УДК 004.7

К.С. Ткаченко, инженер 1-й кат., аспирант
Севастопольский национальный технический университет
ул. Университетская, 33, г. Севастополь, 299053
E-mail: tkachenkokirillstanislavovich@mail.ru, tkachenkokirillstanislavovich@gmail.com

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ УПРАВЛЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ СРЕДАМИ ПРОЕКЦИОННЫМ АЛГОРИТМОМ СТОХАСТИЧЕСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ

Разработан и исследован проекционный алгоритм стохастической аппроксимации, позволяющий выполнять автоматизированное управление процессами в распределенной среде.

Ключевые слова: *распределенная среда, проекционный алгоритм, стохастическая аппроксимация.*

Введение, постановка проблемы в общем виде. Изыскания, которым посвящен данный труд, относятся целиком и полностью непосредственно к информационным и компьютерным технологиям, а также, частично и косвенно, к теории вычислительных машин и систем. В настоящий момент времени широко распространено использование распределенных вычислительных сред для построения информационных систем обеспечения функционирования информационных баз данных, баз знаний, обеспечения поддержки принятия решений, построения систем параллельной обработки информации во всех сферах практического применения компьютерных информационных технологии, а именно при проектировании и расчете машиностроительных и строительных конструкций различного назначения, добровольных вычислениях для поиска радиосигналов внеземных цивилизаций, моделировании взаимодействия потенциальных лекарственных средств с белками, поиске различных простых чисел специального вида. Преимуществом использования распределенных сред являются масштабируемость, общие ресурсы, совместный многопользовательский одновременный доступ, параллельность процессов исполнения вычислений. При этом разумным является использование адаптивного подхода при динамической реконфигурации, а также параметрическом и структурном синтезе подобных сред и систем [1–4].

Анализ последних исследований и публикаций, выделение нерешенных частей проблемы. Работы, посвященные алгоритмам, методам, подходам, программным, аппаратным и гибридным системам, средам и комплексам, исполняющим решение задач дискретного адаптивного выбора в условиях априорной неопределенности входных данных, в том числе связанных с проектированием, конструированием и эксплуатацией разнообразных систем и сетей, включающих в себя адаптивный выбор и динамическую реконфигурацию, известны достаточно широко [1–4]. Приведенные в этих работах исследования содержат блестящую аргументацию авторов, поэтому нелегко отдать предпочтение тому или иному взгляду и подходу. Монографии [1, 2] являются основополагающими в проблематике адаптивных и обучающихся систем, их исследования и решения связанных с этим задач. В работе [3] предлагается алгоритм оптимизации с бинарной функцией потерь для конструирования организации структур адаптивных систем, в [4] — стохастический автомат рандомизированной стратегии переменной структуры для обеспечения высокой терминальной готовности распределения ресурсов. Нерешенной ранее частью общей проблемы, которым посвящена настоящая статья, является отсутствие применения модификации вектора вероятностей выбора. Модификация заключается в связывании с выбранным элементом его соседей рассматриваемым ниже способом.

Целью данной статьи является разработка и исследование проекционного алгоритма стохастической аппроксимации, позволяющего выполнять автоматизированное управление процессами в распределенной среде.

Алгоритм оптимизации. Как известно [1–4], рандомизированные стратегии используют рекуррентные правила вида:

$$p_{n+1} = R_n\left(x_1, \ldots, x_n;\, p_1, \ldots, p_n;\, \xi_1, \ldots, \xi_n\right),\ n = 1, 2, \ldots, \tag{1}$$

где R_n — вектор-функция движения со значениями в симплексе S^N, p_n — вектор условных вероятностей выбора вариантов $x(1), \ldots, x(N)$ в момент времени t_n. Перед выбором очередного варианта x_{n+1} происходит расчет непосредственно следующих значения вероятностей выбора вариантов p_{n+1} по (1). Выбор варианта может осуществляться методом деления отрезка.

Вводятся обозначения: $e_i^N = \left(\underbrace{0,\ldots,0,1}_{i}\underbrace{0,\ldots,0}_{N-i}\right)$; $e^N = (1,\ldots,1) \in R^N$; $e(x) = \sum_{i=1}^{N} e_i^N \chi\left(x = x(i)\right)$, если $X = \{x(1), \ldots, x(N)\}$; ω — элементарный исход.

Оператор проектирования. Пусть для любого $q \in R^N$ вектор-столбец $p = \pi_\varepsilon^N\{q\}$, принадлежащий $(N-1)$-мерному единичному ε-симплексу

$$S_\varepsilon^N = \left\{ p = (p_1, \ldots, p_N) \,\middle|\, p \in R^N, \sum_{i=1}^{N} p_i = 1,\ p_i \geq \varepsilon \ (i = 1, \ldots, N) \right\} \quad (2)$$

определяется условием $\left\| \pi_\varepsilon^N\{q\} - q \right\| = \min\limits_{p \in S_\varepsilon^N} \| p - q \|$. Для любого $q \in R^N$ вектор $\pi_\varepsilon^N\{q\}$ существует и единственен и $q = \pi_\varepsilon^N\{q\}$ тогда и только тогда, когда $q \in S_\varepsilon^N$.

Различаются [1] беспроекционные алгоритмы адаптивного выбора вариантов вида $p_{n+1} = p_n - \gamma_n R(x_n, p_n, \xi_n)$ и проекционные алгоритмы адаптивного выбора вариантов вида $p_{n+1} = \pi_{\varepsilon_{n+1}}^N \{p_n - \gamma_n R(x_n, p_n, \xi_n)\}$, где $R(x_n, p_n, \xi_n) = R_n$ — вектор движения алгоритма, $\gamma_n > 0$ — скалярный множитель — длина шага, $n = 1, 2, \ldots$ — номер шага, $\varepsilon_n \in \left[0, N^{-1}\right)$ — параметр проектора $\pi_{\varepsilon_n}^N$ (2) на n-ом шаге.

Если имеется $\xi_n = \xi_n(x_n, \omega)$ — случайные потери за выбор варианта x_n, произведенный в момент времени t_n, и ω — элементарный исход, то алгоритмы могут обеспечивать безусловную оптимизацию по критерию минимума υ предельных значений средних текущих потерь Φ_n, то есть

$$\begin{gathered} \Phi_n = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \xi_t, \\ \lim_{n \to \infty} \Phi_n \to \upsilon. \end{gathered} \quad (3)$$

Считается [1], что проекционные алгоритмы объективно лучше беспроекционных за счет возможности их использования для решения более широкого класса задач, чем беспроекционными, по критериями (3), а именно при наличии как бинарных, так и с небинарных потерь ξ_n в силу обеспечения нормировки использованием оператора проектирования.

Представленный автором алгоритм имеет рекуррентную формулу:

$$p_{n+1} = \pi_{\varepsilon_{n+1}}^N \left\{ p_n - \gamma_n \left(\frac{\xi_n - \Delta}{e^T(x_n) p_n} e(x_n) + \frac{\xi_n - \Delta}{e^T(x_{n-1}) p_n d} e(x_{n-1}) + \frac{\xi_n - \Delta}{e^T(x_{n+1}) p_n d} e(x_{n+1}) \right) \right\}. \quad (4)$$

Сходимость алгоритма оптимизации. Вектор движения в рекуррентной формуле алгоритма (4) $R_n = \dfrac{\xi_n - \Delta}{e^T(x_n) p_n} e(x_n) + \dfrac{\xi_n - \Delta}{e^T(x_{n-1}) p_n d} e(x_{n-1}) + \dfrac{\xi_n - \Delta}{e^T(x_{n+1}) p_n d} e(x_{n+1})$ в соответствии с леммой о частичном пределе последовательности [1] является в среднем градиентом функции $V(p)$ (5):

$$\begin{aligned} M\{R_n \mid p_n = p\} = \sum_{i=1}^{N} p_i \Bigg(& \frac{M\{\xi_n \mid x_n = x(i)\} - \Delta}{e^T(x(i)) p_n} e(x(i)) + \frac{M\{\xi_n \mid x_n = x(i-1)\} - \Delta}{e^T(x(i-1)) p_n d} e(x(i-1)) + \\ & + \frac{M\{\xi_n \mid x_n = x(i+1)\} - \Delta}{e^T(x(i+1)) p_n d} e(x(i+1)) \Bigg) = \nabla V(p). \end{aligned} \quad (5)$$

Следовательно, алгоритм (4) является алгоритмом стохастической аппроксимации для задачи минимизации функции $V(p)$ на симплексе S^N.

Обозначается

$$m_i = M\left\{ (\xi_n - \Delta)^2 \mid (x_n = x(i)) + (\xi_n - \Delta)^2 \mid (x_n = x(i-1)) + (\xi_n - \Delta)^2 \mid (x_n = x(i+1)) \right\} = \sigma_i^2 + (\nu_i - \Delta)^2$$

$\forall\ i = 1, \ldots, N,$

$$m(\Delta) = \sum_i m_i,$$

$$\delta_0 = \nu^- - \nu_-.$$

Пусть выполняются условия, сходные с условиями сходимости проекционного алгоритма стохастической аппроксимации Назина–Позняка [1]:

1. $\forall n = 1, 2, \ldots$ (совокупности $\{\xi_n(x,\omega) \mid x \in X\}$ и $\{\xi_t(x,\omega), x_k \mid x \in X, t = 1, \ldots, n-1, \quad k = 1, \ldots, n\}$ независимы).

2. $\forall x(i)$, $i = 1, \ldots N$, $n = 1, 2, \ldots$, ($M\{\xi_n(x(i),\omega)\} = \nu_i$, $M\{(\xi_n(x(i),\omega) - \nu_i)^2\} = \sigma_i^2 < \infty$).

3. $\nu_- = \nu_\alpha = \min\limits_{p \in S^N} V(p) < \nu^- = \min\limits_{i \neq \alpha} \nu_i$, где оптимальный вариант $x(\alpha)$ с минимальными условными средними потерями $\nu_- = \nu_\alpha$ единственен.

4. $p_1 \in S_{\varepsilon_1}^N$, $\{p_n\}$ — последовательность векторов, порожденная алгоритмом (4), когда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \gamma_n = \infty$, $\gamma_n > 0$, $\varepsilon_n \in (0, N^{-1})$ для $n = 1, 2, \ldots$, $\lim\limits_{n \to \infty} \varepsilon_n \to 0$.

По аналогии с [1] пусть $F_n = \sigma(x_1, \xi_1; \ldots; x_{n-1}, \xi_{n-1})$, $W_n = \left\| p_n - p_n^* \right\|^2$, причем

$$p_n^* = (1 - N\varepsilon_n) e_\alpha^N + \varepsilon_n e^N \in S_{\varepsilon_n}^N \tag{6}$$

является точкой минимума функции $V(p)$ на симплексе $S_{\varepsilon_n}^N$.

Для оператора проектирования [1] $\left\| \pi_\varepsilon^N \{q\} - q \right\| = \min\limits_{p \in S_\varepsilon^N} \| p - q \|$, из алгоритма (4) и неравенства треугольника $\forall n = 1, 2, \ldots$ получается для разработанного алгоритма:

$$W_{n+1} \le \left(\sqrt{W_n} + \left\| p_{n+1}^* - p_n^* \right\| \right)^2 - 2\gamma_n \left(p_n - p_{n+1}^* \right) \left(\frac{\xi_n - \Delta}{e^T(x_n) p_n} e(x_n) + \frac{\xi_n - \Delta}{e^T(x_{n-1}) p_n d} e(x_{n-1}) + \right.$$

$$\left. + \frac{\xi_n - \Delta}{e^T(x_{n+1}) p_n d} e(x_{n+1}) \right) + \gamma_n^2 \left(\frac{\xi_n - \Delta}{e^T(x_n) p_n} + \frac{\xi_n - \Delta}{e^T(x_{n-1}) p_n d} + \frac{\xi_n - \Delta}{e^T(x_{n+1}) p_n d} \right)^2. \tag{7}$$

Если $\nu = (\nu_1, \ldots, \nu_N)$, то из (7) получается

$$M\{W_{n+1} \mid F_n\} \le W_n + 2\sqrt{N(N-1)} |\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n| \sqrt{W_n} + N^2 (\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n)^2 + 2\|\nu\| N \gamma_n |\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n| +$$

$$+ 4\|\nu\| \frac{N}{d} \gamma_n |\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n| + \gamma_n^2 \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{m_i(\Delta)}{p_n(i)} + \frac{m_i(\Delta)}{p_n(i-1)d} + \frac{m_i(\Delta)}{p_n(i+1)d} \right) \tag{8}$$

Аналогично основываясь на [1], имеется для алгоритма (4), что если $M\{\eta_{n+1} \mid F_n\} \le (1 - \lambda_{n+1} + \nu_{n+1}) \eta_{n+1} + \theta_n$, $n = 1, 2, \ldots$, то $\lim\limits_{n \to \infty} \eta_n = 0$. Получается, что авторский алгоритм (4) сходится на основании (8), (6).

Вычислительный эксперимент. Для проведения исследований алгоритма (4) и сравнения его функционирования с другими алгоритмами адаптивного выбора вариантов разработано программно-инструментальное средство поддержки принятия решений. Программное средство может производить автоматизированное решения задач адаптивного выбора вариантов при априорной неопределенности входных данных. При этом для выбранного пользователем алгоритма оптимизации, заданных числа шагов, параметров алгоритма и значений функции текущих потерь на каждом шаге оптимизации могут быть получены для каждого шага выполнения номер следующего варианта управления и величины текущих средних потерь. Возможны построение графика величины текущих средних потерь в зависимости от шага алгоритма и расчет описательной статистики для значений текущих средних потерь.

Используются тестовые задачи [2], в которых: число вариантов $N = 5$; потери ξ_n при выборе варианта распределены по нормальному закону со средними значениями, определенными вектором $(-2, -1, 0, 1, 2)$, и дисперсиями — $(1, 2, 1, 2, 1)$; номер варианта соответствует номеру элемента в векторе.

Семейство графиков параметрически заданных функциональных зависимостей величины текущих средних потерь от шага алгоритма приведено на рисунке 1, где Ф1, Ф2, Ф3, Ф4, Ф5 — графики оценки значений текущих средних потерь для пяти различных информационных ситуаций. В качестве варьируемого параметра использовался элементарный исход ω.

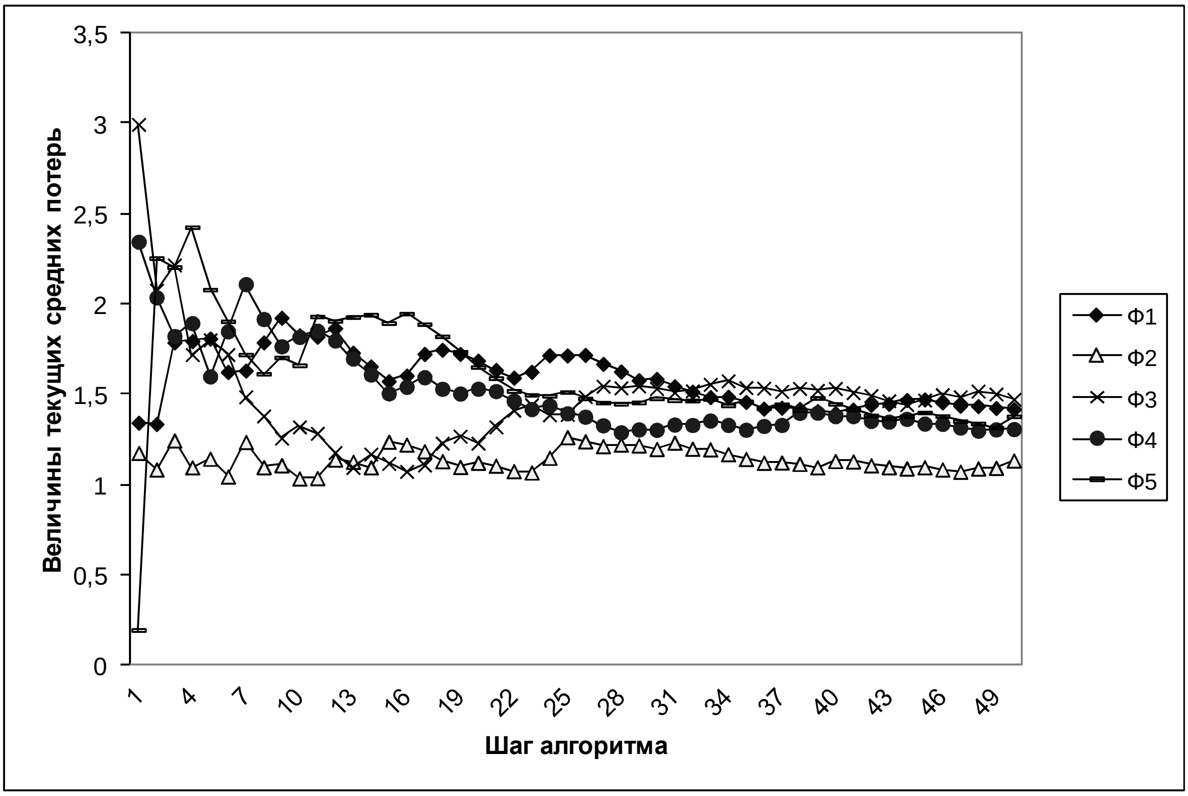

Рисунок 1 — Семейство графиков функциональных зависимостей величины текущих средних потерь от шага алгоритма

Выводы. Разработан и исследован проекционный алгоритм стохастической аппроксимации, который возможно применить для автоматизации процессов управления распределенными средами. Перспективами дальнейших изысканий в данном направлении станет проведение объемных вычислительных экспериментов с данным алгоритмом.

Библиографический список использованной литературы

1. Назин А.В. Адаптивный выбор вариантов: Рекуррентные алгоритмы / А.В. Назин, А.С. Позняк. — М.: Наука, 1986. — 288 с.

2. Назин А.В. О повышении эффективности автоматных алгоритмов адаптивного выбора вариантов / А.В. Назин // Адаптация и обучение в системах управления и принятия решений. — Новосибирск: Наука, 1982. — С. 40–46.

3. Скаткова Н.А. Гарантоспособные технологии реконфигурации автоматизированных транспортно-производственных систем / Н.А. Скаткова // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. — Харьков, Национальный аэрокосмический ун-т им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», 2008. — Вип. 6 (33). — С. 52–57.

4. Воронин Д.Ю. Обеспечение высокой терминальной готовности на основе информационных технологий распределения ресурсов / Д.Ю. Воронин // Вісник СевНТУ. Серія: Інформатика, електроніка, зв'язок: зб. наук. пр. — Севастополь, 2011. — Вип. 114. — С. 100–105.

Поступила в редакцию 24.09.2012 г.

Ткаченко К.С. Дослідження процесів управління розподіленими середовищами проекційним алгоритмом стохастичної апроксимації

Розроблено та досліджено проекційний алгоритм стохастичної апроксимації, що дозволяє виконувати автоматизоване управління процесами в розподіленому середовищі.

Ключові слова: розподілене середовище, проекційний алгоритм, стохастична апроксимація.

Tkachenko K.S. Research of control processes for distributed environments with the using of stochastic approximation projection algorithm

This article describes developed and disgusted the stochastic approximation projection algorithm, which allows to perform an automated process control in a distributed environment.

Keywords: distributed environment, projection algorithm, stochastic approximation.