

УДК 620.53:623.97

**А.И. Бохонский, д-р техн. наук, профессор,****А.К. Васильченко, канд. техн. наук, доцент***Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua***ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ОБЪЕКТА ПО ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ВИНТОВОЙ ТРАЕКТОРИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАНИПУЛЯТОРА**

*Исследовано переносное движение объекта как абсолютно твердого тела при заданной скорости в начальный момент времени из исходного состояния в конечное состояние покоя (за минимально возможное время). Показано, что при учете конечной жесткости телескопической руки манипулятора возможно достижение абсолютного покоя в конце движения с использованием в качестве привода двигателя постоянного тока.*

**Ключевые слова:** оптимальное перемещение, винтовая линия (траектория), телескопическая рука манипулятора бесконечной и конечной жесткости, двигатель постоянного тока.

**Введение.** В работах [1–4] приведены результаты синтеза оптимальных управлений переносным движением упругодеформируемых систем (с конечным и бесконечным числом степеней свободы), рассмотрена реализация управлений манипуляторами конечной жесткости при выполнении сборочных операций на автоматизированных технологических участках.

В [5] исследованы колебания объекта как абсолютно твердого тела на упругом подвесе (6 степеней свободы) при оптимальном переносном движении основания. Обоснованные с точки зрения вариационного исчисления [3] оптимальные управления переносным движением упругих объектов с устранением колебаний в конце движения могут использоваться как в земных условиях, так и при монтаже нежестких крупногабаритных конструкций в космическом пространстве [2, 4].

**Цель исследований** – применение оптимального управления переносным движением объекта по заданной траектории в виде цилиндрической винтовой линии с использованием как абсолютно жесткой телескопической руки манипулятора, так и руки конечной жесткости.

В современной технике в технологических ячейках автоматизированной сборки движение объектов осуществляется по назначенным либо найденным в результате решения задач синтеза траекториям в виде отрезков прямых либо кривых на плоскости или в пространстве. На рисунке 1 в качестве траектории движения объекта как абсолютно твердого тела изображена цилиндрическая винтовая линия, уравнение которой

$$x = R \cos \varphi_e, \quad y = R \sin \varphi_e, \quad z = c\varphi_e, \quad (1)$$

где  $R$  – радиус цилиндра;  $\varphi_e$  – угол поворота горизонтальной проекции телескопической руки;  $c = \text{const}$  ( $c = R \operatorname{tg} \alpha$ ,  $\alpha$  – угол между касательной к винтовой линии и плоскостью  $OXY$ ). Шаг винта постоянный  $h = 2\pi c$ . При практической реализации траектории АСВ (рисунок 1) длина телескопической руки меняется в произвольный момент времени и равна

$$\rho(t) = \sqrt{R^2 + z^2(t)} = \sqrt{R^2 + c^2 \varphi_e^2}. \quad (2)$$

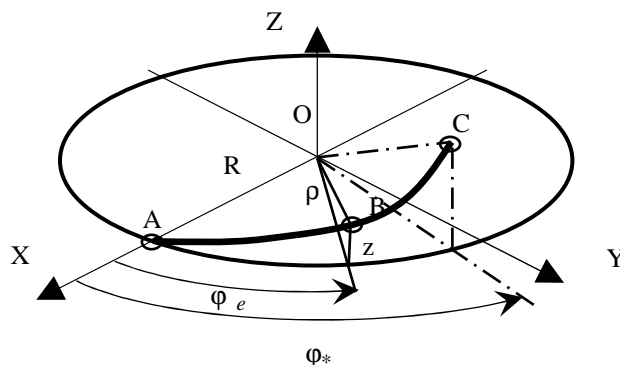


Рисунок 1 – Схема движения объекта по цилиндрической винтовой линии:  
А – начало движения; С – конечная точка; В – произвольное положение

Необходимо переместить груз по траектории АСВ из исходного состояния при известной начальной скорости в конечное состояние покоя (в точку В).

### 1. Управление движением телескопической руки в горизонтальной плоскости

Оптимальное угловое ускорение обосновано в [2] и принято в виде:

$$\varepsilon_e(t) = q \sin^3(pt), \quad (3)$$

где  $p = \pi/T$ . Параметр  $p$  такой, при котором  $\varepsilon_e(t)$  не меняет знак за время  $T$ . Дважды интегрируя зависимость (3) с учетом краевых условий (при  $t=0$ ,  $\omega_e(0) = \omega_0$ ,  $\varphi_e(0) = 0$ ; при  $t=T$ ,  $\omega_e(T) = 0$ ,  $\varphi_e(T) = \varphi_*$ ), отвечающих требованию цели управления, получим зависимости для угловой скорости и угла поворота. С учетом найденных произвольных постоянных интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  и параметров  $\varphi_*$  и  $a$  выражения для угла поворота, угловой скорости и углового ускорения принимают вид:

$$\begin{aligned} \varphi_e(t) &= +\frac{\omega_0 T}{4\pi} \left\{ \frac{1}{3} \sin^3\left(\frac{\pi t}{T}\right) + 2 \sin\left(\frac{\pi t}{T}\right) \right\} + \frac{\omega_0 t}{2}, \\ \omega_e(t) &= \frac{\omega_0}{4} \left\{ \sin^2\left(\frac{\pi t}{T}\right) \cos\left(\frac{\pi t}{T}\right) + 2 \cos\left(\frac{\pi t}{T}\right) \right\} + \frac{\omega_0}{2}, \\ \varepsilon_e(t) &= -3 \frac{\omega_0}{4\pi T} \sin^3\left(\frac{\pi t}{T}\right). \end{aligned}$$

При исходных данных  $T=2,5$  с,  $\omega_0=2$  с<sup>-1</sup> графики  $\varphi_e(t)$ ,  $\omega_e(t)$ ,  $\varepsilon_e(t)$  изображены на рисунке 2.

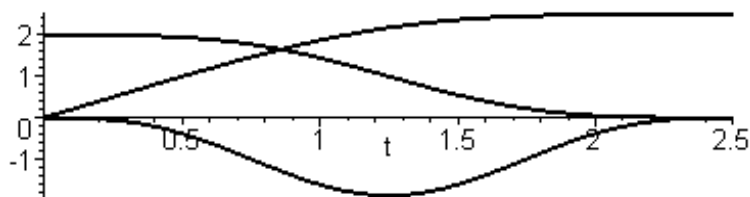


Рисунок 2 – Графики угла поворота, угловой скорости и углового ускорения

Из графиков следует, что в момент времени  $t=T$  наступает покой в переносном вращательном движении (скорость  $\omega_e(t)$  и ускорение  $\varepsilon_e(t)$  равны нулю).

Аналогичное явление наблюдается при движении по оси  $Z$ , поскольку координата  $z(t)$  пропорциональна  $\varphi_e(t)$  и для движения по вертикали начальные условия  $z(0) = 0$ ,  $\dot{z}(0) = C\dot{\varphi}_e(0)$ . При этом рука удлиняется и  $\rho(t) = \sqrt{R^2 + z^2(t)}$ . Графики зависимостей  $\rho(t)$  и  $z(t)$  изображены на рисунке 3.

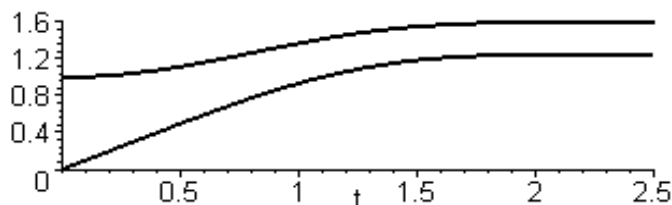


Рисунок 3 – Графики изменения длины руки  $\rho(t)$  и координаты  $z(t)$

Движущий момент, обеспечивающий поворот руки в горизонтальной плоскости, находится из дифференциального уравнения вращательного движения, которое имеет вид

$$M = J\varepsilon_e(t) + M_c + k_1\omega_e(t). \quad (5)$$

График движущего момента  $M$  изображен на рисунке 4.

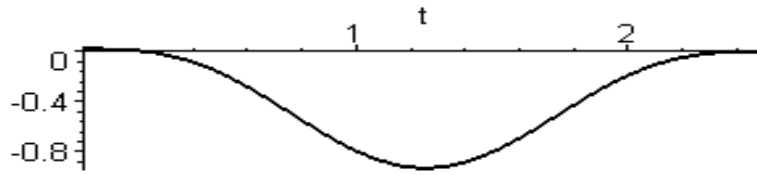


Рисунок 4 – График движущего момента  $M(t)$

При известной функции  $I_{я}(t)$  находилось напряжение согласно зависимости:

$$U = E + R_{\text{Ш}} I_{\text{Ш}} + L_{\text{Ш}} \frac{dI_{\text{Ш}}}{dt}, \tag{6}$$

где  $E = c \omega_e$ . Исходные данные:  $m = 1,5$  кг;  $f_{mp} = 0,2$ ;  $U_n = 48$  В;  $M_n = 0,29$  Нм;  $\omega_n = 314$  с<sup>-1</sup>;  $I_{ян} = 3,5$  А;  $R_{я} = 6,28$  Ом;  $J = 0,00052$  кг·м<sup>2</sup>;  $L_{я} = 0,026$  Гн;  $k_1 = 0,001$ ;  $c = (U_n - I_{ян} R_{я}) / \omega_n$ . При построении ЭДС двигателя:  $L_{я}$  — индуктивность якорной цепи. Формула (6) переписана следующим образом:

$$U = \frac{R_{я}}{c} (M_c + k_1 \omega_e) + c \omega_e + \frac{R_{я} J}{c} \frac{d\omega_e}{dt} + L_{я} I_{я} \frac{d^2 \omega_e}{dt^2}. \tag{7}$$

Напряжение найдено согласно зависимости (7).

**Пример.** При построении графика  $U(t)$  (рисунок 5) использовались исходные данные для двигателя постоянного тока.

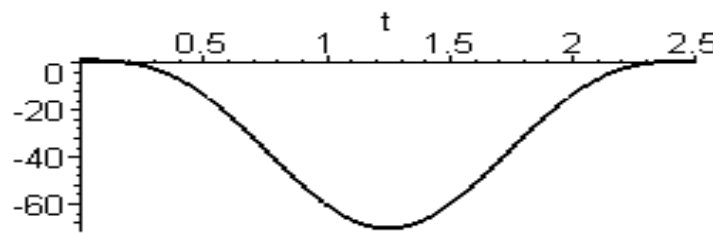


Рисунок 5 – График напряжения  $U(t)$

## 2. Колебания нежесткой руки в связи с ее оптимальным вращательным движением в горизонтальной плоскости

Если рассматривать телескопическую руку как пружину с сосредоточенной массой на конце, то без учета сопротивления движению дифференциальное уравнение колебаний (относительного движения) в горизонтальной плоскости (без учета удлинения руки  $\rho = R = const$ ), запишется в виде

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + k^2 x = -\frac{3\pi\omega_0 R}{4T} \sin^3\left(\frac{\pi t}{T}\right), \tag{8}$$

где  $k$  — частота собственных колебаний (без учета затухания), которая вычисляется как  $k = \sqrt{c/m}$ ; здесь  $c = 3EJ/R^3$ , где  $E$  — модуль упругости первого рода материала руки;  $J$  — осевой момент инерции поперечного сечения руки.

При нулевых начальных условиях ( $x_r(0) = 0, \dot{x}_r(0) = 0$ ), которые соответствуют относительному покою в момент времени  $t = 0$ , решение уравнения (8) имеет вид:

$$x(t) = \frac{9}{2} \frac{\sin(kt) \pi^4 R Om0}{k(k^4 T^4 - 10 k^2 T^2 \pi^2 + 9 \pi^4)} + \frac{3 \pi R Om0 T \left( 3 k^2 T^2 \sin\left(\frac{\pi t}{T}\right) - k^2 T^2 \sin\left(\frac{3 \pi t}{T}\right) + \pi^2 \sin\left(\frac{3 \pi t}{T}\right) - 27 \pi^2 \sin\left(\frac{\pi t}{T}\right) \right)}{16 k^4 T^4 - 160 k^2 T^2 \pi^2 + 144 \pi^4}.$$

Скорость и ускорение относительного движения соответственно записываются как:

$$v := \frac{9}{2} \frac{\cos(k t) \pi^4 R Om0}{k^4 T^4 - 10 k^2 T^2 \pi^2 + 9 \pi^4} + 3 \pi R Om0 T$$

$$\left( 3 k^2 T \cos\left(\frac{\pi t}{T}\right) \pi - 3 k^2 T \cos\left(\frac{3 \pi t}{T}\right) \pi + \frac{3 \pi^3 \cos\left(\frac{3 \pi t}{T}\right)}{T} - \frac{27 \pi^3 \cos\left(\frac{\pi t}{T}\right)}{T} \right) / (16 k^4 T^4 - 160 k^2 T^2 \pi^2 + 144 \pi^4)$$

$$a := -\frac{9}{16} \pi^3 R Om0 \left( 8 \sin(k t) k \pi T + k^2 \sin\left(\frac{\pi t}{T}\right) T^2 - 3 k^2 \sin\left(\frac{3 \pi t}{T}\right) T^2 + 3 \pi^2 \sin\left(\frac{3 \pi t}{T}\right) - 9 \pi^2 \sin\left(\frac{\pi t}{T}\right) \right) / (T(k^4 T^4 - 10 k^2 T^2 \pi^2 + 9 \pi^4)).$$

Графики  $x(t)$ ,  $v(t)$  и  $a(t)$  (рисунок 6) построены в Maple при исходных данных:  $k:=8*\text{Pi}$ ;  $T1:=2*\text{Pi}/k$ ;  $T:=10*T1$ ;  $R:=1$ ;  $Om0:=2$ ;  $p:=\text{Pi}/T$ ;

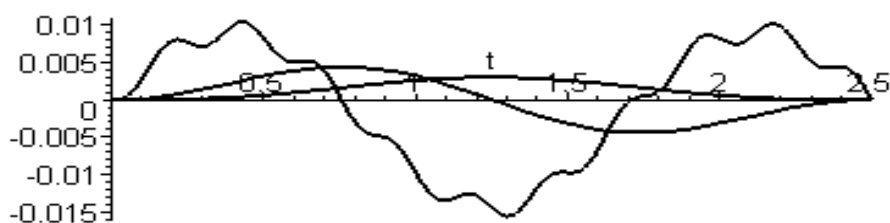


Рисунок – Графики  $x(t)$ ,  $v(t)$  и  $a(t)$

При данном законе вращательного движения в момент времени  $t = T$  наступает относительный покой, т.е. в итоге имеет место (с учетом переносного покоя) абсолютный покой, что соответствует цели управляемого движения.

#### Вывод

Для практической реализации идеальных оптимальных управлений движением упругих объектов необходимо учитывать влияние упругих свойств объектов на их переносное движение, сопротивления движению (сухое трение, линейно-вязкое сопротивление) и реальные характеристики приводов, с помощью которых осуществимо движение.

Дальнейшие исследования связаны с моделированием динамического поведения телескопического манипулятора конечной жесткости при реализации оптимальных перемещений нежестких объектов (с конечным либо бесконечным числом степеней свободы). Одна из актуальных задач – оценка влияния погрешности задания параметров программного управления и помех на конечное состояние перемещаемого упругого объекта.

#### Библиографический список использованной литературы

1. Бохонский А.И. Управление колебаниями упругого объекта при оптимальном переносном движении по окружности/ А.И. Бохонский, Т.В. Мозолевская // Зб. наук. пр. — Севастополь: Севастопольський ВМІ ім. П.С. Нахімова, 2006. — Вип. 1 (9). — С. 49–54.
2. Бохонский А.И. Оптимальное управление переносным движением деформируемых объектов: теория и технические приложения/ А.И. Бохонский, Н.И. Варминская, М.И. Мозолевский. — Севастополь, 2007. — 296 с.
3. Бохонский А.И. Вариационное и реверсионное исчисления в механике: монография /А.И. Бохонский, Н.И. Варминская. — Севастополь, 2012. — 212 с.
4. Bokhonsky A.I. Modelling and analysis of elastic systems in motion / A.I. Bokhonsky, S.J. Żolkiewski. — Gliwice: Wydawnictwo Politechniki, 2011. — 171 p.
5. Бохонский А.И. Оптимальное переносное движение объекта на упругой подвеске / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская // Вестник СевНТУ. Серия: Механика, энергетика, экология. — Севастополь, 2012. — Вып. 133. — С. 223–229.

Поступила в редакцию 12.01.2013 г.

**Бохонський О.І., Васильченко О.К. Переміщення об'єкта по циліндричній гвинтовій лінії з використанням маніпулятора**

Досліджено переносний рух об'єкта як твердого тіла при заданій швидкості в початковий момент часу із початкового стану в кінцевий стан спокою за мінімально можливий час. Показано, що при урахуванні кінцевої жорсткості телескопічної руки маніпулятора можливо досягнути абсолютного спокою в кінці руху з використанням як привода двигуна постійного струму.

**Ключові слова:** оптимальне переміщення, гвинтова лінія (траєкторія), рука маніпулятора нескінченної та кінцевої жорсткості, двигун постійного струму.

**Bohonsky A.I., Vasilchenko A.K. Moving an object on the cylindrical screw trajectory with use of the manipulator**

Portable movement of object as absolutely firm body is investigated at the set speed during the initial moment of time (from an initial condition in a final condition of rest. It is shown, that at the account of final rigidity of a telescopic hand of the manipulator probably achievement of absolute rest at the end of movement with use as a drive of the engine of a direct current.

**Keywords:** optimum moving, a screw line (trajectory), a telescopic hand of the manipulator of infinite and final rigidity, the engine of a direct current.