

УДК 681.5

Ю.Е. Обжерин, профессор, д-р техн. наук,

Е.Г. Бойко, доцент, канд. техн. наук

Севастопольский национальный технический университет,

ул. Университетская, 33, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: vmsevntu@mail.ru

МОДЕЛЬ КОНТРОЛЯ СКРЫТЫХ ОТКАЗОВ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ С ОТКЛЮЧЕНИЕМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО СОЕДИНЕННЫХ КОМПОНЕНТОВ

На базе теории полумарковских процессов с общим фазовым пространством состояний построена математическая модель контроля скрытых отказов двухкомпонентной системы с последовательным соединением компонентов. Найдены приближенные значения стационарных надежностных и экономических характеристик функционирования системы.

Ключевые слова: полумарковская модель, скрытый отказ, стационарные характеристики.

Введение. Повышение и поддержание надежности производственных систем (ПС) и качества выпускаемой продукции является **актуальной проблемой** современного приборостроения. Важнейшей частью систем управления качеством продукции на приборостроительных предприятиях является технический контроль. Высокий уровень контрольно-измерительной аппаратуры и ее разнообразие не исключают проблему своевременного выявления скрытых отказов ПС. В данной работе под скрытым отказом понимается отказ, который может быть обнаружен только в результате проведения контроля.

Многообразие контролируемых параметров и контрольно-измерительных процедур в современном приборостроении приводит к необходимости создания оптимальной программы контроля многокомпонентных систем, в основе которой лежит математическое моделирование. Для построения моделей контроля восстанавливаемых ПС наиболее перспективным является метод, основанный на применении полумарковских процессов (ПМП) с общим фазовым пространством состояний. Главная трудность, которая при этом возникает, состоит в размерности моделей. Эффективным средством приближенного нахождения стационарных характеристик системы в случае большой размерности моделей является метод, предложенный в [1], и имеющий общую основу с алгоритмами асимптотического фазового укрупнения. В современных источниках [2] рассматриваются математические модели систем с учетом контроля скрытых отказов. Однако в них не учитывается структура контролируемых систем, а также стратегии контроля.

Целью статьи является определение приближенных значений стационарных характеристик надежности и эффективности функционирования двухкомпонентной ПС с отключением компонентов на период проведения контроля скрытых отказов и оценка их точности, а также определение оптимальной периодичности контроля.

Рассмотрим систему S , состоящую из двух последовательно соединенных компонентов K_1 , K_2 и контролирующей их работоспособность аппаратуры. В начальный момент времени компоненты приступают к работе, контроль включен. Время безотказной работы (ВБР) компонентов – случайные величины (СВ) α_1 , α_2 с функциями распределения (ФР) $F_1(t) = P\{\alpha_1 \leq t\}$, $F_2(t) = P\{\alpha_2 \leq t\}$ и плотностями распределения (ПР) $f_1(t)$, $f_2(t)$ соответственно. Контроль проводится через случайное время δ с ФР $R(t) = P\{\delta \leq t\}$ и ПР $r(t)$. Контроль работоспособности компонентов происходит одновременно, их отказы обнаруживаются только в результате проведения контроля. На время проведения контроля оба компонента отключаются. Длительность проведения контроля – СВ γ с ФР $V(t) = P\{\gamma \leq t\}$ и ПР $v(t)$. После обнаружения отказа компонента K_1 начинается его восстановление, компонент K_2 и контроль отключаются, время восстановления (ВВ) компонента K_1 – СВ β_1 с ФР $G_1(t) = P\{\beta_1 \leq t\}$ и ПР $g_1(t)$. После обнаружения отказа компонента K_2 начинается его восстановление, компонент K_1 и контроль отключаются, ВВ компонента K_2 – СВ β_2 с ФР $G_2(t) = P\{\beta_2 \leq t\}$ и ПР $g_2(t)$. В случае восстановления обоих компонентов система приступает к работе после восстановления последнего. После восстановления все свойства компонентов полностью обновляются. СВ α_1 , α_2 , β_1 , β_2 , δ , γ считаются независимыми, имеющими конечные математические ожидания.

Далее описанная система будет называться исходной.

Функционирование системы опишем ПМП $\xi(t)$ с дискретно-непрерывным фазовым пространством состояний. Введем следующее множество E полумарковских состояний системы:

$$E = \{3111, 3\hat{1}\hat{0}x_1x_2, 3111x_1x_2, 1011xz, 2101xz, 3\hat{0}\hat{1}0x, 3\hat{1}\hat{0}0x, 32\hat{1}2x, 3\hat{1}22x, 1111x, 2111x, 1001z, 2001z, 3\hat{0}\hat{0}0, 3222, 1\hat{1}22x, 22\hat{1}2x\}.$$

Временная диаграмма функционирования системы представлена на рисунке 1.

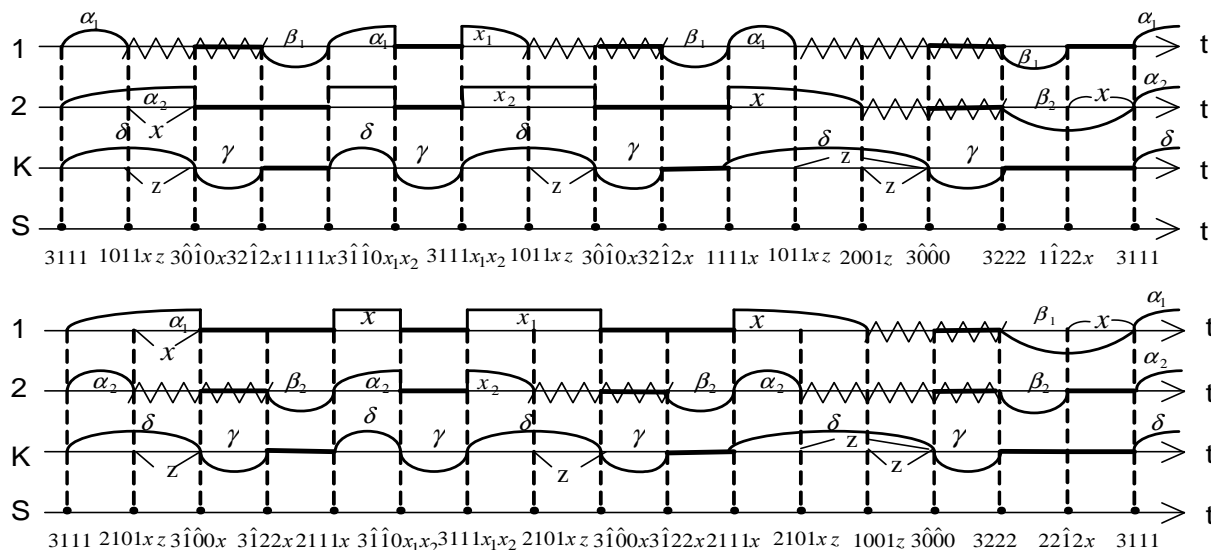


Рисунок 1 – Временная диаграмма функционирования исходной системы

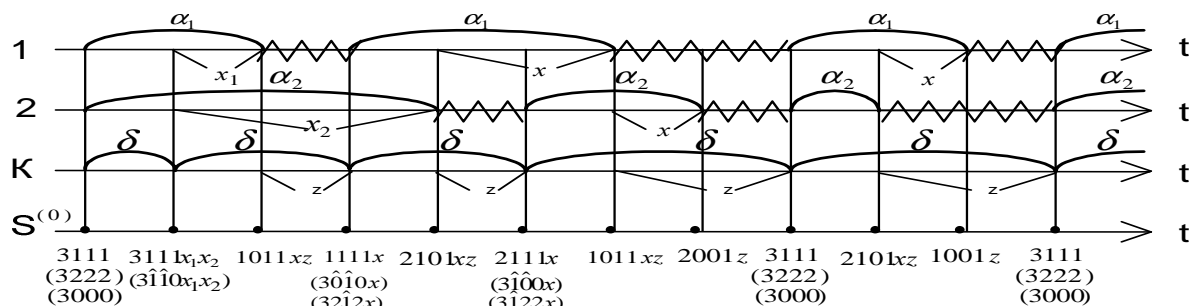


Рисунок 2 – Временная диаграмма функционирования опорной системы

Содержательный смысл кодов состояний заключается в следующем:

первая цифра кода показывает, где произошли изменения в данном состоянии, а именно: 1 – в компоненте K_1 , 2 – в компоненте K_2 , 3 – в системе контроля;

вторая и третья цифры кода показывают, какие произошли изменения в компонентах K_1, K_2 соответственно: 0 – компонент K_i отказал, но продолжает работать, $\hat{0}$ – компонент K_i отказал и отключен, 1 – компонент K_i работоспособен, $\hat{1}$ – компонент K_i работоспособен и отключен, 2 – в компоненте K_i обнаружен отказ, началось его восстановления;

четвертая цифра кода показывает, какие изменения произошли в системе контроля: 0 – проводится контроля, 1 – контроль включен, но не проводится, 2 – контроль отключен;

переменная x показывает, что до наступления отказа соответствующего компонента осталось время $x > 0$;

переменная z показывает, что до начала контроля осталось время $z > 0$.

Предположим, что ВВ компонентов и время проведения контроля значительно меньше ВБР компонентов. Тогда опорной системой $S^{(0)}$ будет система, имеющая мгновенное восстановление и контроль. Временная диаграмма функционирования опорной системы $S^{(0)}$ приведена на рисунке 2, в скобках указаны мгновенные состояния системы $S^{(0)}$. В [3] найдены вероятности переходов ВЦМ $\{\xi_n^{(0)}; n \geq 0\}$ опорной системы $S^{(0)}$ с учетом, что переходы из состояний в скобках происходят с вероятностью единица.

Класс эргодических состояний $E^{(0)}$ ВЦМ $\{\xi_n^{(0)}; n \geq 0\}$ опорной системы имеет вид:

$$E^{(0)} = \{3111, 3\hat{1}\hat{1}0x_1x_2, 3111x_1x_2, 1011xz, 2101xz, 3\hat{0}\hat{1}0x, 3\hat{1}\hat{0}0x, 32\hat{1}2x, 3\hat{1}22x, 1111x, 2111x, 1001z, 2001z, 3\hat{0}\hat{0}0, 3222\}.$$

Состояния $1\hat{1}22x, 22\hat{1}2x$ являются невозвратными для ВЦМ опорной системы.

Используя вероятности и плотности вероятностей переходов ВЦМ $\{\xi_n^{(0)}; n \geq 0\}$ опорной системы $S^{(0)}$, в [3] найдено стационарное распределение ВЦМ $\{\xi_n^{(0)}; n \geq 0\}$ опорной системы $S^{(0)}$.

Определим вероятности переходов ВЦМ $\{\xi_n; n \geq 0\}$ исходной системы:

$$p_{3111}^{1011xz} = \int_0^{\infty} f_2(t+x)r(t+z)f_1(t)dt, \quad x > 0, \quad z > 0; \quad p_{3111}^{2101xz} = \int_0^{\infty} f_1(t+x)r(t+z)f_2(t)dt, \quad x > 0, \quad z > 0;$$

$$p_{3111}^{3\hat{1}\hat{1}0x_1x_2} = \int_0^{\infty} f_1(t+x_1)f_2(t+x_2)r(t)dt, \quad x_1 > 0, \quad x_2 > 0; \quad p_{3111x_1x_2}^{1011x_2-x_1z} = r(x_1+z), \quad x_1 < x_2;$$

$$p_{3111x_1x_2}^{2101x_1-x_2z} = r(x_2+z), \quad x_2 < x_1; \quad p_{3111x_1x_2}^{3\hat{1}\hat{1}0x_1-tx_2-t} = r(t), \quad x_1 < x_2, \quad 0 < t < x_1;$$

$$p_{3111x_1x_2}^{3\hat{1}\hat{1}0x_1-tx_2-t} = r(t), \quad x_2 < x_1, \quad 0 < t < x_2; \quad p_{1111x}^{1011yz} = r(x-y+z)f_1(x-y), \quad 0 < y < x, \quad z > 0;$$

$$p_{1111x}^{2101yz} = r(x+z)f_1(x+y), \quad y > 0, \quad z > 0; \quad p_{1111x}^{3\hat{1}\hat{1}0y_1y_2} = r(x-y_2)f_1(x-y_2+y_1), \quad y_1 > 0, \quad 0 < y_2 < x;$$

$$p_{2111x}^{1011yz} = r(x+z)f_2(x+y), \quad y > 0, \quad z > 0; \quad p_{2111x}^{2101yz} = r(x-y+z)f_2(x-y), \quad 0 < y < x, \quad z > 0;$$

$$p_{2111x}^{3\hat{1}\hat{1}0y_1y_2} = r(x-y_1)f_2(x-y_1+y_2), \quad y_2 > 0, \quad 0 < y_1 < x.$$

Найдем средние времена пребывания в состояниях исходной системы.

$$m(3111) = \int_0^{\infty} \bar{F}_1(t)\bar{F}_2(t)\bar{R}(t)dt, \quad m(3\hat{1}\hat{1}0x_1x_2) = M\gamma, \quad m(3111x_1x_2) = \int_0^{x_1 \wedge x_2} \bar{R}(t)dt, \quad m(1011xz) = x \wedge z,$$

$$m(2101xz) = x \wedge z, \quad m(3\hat{0}\hat{1}0x) = M\gamma, \quad m(3\hat{1}\hat{0}0x) = M\gamma, \quad m(32\hat{1}2x) = M\beta_1, \quad m(3\hat{1}22x) = M\beta_2,$$

$$m(1111x) = \int_0^x \bar{F}_1(t)\bar{R}(t)dt, \quad m(2111x) = \int_0^x \bar{F}_2(t)\bar{R}(t)dt, \quad m(1001z) = z, \quad m(2001z) = z,$$

$$m(3\hat{0}\hat{0}0) = M\gamma, \quad m(3222) = \int_0^{\infty} \bar{G}_1(t)\bar{G}_2(t)dt, \quad m(1\hat{1}22x) = x, \quad m(22\hat{1}2x) = x.$$

Разобьем фазовое пространство состояний E исходной системы S на следующие два подмножества:

$E_+ = \{3111, 3111x_1x_2, 1111x, 2111x\}$ – система работоспособна;

$E_- = \{3\hat{1}\hat{1}0x_1x_2, 1011xz, 2101xz, 3\hat{0}\hat{1}0x, 3\hat{1}\hat{0}0x, 32\hat{1}2x, 3\hat{1}22x,$

$1001z, 2001z, 3\hat{0}\hat{0}0, 3222, 1\hat{1}22x, 22\hat{1}2x\}$ – система находится в отказе.

Среднюю стационарную наработку на отказ T_+ и среднее стационарное время восстановления T_- исходной системы найдем приближенно по формулам [1]:

$$T_+ \approx \frac{\int_{E_+} m(e)\rho(de)}{\int_{E_+} P(e, E_-)\rho(de)}, \quad T_- \approx \frac{\int_{E_-} m(e)\rho(de)}{\int_{E_+} P(e, E_-)\rho(de)},$$

где $\rho(de)$ – стационарное распределение опорной ВЦМ $\{\xi_n^{(0)}; n \geq 0\}$; $m(e)$ – средние времена пребывания в состоянии $e \in E$ исходной системы; $P(e, E_-)$ – вероятности переходов ВЦМ $\{\xi_n; n \geq 0\}$ исходной системы.

Выполнив необходимые преобразования, получим следующие приближенные формулы определения средней стационарной наработки на отказ T_+ и среднего стационарного времени восстановления T_- :

$$T_+ \approx \frac{M(\alpha_1 \wedge \alpha_2) + \int_0^\infty \bar{F}_2(t) \bar{\Phi}_1(t) dt + \int_0^\infty \bar{F}_1(t) \bar{\Phi}_2(t) dt}{\int_0^\infty \bar{F}_1(y) \bar{F}_2(y) d\hat{H}_r(y) + \int_0^\infty \bar{\Phi}_2(y) \bar{F}_1(y) d\hat{H}_r(y) + \int_0^\infty \bar{\Phi}_1(y) \bar{F}_2(y) d\hat{H}_r(y)},$$

$$T_- \approx \left(M\delta + M\gamma \left(\int_0^\infty \bar{F}_1(y) \bar{F}_2(y) d\hat{H}_r(y) + \int_0^\infty \bar{\Phi}_1(y) \bar{F}_2(y) d\hat{H}_r(y) + \int_0^\infty \bar{\Phi}_2(y) \bar{F}_1(y) d\hat{H}_r(y) \right) + \right.$$

$$+ M(\beta_1 \wedge \beta_2) + M\beta_1 \bar{\Phi}_2(0) + M\beta_2 \bar{\Phi}_1(0) - M(\alpha_1 \wedge \alpha_2) - \int_0^\infty \bar{\Phi}_1(y) \bar{F}_2(y) dy -$$

$$\left. - \int_0^\infty \bar{\Phi}_2(y) \bar{F}_1(y) dy \right) / \left(\int_0^\infty \bar{F}_1(y) \bar{F}_2(y) d\hat{H}_r(y) + \int_0^\infty \bar{\Phi}_1(y) \bar{F}_2(y) d\hat{H}_r(y) + \int_0^\infty \bar{\Phi}_2(y) \bar{F}_1(y) d\hat{H}_r(y) \right).$$

Здесь,

$$\bar{\Phi}_i(t) = \int_0^\infty \bar{F}_i(t+y) h_{\bar{i}}(y) dy + \int_0^\infty \bar{\Gamma}_i(t,y) dy \int_0^\infty f_i(y+z) h_i(z) dz +$$

$$+ \int_0^\infty \bar{\Pi}_i(t,y) dy \int_0^\infty f_i(y+z) h_{\bar{i}}(z) dz + \int_0^\infty \bar{\Pi}_i(t,y) dy \int_0^\infty \gamma_i(y,z) dz \int_0^\infty f_{\bar{i}}(z+s) h_i(s) ds,$$

где $\bar{\Gamma}_i(t,y) = \int_t^\infty \gamma_i(x,y) dx$, $\bar{\Pi}_i(t,y) = \int_t^\infty \pi_i(x,y) dx$, $\bar{i} = \begin{cases} 1, & \text{если } i = 2, \\ 2, & \text{если } i = 1. \end{cases}$

$h_r(t) = \sum_{n=1}^\infty r^{*(n)}(t)$ – плотность функции восстановления $H_r(t)$ процесса восстановления, порожденного

СВ δ ; $\nu_r(z,x) = r(z+x) + \int_0^z r(z+x-s) h_r(s) ds$ – плотность распределения прямого остаточного времени

для процесса восстановления, порожденного СВ δ ; $h_i(t) = \sum_{n=1}^\infty \tilde{\gamma}_i^{*(n)}(t)$, $i = 1, 2$ – плотности функций восстановления процессов восстановления, порожденных СВ с плотностями

$$\tilde{\gamma}_i(t) = \int_0^t f_i(t-y) \nu_r(t-y) dy; \quad \gamma_i(x,t) = \int_0^\infty f_i(x+z+t) \nu_r(t,z) dz + \int_0^\infty h_{\bar{i}}(y) dy \int_0^\infty f_i(x+z+y+t) \nu_r(t,z) dz, \quad i = 1, 2;$$

$$\pi_i(x,y) = \sum_{n=1}^\infty k_i^{*(n)}(x,y), \quad i = 1, 2,$$

где $k_i^{(1)}(x,y) = k_i(x,y) = \int_0^\infty \gamma_i(x,t) \gamma_{\bar{i}}(t,y) dt$, $k_i^{(n)}(x,y) = \int_0^\infty k_i(x,t) k_i^{(n-1)}(t,y) dt$;

$$\bar{\Phi}_i(0) = \int_0^\infty \bar{F}_i(y) h_{\bar{i}}(y) dy + \int_0^\infty \bar{\Gamma}_i(0,y) dy \int_0^\infty f_i(y+z) h_i(z) dz +$$

$$+ \int_0^\infty \bar{\Pi}_i(0,y) dy \int_0^\infty f_i(y+z) h_{\bar{i}}(z) dz + \int_0^\infty \bar{\Pi}_i(0,y) dy \int_0^\infty \gamma_i(y,z) dz \int_0^\infty f_{\bar{i}}(z+s) h_i(s) ds,$$

где $\bar{\Gamma}_i(0,y) = \int_0^\infty \gamma_i(x,y) dx$, $\bar{\Pi}_i(0,y) = \int_0^\infty \pi_i(x,y) dx$, $i = 1, 2$; $\hat{H}_r(t)$ – функция, определяемая формулой:

$$\hat{H}_r(t) = \begin{cases} 1 + H_r(t), & t > 0, \\ 0, & t = 0. \end{cases}$$

С учетом, что характеристики K_z, T_+, T_- связаны соотношением $K_z = \frac{T_+}{T_+ + T_-}$, получаем следующее приближенное соотношение для стационарного коэффициента готовности:

$$K_z \approx \left(M(\alpha_1 \wedge \alpha_2) + \int_0^\infty \bar{F}_2(t) \bar{\Phi}_1(t) dt + \int_0^\infty \bar{F}_1(t) \bar{\Phi}_2(t) dt \right) / \left(M(\beta_1 \wedge \beta_2) + M\beta_1 \bar{\Phi}_2(0) + M\beta_2 \bar{\Phi}_1(0) + (M\delta + M\gamma) \left(\int_0^\infty \bar{F}_1(y) \bar{F}_2(y) d\hat{H}_r(y) + \int_0^\infty \bar{\Phi}_1(y) \bar{F}_2(y) d\hat{H}_r(y) + \int_0^\infty \bar{\Phi}_2(y) \bar{F}_1(y) d\hat{H}_r(y) \right) \right).$$

Найдем приближенные значения характеристик эффективности исходной системы: средней удельной прибыли S в единицу календарного времени и средних удельных затрат C в единицу времени исправного функционирования системы. Для этого используем формулы:

$$S \approx \frac{E}{E} \frac{\int m(x) f_s(x) \rho^{(0)}(dx)}{\int m(x) \rho^{(0)}(dx)}, \quad C \approx \frac{E}{E_+} \frac{\int m(x) f_c(x) \rho^{(0)}(dx)}{\int m(x) \rho^{(0)}(dx)},$$

где $\rho^{(0)}(dx)$ – стационарное распределение ВЦМ $\{\xi_n^{(0)}; n \geq 0\}$ опорной системы; $m(x)$ – средние времена пребывания в состояниях исходной системы; $f_s(x)$ и $f_c(x)$ – функции, определяющие соответственно доход и затраты в каждом состоянии исходной системы.

Пусть c_1 – прибыль, получаемая в единицу времени функционирования компонентов исходной системы; c_2 – затраты в единицу времени на контроль; c_3 – затраты в единицу времени восстановления компонентов в исходной системе; c_4 – потери в единицу времени от скрытого отказа. Для исходной системы функции $f_s(e), f_c(e)$ имеют следующий вид:

$$f_s(e) = \begin{cases} c_1, e \in \{3111, 3111x_1x_2, 2111x, 1111x\}, \\ -c_2, e \in \{32\hat{1}2x, 3\hat{1}22x, 3222, 1\hat{1}22x, 22\hat{1}2x\}, \\ -c_3, e \in \{3\hat{1}\hat{1}0x_1x_2, 3\hat{0}\hat{1}0x, 3\hat{1}\hat{0}0x, 3\hat{0}\hat{0}0\}, \\ -c_4, e \in \{1011xz, 2101xz, 1001z, 2001z\}, \end{cases} \quad f_c(e) = \begin{cases} 0, e \in \{3111, 3111x_1x_2, 2111x, 1111x\}, \\ c_2, e \in \{32\hat{1}2x, 3\hat{1}22x, 3222, 1\hat{1}22x, 22\hat{1}2x\}, \\ c_3, e \in \{3\hat{1}\hat{1}0x_1x_2, 3\hat{0}\hat{1}0x, 3\hat{1}\hat{0}0x, 3\hat{0}\hat{0}0\}, \\ c_4, e \in \{1011xz, 2101xz, 1001z, 2001z\}. \end{cases}$$

Тогда для средней удельной прибыли и средних удельных затрат получаем приближенные формулы:

$$S \approx \left((c_1 + c_4) \left(M(\alpha_1 \wedge \alpha_2) + \int_0^\infty \bar{F}_2(t) \bar{\Phi}_1(t) dt + \int_0^\infty \bar{F}_1(t) \bar{\Phi}_2(t) dt \right) - (c_3M\gamma + c_4M\delta) \left(\int_0^\infty \bar{F}_1(y) \bar{F}_2(y) d\hat{H}_r(y) + \int_0^\infty \bar{\Phi}_1(y) \bar{F}_2(y) d\hat{H}_r(y) + \int_0^\infty \bar{\Phi}_2(y) \bar{F}_1(y) d\hat{H}_r(y) \right) - c_2 \left(M(\beta_1 \wedge \beta_2) + M\beta_1 \bar{\Phi}_2(0) + M\beta_2 \bar{\Phi}_1(0) \right) \right) / \left((M\gamma + M\delta) \left(\int_0^\infty \bar{F}_1(y) \bar{F}_2(y) d\hat{H}_r(y) + \int_0^\infty \bar{\Phi}_1(y) \bar{F}_2(y) d\hat{H}_r(y) + \int_0^\infty \bar{\Phi}_2(y) \bar{F}_1(y) d\hat{H}_r(y) \right) + M(\beta_1 \wedge \beta_2) + M\beta_1 \bar{\Phi}_2(0) + M\beta_2 \bar{\Phi}_1(0) \right),$$

$$C \approx \left((c_3M\gamma + c_4M\delta) \left(\int_0^\infty \bar{F}_1(y) \bar{F}_2(y) d\hat{H}_r(y) + \int_0^\infty \bar{\Phi}_1(y) \bar{F}_2(y) d\hat{H}_r(y) + \int_0^\infty \bar{\Phi}_2(y) \bar{F}_1(y) d\hat{H}_r(y) \right) + c_2 \left(M(\beta_1 \wedge \beta_2) + M\beta_1 \bar{\Phi}_2(0) + M\beta_2 \bar{\Phi}_1(0) \right) - c_4 \left(M(\alpha_1 \wedge \alpha_2) + \int_0^\infty \bar{F}_2(t) \bar{\Phi}_1(t) dt + \int_0^\infty \bar{F}_1(t) \bar{\Phi}_2(t) dt \right) \right) / \left(M(\alpha_1 \wedge \alpha_2) + \int_0^\infty \bar{F}_2(t) \bar{\Phi}_1(t) dt + \int_0^\infty \bar{F}_1(t) \bar{\Phi}_2(t) dt \right).$$

Найдем приближенные выражения для характеристик системы, когда времена безотказной работы компонентов имеют экспоненциальное распределение и постоянное время периодичности контроля $\tau > 0$, тогда $F_i(t) = 1 - e^{-\lambda_i t}$, $i = 1, 2$, $R(t) = 1(t - \tau)$, $M\delta = \tau$. Для средней стационарной наработки на отказ T_+ , среднего стационарного времени восстановления T_- , стационарного коэффициента готовности, средней удельной прибыли и средних удельных затрат, получаем следующие приближенные формулы:

$$T_+ \approx \frac{1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)\tau}}{(\lambda_1 + \lambda_2)}, \quad T_- \approx M\gamma + \tau - \frac{1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)\tau}}{(\lambda_1 + \lambda_2)} + M\beta_1 e^{-\lambda_2 \tau} (1 - e^{-\lambda_1 \tau}) + M\beta_2 e^{-\lambda_1 \tau} (1 - e^{-\lambda_2 \tau}) + M(\beta_1 \wedge \beta_2)(1 - e^{-\lambda_1 \tau})(1 - e^{-\lambda_2 \tau}),$$

$$K_z \approx \left(\frac{1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)\tau}}{(\lambda_1 + \lambda_2)} \right) / \left(M\gamma + \tau + M\beta_1 e^{-\lambda_2 \tau} (1 - e^{-\lambda_1 \tau}) + M\beta_2 e^{-\lambda_1 \tau} (1 - e^{-\lambda_2 \tau}) + M(\beta_1 \wedge \beta_2)(1 - e^{-\lambda_1 \tau})(1 - e^{-\lambda_2 \tau}) \right), \quad (1)$$

$$S \approx \left((c_1 + c_4) \frac{1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)\tau}}{(\lambda_1 + \lambda_2)} - (c_3 M\gamma + c_4 \tau) - c_2 (M\beta_1 e^{-\lambda_2 \tau} (1 - e^{-\lambda_1 \tau}) + M\beta_2 e^{-\lambda_1 \tau} (1 - e^{-\lambda_2 \tau}) + M(\beta_1 \wedge \beta_2)(1 - e^{-\lambda_1 \tau})(1 - e^{-\lambda_2 \tau})) \right) / \left(M\gamma + \tau + \right. \quad (2)$$

$$\left. + M\beta_1 e^{-\lambda_2 \tau} (1 - e^{-\lambda_1 \tau}) + M\beta_2 e^{-\lambda_1 \tau} (1 - e^{-\lambda_2 \tau}) + M(\beta_1 \wedge \beta_2)(1 - e^{-\lambda_1 \tau})(1 - e^{-\lambda_2 \tau}) \right),$$

$$C \approx (c_3 M\gamma + c_4 \tau) \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)}{(1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)\tau})} + c_2 \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)}{(1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)\tau})} \left(M\beta_1 e^{-\lambda_2 \tau} (1 - e^{-\lambda_1 \tau}) + M\beta_2 e^{-\lambda_1 \tau} (1 - e^{-\lambda_2 \tau}) + M(\beta_1 \wedge \beta_2)(1 - e^{-\lambda_1 \tau})(1 - e^{-\lambda_2 \tau}) \right) - c_4. \quad (3)$$

Для исходной системы в случае, когда времена безотказной работы компонентов имеют экспоненциальное распределение и постоянное время периодичности контроля $\tau > 0$, в [3] получены формулы для вычисления точных значений стационарных характеристик функционирования системы.

Для стационарного коэффициента готовности справедливо равенство:

$$K_z = \frac{M\alpha_1 M\alpha_2}{M\alpha_1 + M\alpha_2} (1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)\tau}) / \left(M\gamma + M\delta + M\beta_1 (1 - e^{-\lambda_1 \tau}) + M\beta_2 (1 - e^{-\lambda_2 \tau}) - M(\beta_1 \wedge \beta_2) (1 - e^{-\lambda_1 \tau}) (1 - e^{-\lambda_2 \tau}) \right). \quad (4)$$

Средняя удельная прибыль и средние удельные затраты определяются соотношениями:

$$S = \left((c_1 + c_4) \frac{M\alpha_1 M\alpha_2}{M\alpha_1 + M\alpha_2} (1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)\tau}) - c_3 M\gamma - c_4 M\delta - c_2 (M\beta_1 (1 - e^{-\lambda_1 \tau}) + M\beta_2 (1 - e^{-\lambda_2 \tau}) + M(\beta_1 \wedge \beta_2) (e^{-\lambda_1 \tau} - 1) (1 - e^{-\lambda_2 \tau})) \right) / \left(M\gamma + M\delta + M\beta_1 (1 - e^{-\lambda_1 \tau}) + M\beta_2 (1 - e^{-\lambda_2 \tau}) + M(\beta_1 \wedge \beta_2) (e^{-\lambda_1 \tau} - 1) (1 - e^{-\lambda_2 \tau}) \right), \quad (5)$$

$$C = \left(c_3 M\gamma + c_4 \left(M\delta - \frac{M\alpha_1 M\alpha_2}{M\alpha_1 + M\alpha_2} (1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)\tau}) \right) + c_2 (M\beta_1 (1 - e^{-\lambda_1 \tau}) + M\beta_2 (1 - e^{-\lambda_2 \tau}) - M(\beta_1 \wedge \beta_2) (1 - e^{-\lambda_1 \tau}) (1 - e^{-\lambda_2 \tau})) \right) / \frac{M\alpha_1 M\alpha_2}{M\alpha_1 + M\alpha_2} (1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)\tau}). \quad (6)$$

Исходные данные и результаты вычислений точных значений стационарных характеристик функционирования системы, выполненных по формулам (1) – (3), сведены в таблицу 1, а приближенных, выполненных по формулам (4) – (6), – в таблицу 2, средние ВВ: $M\beta_1 = 0,100$ ч, $M\beta_2 = 0,066$ ч, длительность контроля $M\gamma = 0,125$ ч, $c_1 = 5$ у.е., $c_2 = 4$ у.е., $c_3 = 3$ у.е., $c_4 = 2$ у.е.

Таблица 1 – Значения $K_2(\tau)$, $S(\tau)$, $C(\tau)$ при $\tau = 5$ ч

Исходные данные		Результаты вычислений		
$M\alpha_1$, ч	$M\alpha_2$, ч	$K_2(\tau)$	$S(\tau)$, у.е./ч	$C(\tau)$, у.е./ч
90	70	0,915	4,352	0,242
90	50	0,902	4,262	0,274
90	10	0,746	3,164	0,756

Таблица 2 – Приближенные значения $K_2(\tau)$, $S(\tau)$, $C(\tau)$ при $\tau = 5$ ч

Исходные данные		Результаты вычислений		
$M\alpha_1$, ч	$M\alpha_2$, ч	$K_2(\tau)$	$S(\tau)$, у.е./ч	$C(\tau)$, у.е./ч
90	70	0,915	4,352	0,242
90	50	0,902	4,262	0,274
90	10	0,746	3,165	0,756

По данным таблиц 1 и 2 можно оценить точность расчетов при использовании приближенных формул для стационарных характеристик системы.

Сравнительный анализ точных и приближенных значений полученных результатов позволяет сделать **вывод** о высокой точности приближенного метода. Абсолютная погрешность не превышает 0,009 %.

Рассмотренная методика и полученные результаты могут быть применены при определении стационарных характеристик надежности и эффективности функционирования многокомпонентных производственных систем для различных стратегий контроля скрытых отказов.

Задачи дальнейших исследований заключаются в определении оптимального периода контроля скрытых отказов, а также автоматизации контроля скрытых отказов многокомпонентных производственных систем на основе полученных результатов.

Бібліографічний список використаної літератури

1. Корлат А.Н. Полумарковские модели восстанавливаемых систем и систем массового обслуживания / А.Н. Корлат, В.Н. Кузнецов, А.Ф. Турбин. — Кишинёв: Штиинца, 1991. — 209 с.
2. Черкесов Г.Н. Надежность аппаратно-программных комплексов / Г.Н. Черкесов. — СПб.: Питер, 2005. — 479 с.
3. Бойко Е.Г. Автоматизация процесса принятия решений при управлении периодичностью контроля скрытых отказов производственных систем: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.07: защищена 06.04.12: утв. 26.09.12 / Бойко Елена Георгиевна. — Севастополь, 2012. — 250 с.

Поступила в редакцию 17.01.2014 г.

Обжерін Ю.Є., Бойко О.Г. Модель контролю прихованих відмов двокомпонентної виробничої системи із відключенням послідовно з'єднаних компонентів

На базі теорії напівмарківських процесів із загальним фазовим простором станів побудована математична модель контролю прихованих відмов двокомпонентної системи з послідовним з'єднанням компонентів. Знайдені наближені значення стаціонарних надійнісних й економічних характеристик функціонування системи.

Ключові слова: напівмарківська модель, прихована відмова, стаціонарні характеристики.

Obzherin Y.E., Boyko H.G. Model of two-component production system with sequential connection of components deactivation by hidden failure control

On the base of semi-markov process with overall space two-component system with sequential connection of components mathematical the model of control hidden failures were constructed. Reliable and economical functioning characteristics were found.

Keywords: Semi-Markov model, hidden failures, functioning characteristics.