

УДК 621.757.007.55

В.П. Поливцев, канд. техн. наук, доцент,

В.В. Поливцев, инженер

Севастопольский национальный технический университет

ул. Университетская, 33 г. Севастополь, Украина. 99053

E-mail: vovapolivcev@yandex.ru

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИСТЕЧЕНИЯ СЖАТОГО ВОЗДУХА КАК ИДЕАЛЬНОГО И РЕАЛЬНОГО ГАЗА ИЗ ЕМКОСТИ ПОСТОЯННОГО ОБЪЕМА ДЛЯ СИСТЕМ ПНЕВМОАВТОМАТИКИ

Приведены исследования истечения сжатого воздуха из полости постоянного объема. Сделан анализ известных математических моделей идеального газа для различных термодинамических процессов и проведен сравнительный анализ с экспериментальными исследованиями. Представлены модели с учетом сжатого воздуха как реального газа.

Ключевые слова: истечение, воздух, расход, сопло, давление, реальный газ.

Постановка задачи. В различных пневматических системах и в динамических расчетах пневмоприводов требуются такие параметры как время наполнения, давление и температура сжатого воздуха в емкости постоянного объема. Время истечения, давление и температура воздуха при опорожнении полости постоянного объема влияют на динамические характеристики пневмоприводов или на время передачи пневматического сигнала в системах пневмоавтоматики.

Анализ исследований и публикаций. Известны методы расчета для истечения (опорожнения) полости постоянного объема, где процесс изменения состояния воздуха описывается уравнением энергетического баланса, адиабатическим, изотермическим и политропным процессом для воздуха как идеального газа [1–3]. Погрешность расчетов при определении времени опорожнения полости постоянного объема зависит от выбранного процесса изменения состояния воздуха в емкости и может составлять 15...50% [1]. Погрешность теоретической модели зависит также от выбранного вида процесса истечения (адиабатического, изотермического) сжатого воздуха из емкости через сопло в атмосферу и может составлять 10...20%. Точность теоретических расчетов зависит и от выбранного коэффициента расхода 0...40% [3], а также от того, учитывается ли в уравнении состояния газа изменение температуры газа в емкости.

Целью статьи является сравнение различных известных методов расчета процесса опорожнения сжатого воздуха, как идеального газа, с экспериментальными исследованиями, а также разработка математической модели истечения воздуха из емкости постоянного объема, как реального газа, на основании уравнения Ван-дер-Ваальса.

Результаты исследований. Процесс опорожнения воздуха из емкости постоянного объема может протекать с точки зрения состояния газа в этой емкости по адиабатическому, изотермическому, политропному процессу и на основании уравнения энергетического баланса, а процесс истечения воздуха через сопло из емкости в атмосферу может описываться адиабатическим, изотермическим процессом, и упрощенной формулой Пранделя или Цейнера. Уравнения изменения давления в емкости для процесса опорожнения надкритического и подкритического режимов истечения (уравнение Сен-Венана и Ванцеля для адиабатического процесса) имеют вид [1–3]:

$$\frac{dP_2}{dt} = -\frac{n\mu S_2 P_2}{V_2} \sqrt{RT_2} \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa+1} \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{2}{\kappa-1}}}, \quad \frac{P_a}{P_2} \leq \beta_{кр}; \quad (1)$$

$$\frac{dP_2}{dt} = -\frac{n\mu S_2 P_2}{V_2} \sqrt{RT_2} \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[\left(\frac{P_a}{P_2}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_a}{P_2}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]}, \quad \frac{P_a}{P_2} \geq \beta_{кр}. \quad (2)$$

Здесь $\frac{dP_2}{dt}$ — изменение давления в емкости опорожнения; P_2 — давление газа в емкости

постоянного объема; P_a — давление атмосферного воздуха; n — показатель политропного процесса; μ — коэффициент расхода; V_2 — объем емкости; R — универсальная газовая постоянная; S_2 — площадь сечения сопла; T_2 — температура воздуха в емкости; $\beta_{кр}$ — критический параметр соотношения давлений для адиабатического процесса истечения $\beta_{кр} = 0,528$.

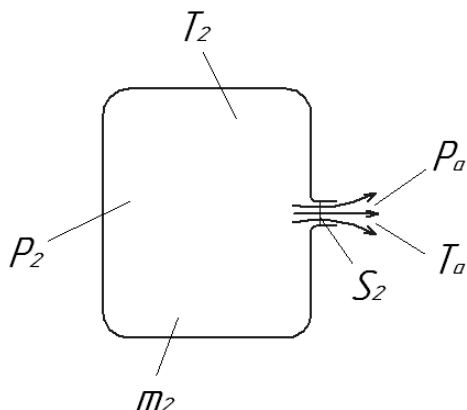


Рисунок 1 — Физическая модель истечения сжатого воздуха из емкости постоянного объема

Выражения (1) и (2) отражают три выше перечисленные процесса состояния воздуха в емкости (кроме адиабатического процесса). При $n=k=1,4$ процесс описывается уравнением энергетического баланса, а при $n=1$ — процесс изотермический, при $1,0 < n < 1,4$ — процесс политропный.

Для учета изменения температуры воздуха в емкости опорожнения запишем уравнение:

$$\frac{dT_2}{dt} = -\frac{RT_2^2}{P_2 V_2} (n+1) G_2 . \quad (3)$$

Для адиабатического процесса опорожнения емкости и адиабатического процесса истечения из емкости с учетом изменения температуры воздуха в емкости по адиабатическому закону уравнения для давления воздуха в емкости имеют вид [1]:

$$\frac{dP_2}{dt} = -\frac{k\mu S_2 P_2^{\frac{3k-1}{2k}} \sqrt{RT_a}}{V_2 P_a^{2k}} \sqrt{\frac{2k}{k-1}} \sqrt{\left(\frac{P_a}{P_2}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_a}{P_2}\right)^{\frac{k-1}{k}}} , \quad \frac{P_a}{P_2} \geq \beta_{кр} ; \quad (4)$$

$$\frac{dP_2}{dt} = -\frac{k\mu S_2 P_2^{\frac{3k-1}{2k}} \sqrt{RT_a}}{V_2 P_a^{2k}} \sqrt{\frac{2k}{k+1}} \sqrt{\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}} , \quad \frac{P_a}{P_2} \leq \beta_{кр} . \quad (5)$$

Уравнение (4) приведено для подкритического режима, а уравнение (5) — для надкритического режима истечения сжатого воздуха из емкости в атмосферу.

Опорожнение емкости для политропного процесса и подкритического режима истечения воздуха по политропе Цейнера описываются уравнением:

$$\frac{dP_2}{dt} = -\frac{n\mu S_2 P_2}{V_2} \sqrt{RT_2} \sqrt{\frac{2k}{k-1}} \sqrt{\left(\frac{P_a}{P_2}\right)^{\frac{2}{n}} - \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{n+1}{n}}} , \quad \frac{P_a}{P_2} \geq \beta_{кр} . \quad (6)$$

Для надкритического истечения сжатого воздуха процесса опорожнения емкости и политропного процесса можно пользоваться уравнением (1).

На рисунках 2–4 представлено сравнение графических теоретических и экспериментальных зависимостей. Экспериментальные исследования проводились на стенде, описанном в работе [6], где использовались датчики давления с диапазоном измерения 0...10 бар, датчики расхода с диапазоном измерения 0...600 л/мин, датчики температуры с диапазоном измерения температур от -50°C до $+120^\circ\text{C}$, точностью измерения $\pm 1^\circ\text{C}$. Диапазон изменения давления питания от 0,5 бара до 8 бар, расхода от 5 н.л/мин до 500 н.л/мин, диаметр применяемых сопел от 1 мм до 4 мм, объем емкостей от 0,4 л до 10 л.

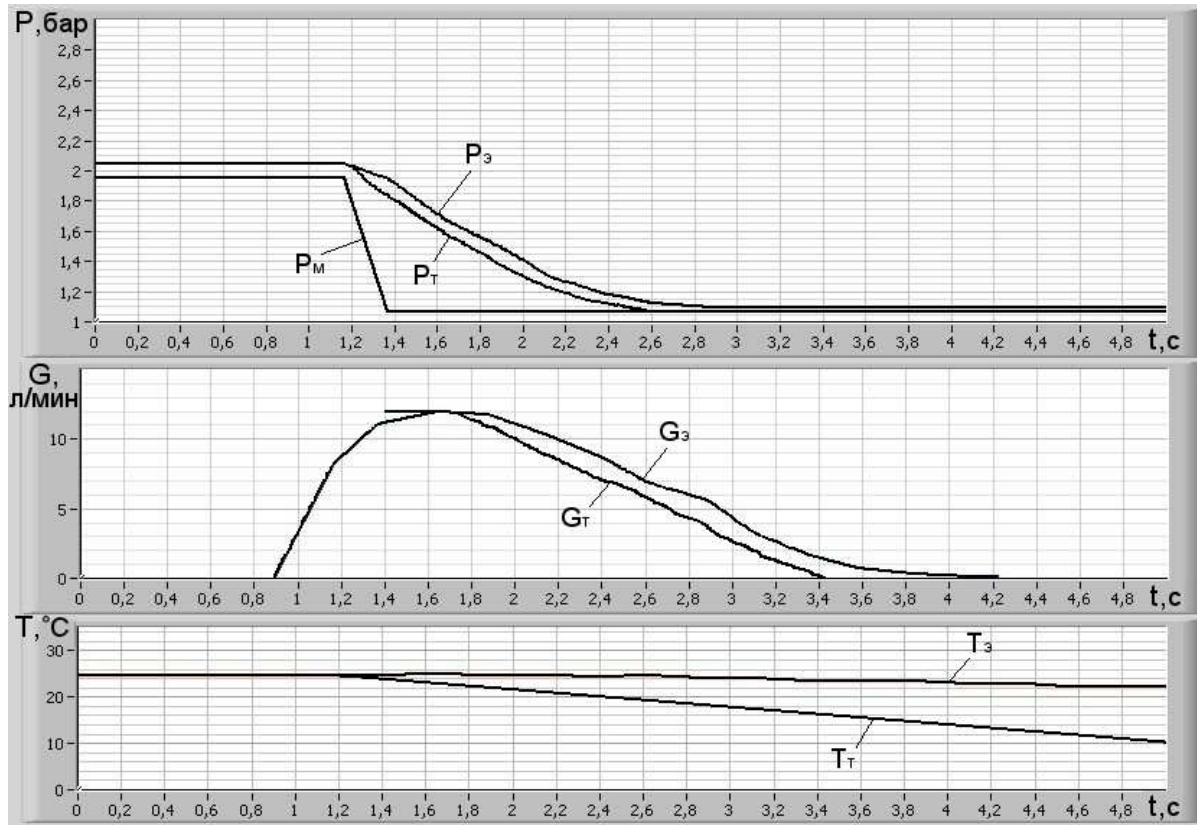


Рисунок 2 — Графические зависимости давления, расхода и температуры от времени.

Давление — 2 бара, объем емкости — 5 л, диаметр сопла 1,3 мм. P_z, G_z, T_z — экспериментальные зависимости давления, расхода и температуры. P_t, G_t, T_t — теоретические зависимости давления, расхода и температуры для политропного процесса опорожнения емкости истечения через сопло по политропе Цейнера

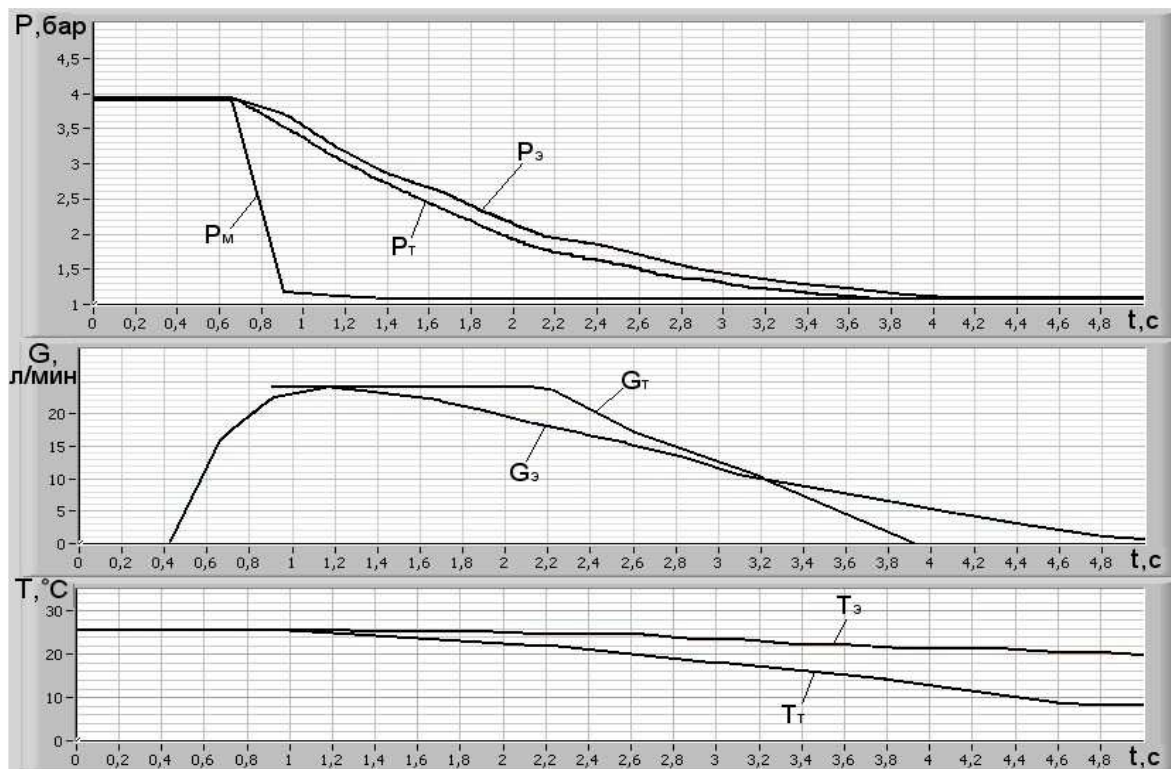


Рисунок 3 — Графические зависимости давления, расхода и температуры от времени.

Давление — 4 бара, объем емкости — 5 л, диаметр сопла 1,3мм. P_z, G_z, T_z — экспериментальные зависимости давления, расхода и температуры. P_t, G_t, T_t — теоретические зависимости давления, расхода и температуры для политропного процесса опорожнения емкости истечения через сопло по политропе Цейнера

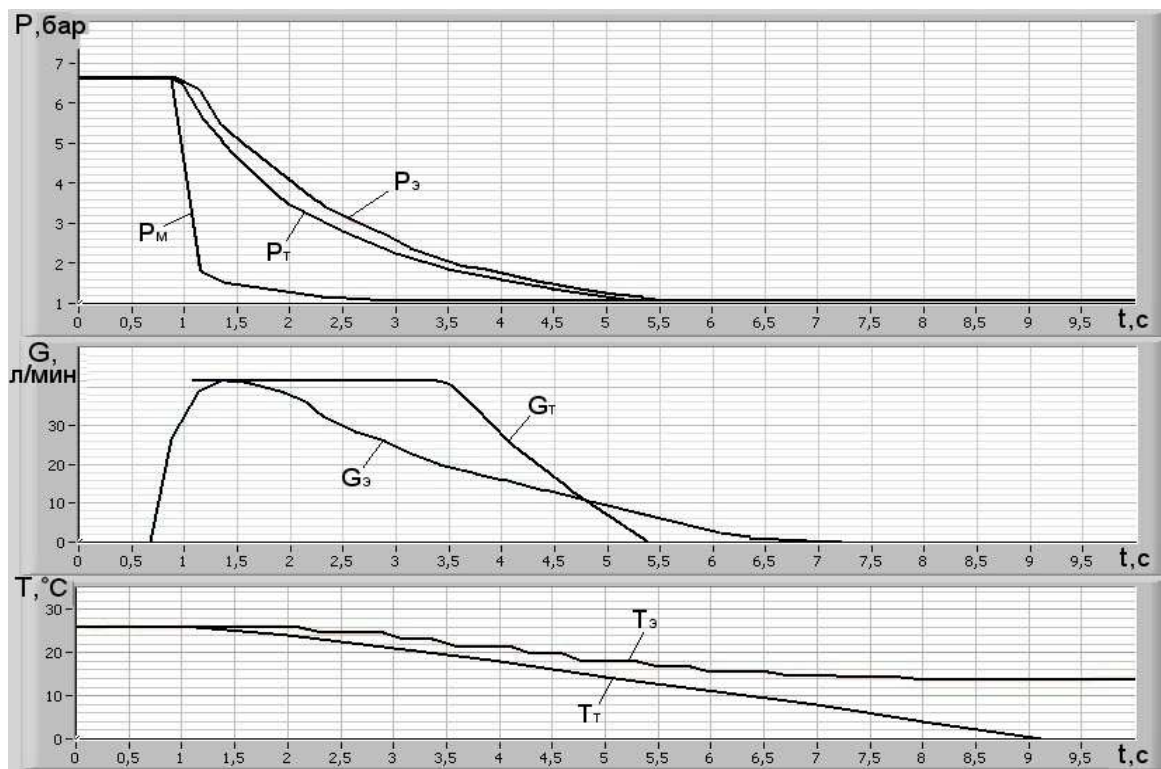


Рисунок 4 — Графические зависимости давления, расхода и температуры от времени.

Давление — 7 бар, объем емкости — 5 л, диаметр сопла 1,3 мм. $P_э$, $G_э$, $T_э$ — экспериментальные зависимости давления, расхода и температуры. P_T , G_T , T_T — теоретические зависимости давления, расхода и температуры для политропного процесса опорожнения емкости истечения через сопло по политропе Цейнера

Сравнительный анализ теоретических и экспериментальных графических зависимостей показывает, что из теоретических зависимостей, описываемых уравнениями (2)–(6), лучшее совпадение по сравнению с экспериментальными имеют зависимости давления, расхода и температуры для политропного процесса опорожнения емкости и процесса истечения воздуха через сопло по политропе Цейнера (рисунки 2–4). С увеличением давления в емкости, расхождение между теоретическими и экспериментальными зависимостями незначительно увеличивается. Другие теоретические зависимости в сравнении с экспериментальными, имеют еще большие расхождения и на рисунках 2–4 не показаны.

Как показали экспериментальные исследования представленные выше, известные теоретические методики расчета [1–3] систем пневмоавтоматики, основанные на представлении сжатого воздуха, как идеального газа имеют значительные погрешности при определении динамических параметров. Погрешность параметров, таких как давление составляет от 3% до 6%, расход от 11% до 20%, температура от 18% до 23%, время процесса от 25% до 32%. В таких методиках процесс истечения воздуха из емкости постоянного объема описывается элементарными термодинамическими процессами, такими как адиабатический процесс, изотермический процесс или политропный процесс с показателем политропы от 1,4 до 1, или на основании уравнений энергетического баланса [1–3]. Сравнения экспериментальных и теоретических зависимостей, представленных на рисунках 2–4 показывают, что существуют значительные расхождения, как по форме, так и по численным значениям зависимостей $P_2=f(t)$, $G_2=f(t)$, $T_2=f(t)$. Для увеличения точности расчетов систем пневмоавтоматики в теоретических зависимостях необходимо рассматривать сжатый воздух как реальный газ.

Рассмотрим процесс истечения сжатого воздуха из емкости постоянного объема через постоянный дроссель (сопло) в атмосферу. Сжатый воздух будем представлять как реальный газ. Из первого закона термодинамики для истечения газа из емкости постоянного объема ($V_1 = \text{const}$) можно записать [4]:

$$-dQ_2 = dU_2 . \quad (7)$$

Здесь dQ_2 — теплота, отводимая сжатым воздухом из емкости постоянного объема; dU_2 — изменение внутренней энергии сжатого воздуха находящегося в емкости постоянного объема.

С учетом того, что внутренняя энергия $U_2 = u_2 m_2$, в дифференциальной форме представляет

$$dU_2 = u_2 dm_2 + m_2 du_2 . \quad (8)$$

Здесь u_2 — удельная внутренняя энергия воздуха; m_2 — масса газа в объеме V_2 .

Для реального газа изменение удельной теплоемкости воздуха в емкости постоянного объема ($V_2 = \text{const}$) имеет вид [4]

$$du_2 = c_V dT_2 + \left(\frac{\partial u_2}{\partial V_2} \right)_T dV_2 ,$$

а с учетом постоянного объема получаем выражение вида

$$du_2 = c_V dT_2 . \quad (9)$$

Тогда для удельной внутренней энергии воздуха получаем:

$$u_2 = c_V T_2 . \quad (10)$$

Здесь c_V — удельная теплоемкость воздуха при постоянном объеме; T_2 — температура сжатого воздуха в емкости.

Для подводимой теплоты можно записать [4]:

$$-dQ_2 = i_2 dm_{m-2} . \quad (11)$$

Здесь $i_2 = c_P T_2$ — энтальпия сжатого воздуха; c_P — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении.

Подставим в уравнение (7) выражения (8) – (11) и получим:

$$-\frac{c_P}{c_V} T_2 dm_2 = T_2 dm_2 + m_2 dT_2 . \quad (12)$$

Для реальных газов соотношение удельной теплоемкости при постоянном давлении и постоянном объеме в общем виде можно определить из уравнения [4]:

$$c_P - c_V = T_2 \left(\frac{\partial P_2}{\partial T_2} \right)_{V_2} \left(\frac{\partial V_2}{\partial T_2} \right)_{P_2}$$

или

$$c_P - c_V = \frac{\alpha_T^2 v T_2}{\beta_P} .$$

Здесь α_T — коэффициент температурного расширения газа; β_P — коэффициент объемного сжатия газа.

При сравнительно невысоких давлениях зависимость удельной теплоемкости c_P для реальных газов от давления может быть определена по уравнению Бертелло [4]:

$$c_P = \frac{81}{32} \frac{RT_{KP}^2}{T_2^3} \frac{P_2}{P_{KP}} + c_{P0} . \quad (13)$$

Здесь c_{P0} — теплоемкость газа при нулевом давлении. Для воздуха $c_{P0} = 1,0036$ кДж/(кг·К), для метана $c_{P0} = 2,1654$ кДж/(кг·К).

При невысоких температурах меньше 350 К можно использовать закон Дюлонга и Пти

$$c_V = 3R . \quad (14)$$

Здесь R — универсальная газовая постоянная.

Будем рассматривать сжатый воздух, вытекающий из емкости постоянного объема в атмосферу, как реальный газ. Для этого используем уравнение Ван-дер-Ваальса [4]:

$$\left(P_2 + \frac{a}{v_2^2} \right) (v_2 - \epsilon) = RT_2 . \quad (15)$$

Здесь P_1 — давление сжатого воздуха в емкости постоянного объема; $v_2 = \frac{V_2}{m_2}$ — удельный объем воздуха; T_2 — температура сжатого воздуха в емкости; V_2 — объем воздуха; m_2 — масса воздуха; a , ϵ — постоянные для данного газа коэффициенты, которые определяются через критические параметры давления $P_{кр}$, удельного объема $v_{кр}$ и температуры $T_{кр}$. Данные коэффициенты можно определить из следующих теоретических или эмпирических выражений [4, 5]:

$$a = 3P_{кр}v_{кр}^2,$$

$$\epsilon = \frac{v_{кр}}{3},$$

или

$$a = \frac{(\alpha+1)^2}{4\alpha}(1+\beta)^{(\alpha-1)}RT_{кр}^{(f+1)}v_{кр}^{(\alpha-1)}, \quad (16)$$

$$\epsilon = \frac{\alpha-1-2\beta}{\alpha+1}v_{кр}.$$

Здесь $v_{кр}$ — критический удельный объем.

С учетом выражения удельного объема через объем и массу газа преобразуем уравнение (15) к виду:

$$P_2V_2^3 - \epsilon m_2 P_2 V_2^2 + a m_2^2 V_2 - a \epsilon m_2^3 = m_2 R T_2 V_2^2. \quad (17)$$

Представим уравнение (17) в дифференциальной форме с учетом того, что $V_2 = \text{const}$.

$$V_2^3 dP_2 - \epsilon V_2^2 m_2 dP_2 - \epsilon V_2^2 P_2 dm_2 + 2a V_2 m_2 dm_2 - 3a \epsilon m_2^2 dm_2 = R V_2^2 m_2 dT_2 + R V_2^2 T_2 dm_2.$$

Преобразуем последнее уравнение относительно $T_2 dm_2$ и получим выражение вида:

$$T_2 dm_2 = \frac{1}{R} \left(V_2 dP_2 - \epsilon m_2 dP_2 - \epsilon P_2 dm_2 + \frac{2a m_2 dm_2}{V_2} - \frac{3a \epsilon m_2^2 dm_2}{V_2^2} \right) - m_2 dT_2. \quad (18)$$

Подставим в уравнение (12) $T_2 dm_2$ из уравнения (18) и преобразуем его относительно давления (dP_2). В результате получим:

$$dP_2 = \frac{1}{V_2 - \epsilon m_2} \left(\epsilon P_2 dm_2 + \frac{3a \epsilon m_2^2 dm_2^2}{V_2^2} - \frac{c_p}{c_v} R T_2 dm_2 - \frac{2a m_2 dm_2}{V_2} \right). \quad (19)$$

Учитывая, что масса газа, истекающего из емкости, равна расходу за время истечения, получаем

$$dm_2 = G_2 dt. \quad (20)$$

Здесь G_M — массовый расход истекающего из емкости сжатого воздуха из емкости через дроссель (сопло) в атмосферу.

Масса газа, находящегося в емкости, определяется массой сжатого воздуха в начальный момент, при начальном давлении воздуха в емкости, с учетом массы сжатого воздуха истекающего из емкости в атмосферу:

$$m_2 = m_H - dm_2 = m_H - G_2 dt. \quad (21)$$

Здесь $m_H = \rho_H V_2$ — масса воздуха в емкости постоянного объема перед истечением; ρ_H — плотность воздуха в емкости при начальном давлении.

С учетом выражений (20), (21) и массы воздуха в емкости перед заполнением m_H , подставленных в выражение (19) получим уравнение изменения давления в емкости заполнения:

$$\frac{dP_2}{dt} = \frac{1}{V_2 - \epsilon \rho_H V_2 + \epsilon G_2 dt} \left(\epsilon P_2 + \frac{3a \epsilon (\rho_H V_2 - G_2 dt)^2}{V_2^2} - \frac{c_p}{c_v} R T_2 - \frac{2a (\rho_H V_2 - G_2 dt)}{V_2} \right) G_2. \quad (22)$$

Массовый расход воздуха, истекающего через сопло из емкости постоянного объема в атмосферу, выразим через уравнение Сен-Венана Ванцеля [3]:

$$G_2 = \mu S_2 P_2 \sqrt{\frac{2}{RT_2}} \sqrt{\frac{k}{k-1}} \sqrt{\left[\left(\frac{P_a}{P_2} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_a}{P_2} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}, \quad \frac{P_a}{P_2} \geq 0,5282, \quad (23)$$

$$G_{2K} = 0,4841 \mu S_2 P_2 \sqrt{\frac{2}{RT_2}}, \quad \frac{P_a}{P_2} = 0,5282. \quad (24)$$

Здесь G_2, G_{2K} — массовый расход и критический массовый расход истекающего из емкости сжатого воздуха; R — универсальная газовая постоянная; T_2 — температура воздуха в емкости; P_2 — давление воздуха в емкости; P_a — атмосферное давление воздуха; S_2 — площадь проходного сечения сопла (дресселя) на выходе из полости; k — показатель адиабатического процесса; μ — коэффициент расхода.

Выражение (23) записано для подкритического режима, а выражение (24) — для критического режимов истечения сжатого воздуха из емкости.

Для определения параметра температуры T_2 сжатого воздуха в емкости опорожнения используем дифференциальное уравнение состояния реального газа (18) и преобразуем его относительно dT_2 к виду:

$$dT_2 = \frac{V_2 dP_2}{Rm_2} - \frac{v dP_2}{R} - \frac{v P_2 dm_2}{Rm_2} + \frac{2adm_2}{RV_2} - \frac{3avm_2 dm_2}{RV_2^2} - \frac{T_2 dm_2}{m_2} \quad (25)$$

Подставим выражения (20), (21) в уравнение (25) и получим:

$$\frac{dT_2}{dt} = \frac{1}{(\rho_H V_2 - G_2 dt) RV_2 dt} \left\{ [V_2 - v(\rho_H V_2 - G_2 dt)] V_2 dP_2 + \left[\frac{2a(\rho_H V_2 - G_2 dt) - v V_2 P_2 - 3av(\rho_H V_2 - G_2 dt)^2}{V_2} - RV_2 T_2 \right] G_2 dt \right\} \quad (26)$$

Решая совместно уравнения (22), (23), (24), (26), можно получить динамические характеристики при истечении сжатого воздуха из емкости постоянного объема в атмосферу как реального газа.

Параметры и коэффициенты для определения значений постоянных a и v можно получить из выражений (16). Например, для воздуха [4, 5]: $\alpha = 1,95$; $\beta = 0,017$; $f = 0,35$; $P_{кр} = 33$ бар; $T_{кр} = 191^\circ\text{K}$; $v_{кр} = 3,98 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{кг}$; $\rho = 1,2928 \text{ кг}/\text{м}^3$.

Выводы и перспективы дальнейших исследований

1. Из известных методик инженерного расчета динамических параметров систем пневмоавтоматики для емкости опорожнения постоянного объема, где воздух рассматривается как идеальный газ, лучшей с точки зрения совпадения теоретических и экспериментальных зависимостей является политропный процесс изменения состояния воздуха и процесс истечения воздуха по политропе Цейнера.

2. Процесс, приведенный в п.1, имеет меньшую погрешность при расчетах из всех выше приведенных процессов для идеального газа, но и он по времени процесса опорожнения емкости имеет погрешность до 32 %.

3. Для процесса опорожнения емкости постоянного объема в экспериментальных зависимостях массового расхода $G_2 = f(t)$, представленных на рисунках 3 и 4, наличие надкритического режима истечения по уравнению Сен-Венна – Ванцеля не подтверждается.

4. В данной работе процесс опорожнения сжатым воздухом емкости постоянного объема рассмотрен и описан уравнениями (22), (26) для реального газа.

5. Инженерные расчеты, основанные на том, что воздух является реальным газом, позволили получить погрешности между теоретическими и экспериментальными зависимостями при определении параметров давления, расхода, температуры и времени процесса опорожнения меньше чем для расчетов, основанных на сжатом воздухе как идеальном газе.

В дальнейшем воздух как реальный газ будет рассмотрен для процесса наполнения емкости постоянного объема, где также в уравнениях изменения давления будет учитываться и уравнения изменения температуры в емкости. Это составит предмет дальнейших исследований.

Библиографический список использованной литературы

1. Герц Е.В. Динамика пневматических систем машин / Е.В. Герц. — М.: Машиностроение, 1985. — 256 с.
2. Федорев В.А. Гидроприводы и гидропневмоавтоматика станков / В.А. Федорев, М.Н. Педченко, А.Ф. Пичко. — К.: Техника. Головное изд-во, 1987. — 375 с.
3. Дмитриев В.Н. Основы пневмоавтоматики / В.Н. Дмитриев, В.Г. Градецкий. — М.: Машиностроение, 1973. — 360 с.
4. Юренев В.Н. Теплотехнический справочник / В.Н. Юренев, П.Д. Лебедев. — 2-ое изд. — М.: Энергия, 1975. — Т. 1. — 744 с.
5. Фогельсон Р.Л. Уравнение состояния реальных газов / Р.Л. Фогельсон, Е.Р. Лихачев // ЖТФ. — Воронеж, 2004. — Т. 74. — Вып. 7. — С. 129–130.

б. Поливцев В.П. Исследование быстропротекающего процесса наполнения сжатым воздухом емкости постоянного объема / В.П. Поливцев, В.В. Поливцев, Е.Е. Мосин // Оптимизация производственных процессов: сб. науч. тр. — Севастополь: СевНТУ, 2013. — Вып. 14. — С. 67–72.

Поступила в редакцию 12.12.2013 г.

Полівцев В.П., Полівцев В. В. Моделювання процесу витікання стисненого повітря як ідеального та реального газу з ємності постійного об'єму

Наведено дослідження витікання стисненого повітря з порожнини постійного об'єму. Зроблено аналіз відомих математичних моделей ідеального газу для різних термодинамічних процесів і проведено порівняльний аналіз з експериментальними дослідженнями. Представлено моделі з урахуванням стисненого повітря як реального газу.

Ключові слова: витікання, повітря, витрата, сопло, тиск, реальний газ.

Polivcev V.P., Polivcev V.V. Simulation of the Process of the Flow of the Compressed Air as Ideal and Real Gas out of the Constant Volume Container

The study of the compressed air flow out of the constant volume cavity is given. The analysis of the known mathematical models of ideal gas for various thermodynamic processes is conducted and the comparative analysis with experimental studies is carried out. The models considering compressed air as ideal gas are presented.

Keywords: outflow, air, flow rate, nozzle, pressure, real gas.