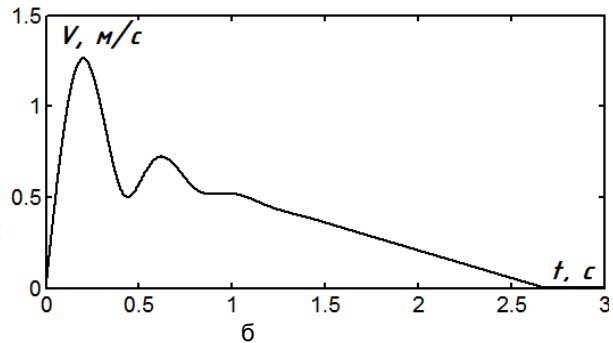
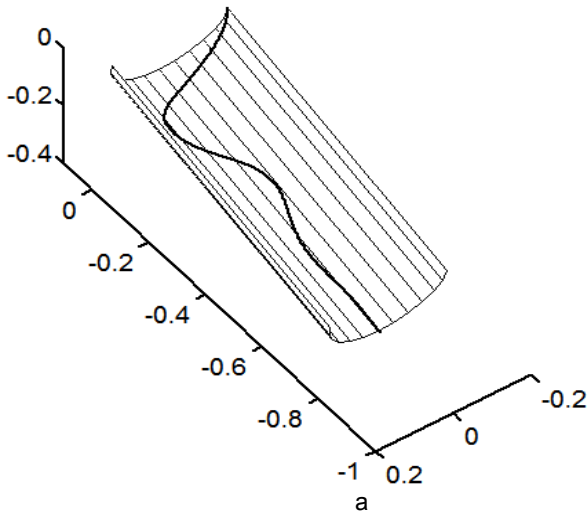


Рис. 5. Графічні ілюстрації відносного руху частинки по поверхні нерухомого похилого циліндра при  $R=0,15$ ;  $\omega=0$ ;  $\beta=15^\circ$ ;  $f=0,3$ : а) відносна траєкторія ковзання частинки; б) графік зміни швидкості ковзання

Із рис. 5 видно, що частинка з часом зупиниться на нижній прямолінійній твірній циліндра (в даному випадку через 2,7 с від початку руху).

**Випадак третій.** Циліндр нахилений під кутом  $\beta$  до горизонту і здійснює коловий коливальний рух.

На рис. 6 побудовані траєкторії ковзання частинки для двох кутів нахилу циліндра –  $1^\circ$  (рис. 6,а,в) і  $3^\circ$  (рис. 6,б,г) при різних інших пара-

метрах. При  $r=0,1$  м і  $\omega=20$   $s^{-1}$  відносний рух частинки по відсіку циліндра стає неможливим, оскільки частинка піднімається до верхньої твірної циліндра і випадає за його межі. Очевидно, що частинки із різним коефіцієнтом тертя будуть підніматися на різну висоту, що дає можливість позбутися частинок із меншим коефіцієнтом тертя.

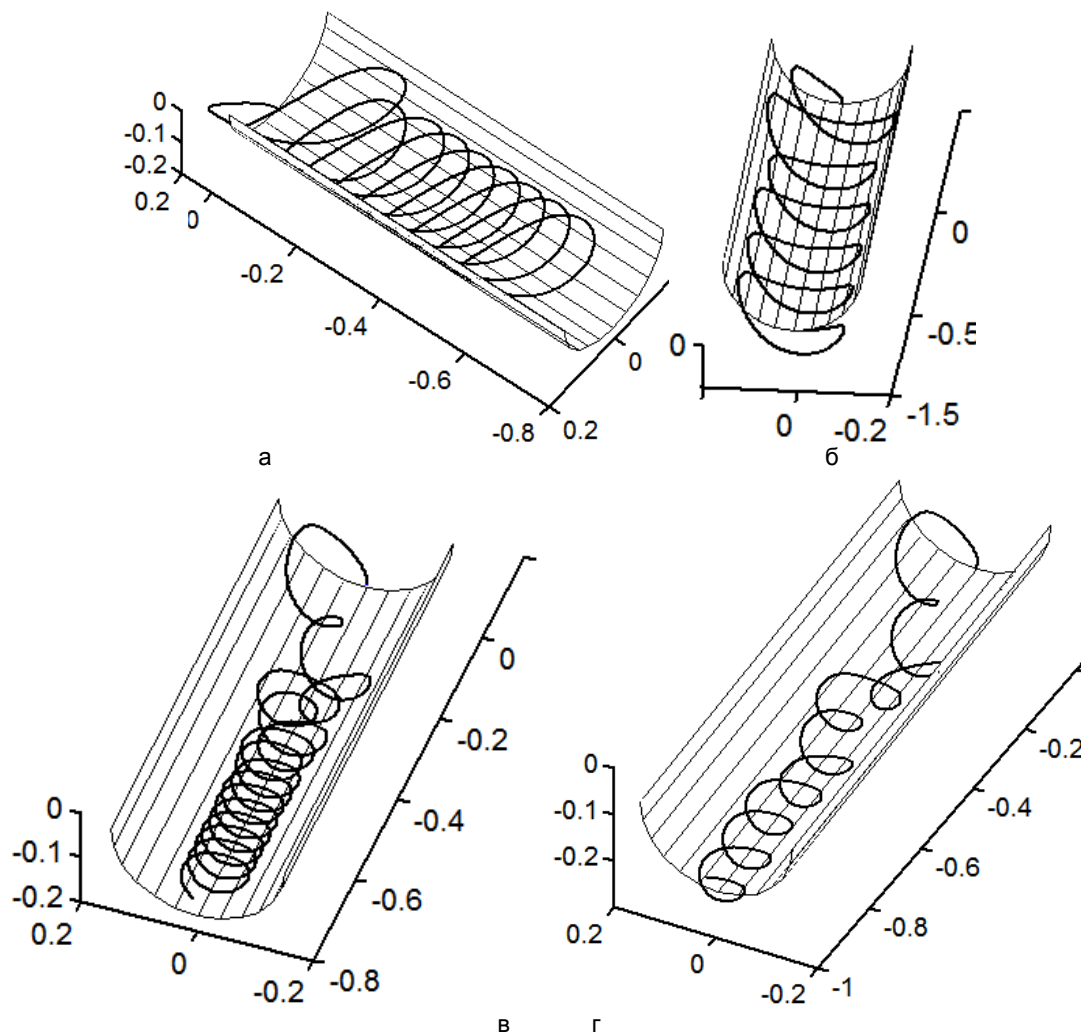


Рис. 6. Траєкторії відносного руху частинки по поверхні горизонтального циліндра, який здійснює коливальний рух при:

- а)  $R=0,15$  м;  $r=0,1$  м;  $\omega=10$  с<sup>-1</sup>;  $f=0,3$ ;  $\beta=1^\circ$ ;  
 б)  $R=0,15$  м;  $r=0,1$  м;  $\omega=10$  с<sup>-1</sup>;  $f=0,3$ ;  $\beta=3^\circ$ ;  
 в)  $R=0,15$  м;  $r=0,05$  м;  $\omega=20$  с<sup>-1</sup>;  $f=0,3$ ;  $\beta=1^\circ$ ;  
 г)  $R=0,15$  м;  $r=0,05$  м;  $\omega=20$  с<sup>-1</sup>;  $f=0,3$ ;  $\beta=3^\circ$

**Висновки та перспективи подальших досліджень.** При русі частинки по внутрішній поверхні горизонтального циліндра, який здійснює коловий коливальний рух в горизонтальних площинах, траєкторією ковзання частинки є просторова крива, горизонтальна проекція якої близька до кола. При збільшенні радіуса колових коливань збільшуються розміри відносної траєкторії, що зумовлює підйом частинки по поверхні циліндра на більшу висоту. При цьому реакція поверхні в найвищих точках підйому мо-

же зменшиться до нуля, що може спричинити відрив частинки від поверхні. Якщо циліндр нерухомий і нахилений до горизонтальної площини під кутом, меншим за кут тертя, то частинка з часом зупиниться. Однак якщо циліндру надати колових коливань, то частинка буде рухатися по поверхні циліндра вниз, описуючи при цьому періодичну просторову траєкторію навіть при невеликих кутах нахилу циліндра.

#### Список використаної літератури:

1. Василенко П.М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин / П.М. Василенко. – Киев: Изд-во Укр. акад. сельск. наук, 1960. – 283 с.
2. Гортинский В.В. Процессы сепарирования на зерноперерабатывающих предприятиях / В.В. Гортинский, А.Б. Демский, М.А. Борискин. -2-е изд., перераб. и доп. - М.: Колос, 1980. -304 с.
3. Блехман И.И. Вибрационное перемещение / И.И. Блехман, Г.Ю. Джанелидзе. - М.: Наука, 1964. -410 с.
4. Блехман И.И. Вибрационная механика / И.И. Блехман. – М.: Физматлит, 1994. – 400 с.

5. Заика П.М. Об одном семействе регулярных режимов движения частицы по колеблющейся плоскости вибрационной зерноочистительной машины / П.М. Заика // Теория механизмов и машин. - Х.: Изв. ХГУ им. М. Горького, 1966. - Вып.1. - С. 28-33.

6. Войтюк Д.Г. Дослідження руху матеріальної частинки по шорсткій площині, яка здійснює горизонтальні криволінійні поступальні коливання / Д.Г. Войтюк, С.Ф. Пилипака // Техніка АПК. -2004. -№№ 10-11. – С. 26 - 28.

7. Клендій М.Б. Взаємодія похилої площини, всі точки якої при поступальному коливанні описують еліпси, із частинками матеріалу / М.Б. Клендій, С.Ф. Пилипака // Механізація та електрифікація сільського господарства. Міжвідомчий тематичний науковий збірник. - Глеваха, 2013. –Вип. 98. –Т. 1. – С. 574 - 587.

**Пилипака С.Ф., Клендій Н.Б. ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦЫ ПО ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРА, У КОТОРОГО ВСЕ ТОЧКИ ОПИСЫВАЮТ ОКРУЖНОСТИ В ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ПЛОСКОСТЯХ.**

*Составлено дифференциальные уравнения относительного перемещения частицы по внутренней поверхности наклонного цилиндра, который осуществляет колебательное движение. Все точки цилиндра описывают окружности в горизонтальных плоскостях. Уравнения решены численными методами и построены траектории относительного движения по поверхности цилиндра. Наведено графики других кинематических характеристик у функции времени. Рассмотрено частные случаи, когда ось цилиндра расположена горизонтально или под углом трения к горизонтальной плоскости.*

**Ключевые слова:** *относительное движение, наклонный цилиндр, частица, дифференциальные уравнения, кинематические параметры.*

**Pylypaka S., Klendiy M. PARTICLE MOVEMENT ON A CYLINDER SURFACE AT WHICH ALL POINTS DESCRIBE CIRCLES IN HORIZONTAL PLANES.**

*Particle movement on an interior surface of the mobile cylinder is considered. The cylinder is inclined at an angle to a horizontal plane and makes an oscillative motion in such a manner that all its points describe circles in horizontal planes. Absolute movement of a particle is the sum of two movements: a portable translational movement of the cylinder and relative movement of a particle on an interior surface of the cylinder. Absolute acceleration of a particle at function of time is discovered and the system of differential equations is made. Unknown functions are two explanatory variables of a surface which describe a trajectory of sliding and a surface response. The system is solved by numerical methods. Trajectories of relative movement are constructed and influence on them of constructive and kinematic parameters is investigated. Movement is investigated for horizontally arranged cylinder, for the inclined cylinder with various angles of slope, including a friction angle, and also in the absence of an oscillative motion, that is at the motionless cylinder. At particle movement on the fluctuating cylinder chances when the surface response is equal to zero, that is the separation of a particle from a surface is possible.*

*If the cylinder is motionless and inclined to a horizontal plane at an angle friction particle movement on its surface can be various and depends on entry conditions. At pushing of a particle along lower generatrix with an initial velocity it continues movement with this velocity. If in initial position the particle is arranged above lower generatrix its movement has oscillating character with a variable velocity which is stabilised in due course. The further movement happens to a constant velocity along the lower generatrix.*

**Keywords:** *relative movement, the inclined cylinder, particle, differential equations, kinematic parameters.*

Стаття надійшла в редакцію: 07.10.2016

Рецензент: д.т.н., проф. Тарельник В.Б.