ватой плоскости, которая совершает поступательные колебания у вертикальном направлении

Составлено обобщенные дифференциальные уравнения относительного перемещения частицы по шероховатой плоскости, которая осуществляет колебательное движение. Все точки плоскости описывают эллипсы у вертикальных плоскостях. Рассмотрены случаи колебания плоскости, когда полуоси эллипсов равны или одна из них равна нулю, то есть плоскость осуществляет возвратно-поступательное движение. Уравнения решены численными методами и построены траектории относительного движения частицы по плоскости. Наведено графики других кинематических характеристик у функции времени. Рассмотрено отдельные случаи, когда плоскость расположена горизонтально или же является наклонной.

Ключевые слова: *относительное движение, шероховатая плоскость, поступательные колебания, частица, дифференциальные уравнения, кинематические параметры.*

Pylypaka S., Kremets T., Klendiy M., Klendiy O. Movement of a particle along a rough plane that performs translational vibrations in the vertical direction

Generalized differential equations of the relative motion of a particle over a rough plane that performs the oscillatory motion are compiled. All points of the plane describe ellipses in vertical planes. The cases of the oscillation of the plane are considered when the semi-axes of the ellipses are equal or one of them is equal to zero, that is, the plane performs reciprocating motion. The equations are solved by numerical methods and trajectories of the relative motion of the particle along the plane are constructed. Graphs of other kinematic characteristics of the time function are plotted. We consider individual cases when the plane is horizontal or inclined.

Keywords: *relative motion, rough plane, translational vibrations, particle, differential equations, kinematic parameters.*

Дата надходження до редакції: 06.09.2017
Резензент: д.т.н., проф. Ревенко І.І.

УДК 621.224

ОСОБЛИВОСТІ ЧИСЕЛЬНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПОТОКУ РІДИНИ

Н. С. Борозенець
В. І. Пугач
Сумський національний аграрний університет

В статті показана необхідність розгляду відривного обтікання тіл, просторових потоків рідини, вивчення їх взаємодії, взаємного впливу, а також в зв'язку з цим розгляд нових класів задач та шляхи їх вирішення.

Ключові слова: *математичні моделі, потік рідини, турбулентність, в'язкість, обтікання, вихори, рівняння.*

Постановка проблеми в загальному вигляді. При проектуванні гідравлічних машин вибір геометричних розмірів і форм проточних частин, врахування взаємного впливу елементів з метою забезпечення високих енергетичних і динамічних характеристик являє собою складну задачу. Вона вирішується, в основному, з використанням спрощених математичних моделей потоку рідини.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. На даний час дослідження структури турбулентного потоку в елементах проточної частини базується на напівемпіричних теоріях, які використовують експериментальну інформацію про кореляції турбулентної швидкості, і наближених уявленнях про механізм турбулентної в'язкості [1, 2, 3, 7]. Ці теорії виявилися дуже цінними і дозволили вирішити ряд важливих практичних завдань. Проте зростаючі запити практики не вдається задовольнити тільки зазначеним шляхом.

Мета статті. Метою статті є показати необхідність розгляду відривного обтікання тіл, просторових потоків рідини, вивчення їх взаємодії, взаємного впливу, а також в зв'язку з цим розгляд нових класів задач та шляхи їх вирішення.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо одну із основних видів математичних моделей потоку рідини, а саме замкнену модель турбулентності при обтіканні тіл (гіпотеза С. М. Білоцерківського).

Створення замкнених моделей турбулентності і вирішення зазначених задач за допомогою комп'ютерних технологій відкриває нові можливості в цій області. Однією з важливих проблем при цьому є проблема правильного розуміння і опису механізму турбулентного перемішування [6]. Зазначимо також іншу суттєву проблему турбулентності - замкнення рівнянь Рейнольдса.

До останнього часу складається загальноприйняте уявлення про турбулентносні ієрархії вихорів різних порядків. Розрізняють два принципово різних види турбулентності: крупномасштабну і дрібномасштабну. Перший вид відповідає характерним розмірам вихрових утворень порядку потоку в цілому, а другий - істотно меншим. Параметри крупномасштабної турбулентності визначаються конкретними умовами потоку: формою тіла, яке обтікається, режимом обтікання, станом зовнішнього середовища, силами інерційної природи. Тому для досить великих чисел Рейнольдса в'язкістю середовища при аналізі ближнього сліду можна знехтувати. Вивчення дрібномасштабної турбулентності і дифузії вихорів необхідно проводити з урахуванням сил в'язкості.

Для побудови ефективного математичного опису (математичної моделі турбулентності) принципове значення має питання про природу турбулентності, про головне її джерело. Ми дотримуємося концепції [5], згідно з якою основним джерелом турбулентних рухів є вихори. Турбулентний потік являє собою нестаціонарний рух рідини, породжений втратою стійкості і розпадом впорядкованих вихрових утворень (завіс) та перетворенням їх у вихрові групи. Останні, рухаючись разом із середовищем, видозмінюються, обертаються, захоплюють один одного і розпадаються, утворюючи як нові макроструктури, так і виділяючи дрібні вихори.

Вивчення турбулентності пов'язане з двома завданнями:

1) утворення вихорів, моделювання причин, які генерують вихори, опис їх появи і початкового етапу розвитку;

2) аналіз "життя" вихорів, моделювання їх руху, втрати стійкості, утворення нових стійких форм (груп), перетворення великих груп в дрібні, дифузії вихорів і т. д.

Основні механізми зародження і появи вихорів такі:

1) утворення вихрових завіс, пов'язане з обтіканням гострих кромок і зламів на поверхні тіла, яке обтікається;

2) утворення вихрових слідів, викликане відривом примежового шару з поверхні гладкого тіла.

Для опису турбулентних рухів потрібна як мінімум модель ідеального середовища та примежового шару.

Першим етапом розв'язування задачі є чисельний розрахунок на комп'ютері розвитку картини потоку рідини в рамках моделі ідеального середовища або ідеального середовища та примежового шару. Є серйозні підстави вважати, що отримані при цьому результати дають у цілому достовірну інформацію про явище, оскільки вони правильно описують макроструктуру обтікання тіла, ближнього сліду, крупномасштабну турбулентність і т. д.

Процес зародження, розвитку і подальшого згасання вихрового сліду за тілом можна в цілому описати наступним чином. Тіло, змінюючи потік, додає частинкам рідини прискорення. При обтіканні тіла утворюється також вихровий слід. Оскільки поблизу тіла сили молекулярної в'язкості малі в порівнянні з силами інерційної природи, то роль в'язкості на початковому етапі формування відривного обтікання зводиться до визначення місця відриву і циркуляції примежового шару, який відривається. Якщо ж вивчається обтікання тіла з кутовими точками, де місця відриву фіксовані, то вплив в'язкості взагалі можна не враховувати. З віддаленням від тіла розпочинається процес згасання сліду. Причому безпосередній вплив тіла на це невеликий, а в далекому сліду ним взагалі можна знехтувати. Інерційний вплив підтримується вихровим слідом, а молекулярне тертя в середовищі викликає згасання вихорів, призводить до поступового залучення все нових частинок рідини у вихровий рух.

Розглянемо основні рівняння в'язкої нестисливої рідини. Поле швидкостей задовольняє рівняння нерозривності

$$\frac{\partial V_x}{\partial x}+\frac{\partial V_y}{\partial y}+\frac{\partial V_z}{\partial z}=0, \qquad (1)$$

а рівняння руху в'язкої нестисливої рідини при відсутності масових сил мають вигляд

$$\begin{cases}\frac{\partial V_x}{\partial t}+V_x\frac{\partial V_x}{\partial x}+V_y\frac{\partial V_x}{\partial y}+V_z\frac{\partial V_x}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\Delta V_x\\ \frac{\partial V_y}{\partial t}+V_x\frac{\partial V_y}{\partial x}+V_y\frac{\partial V_y}{\partial y}+V_z\frac{\partial V_y}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+\nu\Delta V_y\\ \frac{\partial V_z}{\partial t}+V_x\frac{\partial V_z}{\partial x}+V_y\frac{\partial V_z}{\partial y}+V_z\frac{\partial V_z}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+\nu\Delta V_z\end{cases} \qquad (2)$$

де

$$\Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Для деяких областей досліджуваних потоків роль в'язкості можна вважати незначною. Тоді основну частину розв'язку можна отримати в рамках схеми ідеального середовища.

Представимо всі параметри рідини у вигляді

$$\begin{matrix}V_x=V_{x_0}+w_x, & V_y=V_{y_0}+w_y,\\ V_z=V_{z_0}+w_z, & p=p_0+p^*\end{matrix}, \qquad (3)$$

де перші члени правих частин відповідають рівнянням ідеального середовища, а другі дають виправлення на в'язкість. Підставимо (3) в рівняння (2) і врахуємо, що функції з індексом "0" задовольняють рівняння Ейлера. Тоді для потенційного потоку

$$\Delta V_{x_0}=0,\quad \Delta V_{y_0}=0,\quad \Delta V_{z_0}=0. \qquad (4)$$

Будемо мати

$$\begin{cases}
\frac{\partial w_x}{\partial t}+\left(V_{x_0}+w_x\right)\frac{\partial w_x}{\partial x}+\left(V_{y_0}+w_y\right)\frac{\partial w_x}{\partial y}+\left(V_{z_0}+w_z\right)\frac{\partial w_x}{\partial z}+\frac{\partial V_{x_0}}{\partial x}w_x+ \\
+\frac{\partial V_{x_0}}{\partial y}w_y+\frac{\partial V_{x_0}}{\partial z}w_z=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p^*}{\partial x}+\nu\Delta w_x \quad , \\
\frac{\partial w_y}{\partial t}+\left(V_{x_0}+w_x\right)\frac{\partial w_y}{\partial x}+\left(V_{y_0}+w_y\right)\frac{\partial w_y}{\partial y}+\left(V_{z_0}+w_z\right)\frac{\partial w_y}{\partial z}+\frac{\partial V_{y_0}}{\partial x}w_x+ \\
+\frac{\partial V_{y_0}}{\partial y}w_y+\frac{\partial V_{y_0}}{\partial z}w_z=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p^*}{\partial y}+\nu\Delta w_y \quad , \\
\frac{\partial w_z}{\partial t}+\left(V_{x_0}+w_x\right)\frac{\partial w_z}{\partial x}+\left(V_{y_0}+w_y\right)\frac{\partial w_z}{\partial y}+\left(V_{z_0}+w_z\right)\frac{\partial w_z}{\partial z}+\frac{\partial V_{z_0}}{\partial x}w_x+ \\
+\frac{\partial V_{z_0}}{\partial y}w_y+\frac{\partial V_{z_0}}{\partial z}w_z=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p^*}{\partial z}+\nu\Delta w_z \quad .
\end{cases}$$

Уявимо компоненти вектора вихору у вигляді

$$\bar{\Omega}=\bar{i}\Omega_x+\bar{j}\Omega_y+\bar{k}\Omega_z\,,\ \Omega_x=\frac{\partial V_z}{\partial y}-\frac{\partial V_y}{\partial z}\,,\ \Omega_y=\frac{\partial V_x}{\partial z}-\frac{\partial V_z}{\partial x}\,,\ \Omega_z=\frac{\partial V_y}{\partial x}-\frac{\partial V_x}{\partial y}\ .$$

Використовуючи (1) і (2), можна отримати рівняння Гельмгольца [4, 5]. За основну гіпотезу при використанні зазначених явищ приймемо наступну. Рейнольдсові напруги, пропорційні усередненим значенням невідомих функцій, в розглянутих задачах можуть визначатися при розв'язуванні повних нестаціонарних задач в рамках схеми ідеального середовища або ідеального середовища та примежового шару:

$$\begin{cases}
\frac{\partial\Omega_x}{\partial t}+V_x\frac{\partial\Omega_x}{\partial x}+V_y\frac{\partial\Omega_x}{\partial y}+V_z\frac{\partial\Omega_x}{\partial z}=\Omega_x\frac{\partial V_x}{\partial x}+\Omega_y\frac{\partial V_x}{\partial y}+\Omega_z\frac{\partial V_x}{\partial z}+\nu\Delta\Omega_x\,, \\
\frac{\partial\Omega_y}{\partial t}+V_x\frac{\partial\Omega_y}{\partial x}+V_y\frac{\partial\Omega_y}{\partial y}+V_z\frac{\partial\Omega_y}{\partial z}=\Omega_x\frac{\partial V_y}{\partial x}+\Omega_y\frac{\partial V_y}{\partial y}+\Omega_z\frac{\partial V_y}{\partial z}+\nu\Delta\Omega_y\,, \\
\frac{\partial\Omega_z}{\partial t}+V_x\frac{\partial\Omega_z}{\partial x}+V_y\frac{\partial\Omega_z}{\partial y}+V_z\frac{\partial\Omega_z}{\partial z}=\Omega_x\frac{\partial V_z}{\partial x}+\Omega_y\frac{\partial V_z}{\partial y}+\Omega_z\frac{\partial V_z}{\partial z}+\nu\Delta\Omega_z\,.
\end{cases}$$

Використовуючи правила осереднення, які задовольняють умови Рейнольдса

$$f(x,y,z,t)=\bar{f}(x,y,z,t)+f'(x,y,z,t)\,,$$

де $\bar{f}$ - згладжена (усереднена) частина функції, f' - її флуктуація,

$$\begin{cases}
\overline{f_1 f_2}=\bar{f}_1\cdot\bar{f}_2+\overline{f_1' f_2'} \\
\overline{\frac{\partial f}{\partial t}}=\frac{\partial\bar{f}}{\partial t}\,,\ \overline{\frac{\partial f}{\partial x}}=\frac{\partial\bar{f}}{\partial x}
\end{cases}, \tag{5}$$

отримаємо рівняння нерозривності:

$$\frac{\partial\bar{V}_x}{\partial x}+\frac{\partial\bar{V}_y}{\partial y}+\frac{\partial\bar{V}_z}{\partial z}=0\,. \tag{6}$$

При усередненні рівнянь Нав'є-Стокса (2) і згідно з (5) маємо

$$\overline{V_x\frac{\partial V_x}{\partial x}}+\overline{V_y\frac{\partial V_x}{\partial y}}+\overline{V_z\frac{\partial V_x}{\partial z}}=\bar{V}_x\frac{\partial\bar{V}_x}{\partial x}+\bar{V}_y\frac{\partial\bar{V}_x}{\partial y}+\bar{V}_z\frac{\partial\bar{V}_x}{\partial z}+\left(\overline{V_x'\frac{\partial V_x'}{\partial x}}+\overline{V_y'\frac{\partial V_x'}{\partial y}}+\overline{V_z'\frac{\partial V_x'}{\partial z}}\right).$$

Але

$$V_x'\frac{\partial V_x'}{\partial x}+V_y'\frac{\partial V_x'}{\partial y}+V_z'\frac{\partial V_x'}{\partial z}=\frac{\partial V_x'V_x'}{\partial x}+\frac{\partial V_x'V_y'}{\partial y}+\frac{\partial V_x'V_z'}{\partial z}-V_x'\left(\frac{\partial V_x'}{\partial x}+\frac{\partial V_y'}{\partial y}+\frac{\partial V_z'}{\partial z}\right),$$

причому в силу рівняння нерозривності (6)

$$\frac{\partial V_x'}{\partial x}+\frac{\partial V_y'}{\partial y}+\frac{\partial V_z'}{\partial z}=0\,.$$

Таким чином, отримаємо рівняння Рейнольдса

$$\begin{cases} \frac{\partial \overline{V}_x}{\partial t} + \overline{V}_x \frac{\partial \overline{V}_x}{\partial x} + \overline{V}_y \frac{\partial \overline{V}_x}{\partial y} + \overline{V}_z \frac{\partial \overline{V}_x}{\partial z} + \frac{\partial \overline{V_x' V_x'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V_x' V_y'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{V_x' V_z'}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x} + \nu \Delta \overline{V}_x , \\ \frac{\partial \overline{V}_y}{\partial t} + \overline{V}_x \frac{\partial \overline{V}_y}{\partial x} + \overline{V}_y \frac{\partial \overline{V}_y}{\partial y} + \overline{V}_z \frac{\partial \overline{V}_y}{\partial z} + \frac{\partial \overline{V_x' V_y'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V_y' V_y'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{V_y' V_z'}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial y} + \nu \Delta \overline{V}_y , \\ \frac{\partial \overline{V}_z}{\partial t} + \overline{V}_x \frac{\partial \overline{V}_z}{\partial x} + \overline{V}_y \frac{\partial \overline{V}_z}{\partial y} + \overline{V}_z \frac{\partial \overline{V}_z}{\partial z} + \frac{\partial \overline{V_x' V_z'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V_y' V_z'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{V_z' V_z'}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial z} + \nu \Delta \overline{V}_z . \end{cases} \quad (7)$$

Головна особливість рівнянь Рейнольдса (7) полягає в тому, що зробивши згладжування і тим самим поліпшивши рівняння, ми за це "заплатили дорогу ціну": у них з'явилися нові невідомі функції $\overline{V_x'^2}$, $\overline{V_x' V_y'}$, $\overline{V_x' V_z'}$, $\overline{V_y'^2}$, $\overline{V_y' V_z'}$, $\overline{V_z'^2}$ і виникла проблема замкнення рівнянь.

Оскільки

$$\begin{aligned} &\overline{V_x'^2} = \overline{V_{x_0}'^2}, \overline{V_x' V_y'} = \overline{V_{x_0}' V_{y_0}'}, \overline{V_x' V_z'} = \overline{V_{x_0}' V_{z_0}'}, \\ &\overline{V_y'^2} = \overline{V_{y_0}'^2}, \overline{V_y' V_z'} = \overline{V_{y_0}' V_{z_0}'}, \overline{V_z'^2} = \overline{V_{z_0}'^2}, \end{aligned} \quad (8)$$

то тепер можна отримати розщеплені рівняння Рейнольдса, в яких невідомими є в'язкі добавки швидкостей і тисків. Для цього аналогічно (3) покладемо

$$\begin{aligned} &\overline{V}_x = \overline{V}_{x_0} + \overline{w}_x , \overline{V}_y = \overline{V}_{y_0} + \overline{w}_y , \\ &\overline{V}_z = \overline{V}_{z_0} + \overline{w}_z , \overline{p} = \overline{p}_0 + \overline{p}^* \end{aligned} , \quad (9)$$

де перші члени праворуч відповідають ідеальній моделі середовища, а другі - в'язким поправкам.

Для середніх швидкостей мають місце співвідношення, аналогічні (4):

$$\Delta \overline{V}_{x_0} = 0, \Delta \overline{V}_{y_0} = 0, \Delta \overline{V}_{z_0} = 0 . \quad (10)$$

Таким чином, рівняння Рейнольдса для ідеального середовища згідно з (9) мають вигляд

$$\begin{cases} \frac{\partial \overline{V}_{x_0}}{\partial t} + \overline{V}_{x_0} \frac{\partial \overline{V}_{x_0}}{\partial x} + \overline{V}_{y_0} \frac{\partial \overline{V}_{x_0}}{\partial y} + \overline{V}_{z_0} \frac{\partial \overline{V}_{x_0}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{V_{x_0}' V_{x_0}'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V_{x_0}' V_{y_0}'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{V_{x_0}' V_{z_0}'}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}_0}{\partial x} , \\ \frac{\partial \overline{V}_{y_0}}{\partial t} + \overline{V}_{x_0} \frac{\partial \overline{V}_{y_0}}{\partial x} + \overline{V}_{y_0} \frac{\partial \overline{V}_{y_0}}{\partial y} + \overline{V}_{z_0} \frac{\partial \overline{V}_{y_0}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{V_{x_0}' V_{y_0}'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V_{y_0}' V_{y_0}'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{V_{y_0}' V_{z_0}'}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}_0}{\partial y} , \\ \frac{\partial \overline{V}_{z_0}}{\partial t} + \overline{V}_{x_0} \frac{\partial \overline{V}_{z_0}}{\partial x} + \overline{V}_{y_0} \frac{\partial \overline{V}_{z_0}}{\partial y} + \overline{V}_{z_0} \frac{\partial \overline{V}_{z_0}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{V_{x_0}' V_{z_0}'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V_{y_0}' V_{z_0}'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{V_{z_0}' V_{z_0}'}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}_0}{\partial z} . \end{cases} \quad (11)$$

Тепер можна отримати рівняння Рейнольдса для добавок. Підставимо (10) в (9) та врахуємо рівності (8), (10) і (11). В результаті будемо мати

$$\begin{cases} \frac{\partial \overline{w}_x}{\partial t} + (\overline{V}_{x_0} + \overline{w}_x) \frac{\partial \overline{w}_x}{\partial x} + (\overline{V}_{y_0} + \overline{w}_y) \frac{\partial \overline{w}_x}{\partial y} + (\overline{V}_{z_0} + \overline{w}_0) \frac{\partial \overline{w}_x}{\partial z} + \frac{\partial \overline{V}_{x_0}}{\partial x} \overline{w}_x + \\ + \frac{\partial \overline{V}_{x_0}}{\partial y} \overline{w}_y + \frac{\partial \overline{V}_{x_0}}{\partial z} \overline{w}_z = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}^*}{\partial x} + \nu \Delta \overline{w}_x , \\ \frac{\partial \overline{w}_y}{\partial t} + (\overline{V}_{x_0} + \overline{w}_x) \frac{\partial \overline{w}_y}{\partial x} + (\overline{V}_{y_0} + \overline{w}_y) \frac{\partial \overline{w}_y}{\partial y} + (\overline{V}_{z_0} + \overline{w}_z) \frac{\partial \overline{w}_y}{\partial z} + \frac{\partial \overline{V}_{y_0}}{\partial x} \overline{w}_x + \\ + \frac{\partial \overline{V}_{y_0}}{\partial y} \overline{w}_y + \frac{\partial \overline{V}_{y_0}}{\partial z} \overline{w}_z = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}^*}{\partial y} + \nu \Delta \overline{w}_y , \\ \frac{\partial \overline{w}_z}{\partial t} + (\overline{V}_{x_0} + \overline{w}_x) \frac{\partial \overline{w}_z}{\partial x} + (\overline{V}_{y_0} + \overline{w}_y) \frac{\partial \overline{w}_z}{\partial y} + (\overline{V}_{z_0} + \overline{w}_z) \frac{\partial \overline{w}_z}{\partial z} + \frac{\partial \overline{V}_{z_0}}{\partial x} \overline{w}_x + \\ + \frac{\partial \overline{V}_{z_0}}{\partial y} \overline{w}_y + \frac{\partial \overline{V}_{z_0}}{\partial z} \overline{w}_z = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}^*}{\partial z} + \nu \Delta \overline{w}_z . \end{cases} \quad (12)$$

Слід зауважити, що рівняння Рейнольдса (12) в якості невідомих містять в'язкі поправки до вирішення завдання в ідеальному середовищі. При цьому всі функції з індексом "0", що характеризують відповідні потоки в ідеальній рідині, вважаються відомими. Вони знаходяться у результаті чисельного розв'язування повної нестаціонарної задачі обтікання тіла.

Висновки

При висловленій вище С. М. Білоцерківським гіпотезі про те, що напруги Рейнольдса можуть визначатися на основі зазначеного розв'язання в рамках схеми ідеального середовища (або ідеального середовища та примежового шару), вдалося замкнути усереднені рівняння для в'язкого середовища.

Список використаної літератури:

1. Косторной С.Д. Модель тривимірного плину ідеальної рідини в напрямному апараті гідротурбіни./ С.Д.Косторной, Н.С.Борозенець, Н.С.Мартинова, А.Ю.Хатунцев // Вісник СДАУ, Суми, 2001. Вип. 6, с. 48-53.
2. Ладыженская О.А. Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости. / О.А.Ладыженская // М.: Наука, 1970, с. 288.
3. Ландау Л.Д. Механика сплошных сред. / Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц – М.: Гостехиздат, 1953.
4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. / Л.Г.Лойцянский – М.: Наука, 1978.
5. Милн-Томсон Л.М. Теоретическая гидродинамика. / Л.М.Милн-Томсон – М.: Мир, 1964.
6. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. //– М.: Наука, 1965, ч. 1,2.
7. Седов Л.И. Механика сплошной среды. // Л.И.Седов – М.: Наука. 1970, т. 2.

Borosenets N. S., Pugach V. I. Features of Numerical Implementation of Mathematical Models of Fluid Fluid

В статье показана необходимость рассмотрения отрывного обтекания тел, пространственных потоков жидкости, изучения их взаимодействия, взаимного влияния, а также в связи с этим рассмотрение новых классов задач и пути их решения.

Ключевые слова: *математические модели, поток жидкости, турбулентность, вязкость, обтекание, вихри, уравнения.*

Borosenets N. S., Pugach V. I. Features of Numerical Implementation of Mathematical Models of Fluid Fluid

The article shows the necessity of considering the separated flow of bodies, the spatial fluid flows, studies of their interaction, mutual influence, and in this regard, the consideration of new classes of problems and their solutions.

When designing hydraulic machines is the choice of the geometric dimensions and shape of flow parts, the account of mutual influence of elements with the goal of providing a high energy and dynamic characteristics is a challenging task. It is solved mainly with the use of simplified mathematical models of fluid flow.

Currently, the study of the structure of turbulent flow in the elements of the flow part is based on semi-empirical theories that use experimental information on the correlation of the turbulent velocity, and approximate ideas about the mechanism of turbulent viscosity. These theories have proved very valuable and helped to solve some important practical problems. However, the growing demands of practice fails to satisfy only the specified path.

When expressed above S. M. Belotserkovsky the hypothesis that the Reynolds stress can be determined on the basis of this decision in the framework of an environment (or an environment and the boundary layer), managed to close the averaged equations for viscous fluid.

Key words*: mathematical models, fluid flow, turbulence, viscosity, flow, vortices, equations.*

Дата надходження до редакції: 18.08.2017
Резензент: д.т.н., проф. Гецович Є.М.