УДК 621.391.27:519.81

В.К. Маригодов, профессор, д-р техн. наук,
Э.Ф. Бабуров, профессор, д-р техн. наук
Севастопольский национальный технический университет
ул. Университетская, 33, Севастополь, Украина, 99053
E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua

ТЕОРЕТИКО-ИГРОВОЙ СИНТЕЗ СИСТЕМЫ СВЯЗИ В УСЛОВИЯХ ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ ПОМЕХОВОЙ ОБСТАНОВКИ

Рассмотрена многошаговая позиционная антагонистическая игра оператора системы связи с оператором системы радиопомех, в которой используются рандомизированные стратегии игроков. На основе стратегий поведения сторон построена квадратная матрица и найдена функция выигрыша.

Ключевые слова: *диаграмма (граф) игры, информационное множество, стратегия поведения, вероятность перехода, рандомизированная стратегия, цена игры.*

С позиций теории игр рассмотрим антагонистическую ситуацию взаимодействия оператора системы передачи информации (СПИ) с системой радиопомех (СРП) в качестве последней может выступать «природа», которая создает различные случаи изменения помеховой обстановки.

Диаграмма конечной позиционной игры упомянутых игроков изображена на рисунке 1. Построение диаграммы начинается с начальной позиции, в которой указывается. Какой из игроков делает первый ход (вершина 0). Из начальной вершины проводятся ребра, соответствующие альтернативам игрока I (СПИ): x_1 — сигнал с равномерным спектром; x_2 — монотонно возрастающий с частотой спектр; x_3 — монотонно убывающий спектр; x_4 — гауссов спектр. Перечисленные альтернативы образуют информационное множество спектров сигнала ИМ$_1$.

Целью статьи является определение стратегий поведения и цены игры в многошаговой позиционной игре операторов СПИ и СРП при изменении энергетических спектров сигнала и аддитивных помех.

Считаем, что данная игра соответствует игре с *полной памятью* [1], в которой каждый из игроков, делая очередной ход, помнит свои предыдущие ходы, но может при этом не знать, какой ход сделал его партнер, например, игрок II (СРП). Следовательно, игрок I имеет полную память, если для двух его информационных множеств, например, из ИМ$_1$ попасть в множество ИМ$_2$ с альтернативами $y_1,\dots, y_4$, можно только двигаясь вверх. Здесь ИМ$_2$ — информационное множество спектров помех, где y_1 — белый гауссов шум; y_2 — «косой» шум; y_3 — квадратично возрастающий шум; y_4 — квадратично убывающий шум. При этом очевидно, что из любой другой вершины множества ИМ$_1$ также можно попасть в любую из вершин множества ИМ$_2$ (на рисунке 1 эти ребра не показаны).

Функция выигрыша (цена игры) при использовании полной памяти характеризуется тем, что игроки могут иметь так называемые *стратегии поведения*, которые гораздо проще рандомизированных. Они представляют собой набор вероятностных распределений, каждое из которых задано на информационных множествах одной из возможных альтернатив (ходов игроков). Так, например, из множества ИМ$_2$ имеются три альтернативы попадания в соответствующие вершины множества ИМ$_3$ для любого из возможных ходов игрока II ($z_1,\dots, z_3$). В конечную вершину графа B ведет лишь одна альтернатива, которая соответствует последнему ходу игрока II. Цифры 1…4 на рисунке обозначают последовательность ходов игрока I.

Стратегии поведения в данной игре могут состоять из двух матриц, элементами которых будут соответствующие вероятностные наборы чистых или рандомизированных стратегий игроков. Такую игру в принципе можно свести к *биматричной* [2]. Однако представляется целесообразным иметь дело с одной матрицей, в которой элементами строк и столбцов выбраны отношения чистых стратегий игроков $S_{ij} = \dfrac{G(\omega)_i}{N(\omega)_j}$, представляющие собой соответствующие спектральные плотности мощности сигнала $G(\omega)_i$ и помехи $N(\omega)_j$.

Тогда, согласно рисунку 1, получаем матрицу игры в чистых стратегиях

$$A_{ij} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}, \qquad (1)$$

где элементами являются соответствующие ходы игроков I и II.

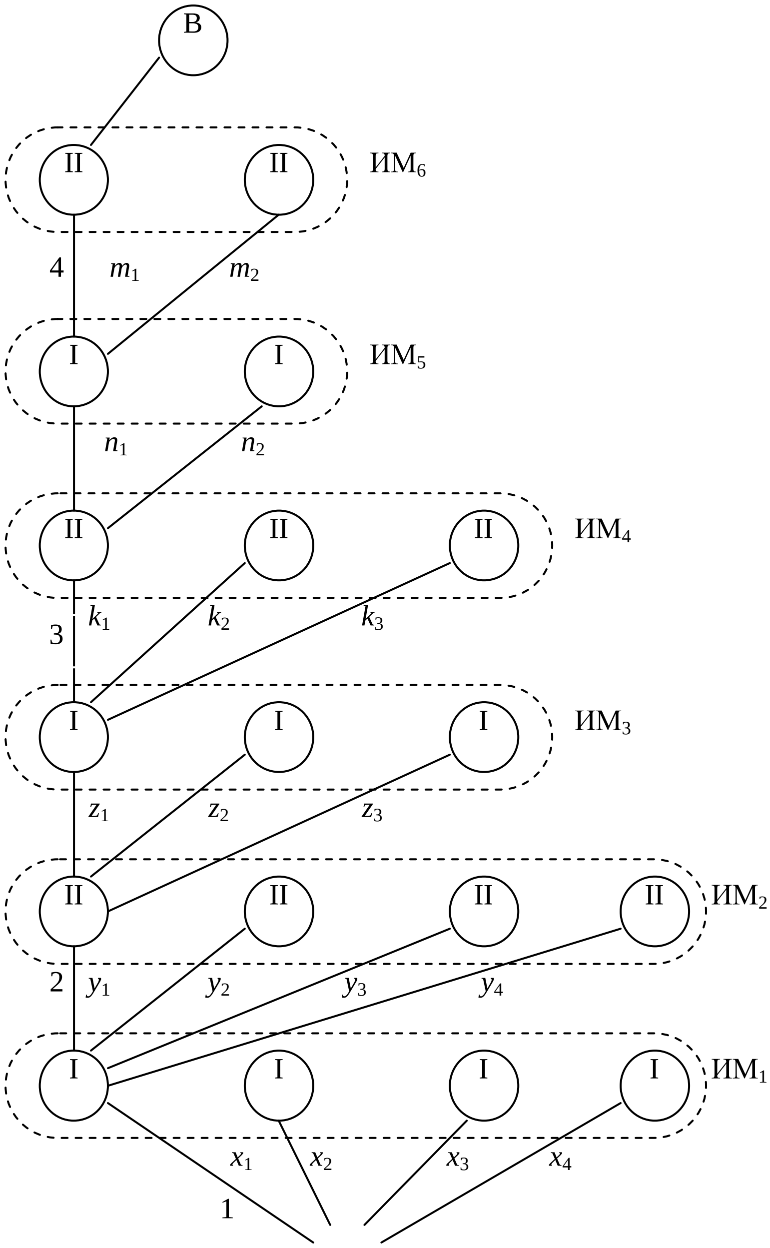

Рисунок 1 — Диаграмма позиционной игры

Если оперировать с рандомизированными стратегиями, полученными согласно вероятностям выбора ходов игроков (рисунок 1), то матрицу (1) можно преобразовать как

$$B_{ij} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix}, \tag{2}$$

где в качестве элементов используются произведения вероятностей выбора ходов игроков.

Проведем анализ матрицы (2). Если все четыре элемента матрицы равны друг другу и цене игры, то равновесной будет любая ситуация. Пусть ситуация равновесия справедлива для строки или столбца матрицы. Тогда, если это выполняется для первой строки, то имеют место соотношения:

$$p_{11} = p_{12};\;\; p_{21} \le p_{11};\;\; p_{22} \le p_{12.}. \tag{3}$$

В этом случае игрок I имеет единственную оптимальную (минимаксную) рандомизированную стратегию, а все стратегии игрока II являются оптимальными. Если две ситуации равновесия составляют столбец матрицы, то единственную оптимальную стратегию имеет игрок II, а у игрока I все стратегии оптимальны.

Предположим, что единственная *ситуация равновесия* в рандомизированных стратегиях соответствует элементу p_{11} матрицы. Это означает, что у каждого из игроков оптимальной является первая стратегия. Здесь следует отметить, что выбор игроком I сигнала с равномерным в эффективной полосе частот канала связи спектром и выбор игроком II помехи типа белого гауссовского шума создают ситуацию, при которой СПИ *реализует пропускную способность канала связи*. В этом случае должно быть выполнено условие

$$v = p_{11},\ \ p_{21} \le p_{11} \le p_{12}, \tag{4}$$

где v — цена игры.

Отметим, что в неравенстве (4) выполняется только правая часть.

Результирующие переходные вероятности p_{ij} для ходов игроков на основании диаграммы игры (рисунок 1) определяются как произведения вероятностей, соответствующих альтернативам выбора каждым из игроков своих чистых стратегий:

– первые ходы игроков — $p_{11} = 0{,}25 \cdot 0{,}333 = 0{,}083$;
– вторые ходы игроков — $p_{12} = 0{,}25 \cdot 0{,}5 = 0{,}125$;
– третьи ходы игроков — $p_{21} = 0{,}333 \cdot 0{,}5 = 0{,}166$;
– четвертые ходы игроков — $p_{22} = 0{,}5 \cdot 1 = 0{,}5$.

Функция выигрыша или *цена игры* v находится из соотношения [3]

$$v = \frac{p_{11}p_{22} - p_{21}p_{12}}{p_{11} - p_{12} - p_{21} + p_{22}}. \tag{5}$$

Если подставить в (5) значения рандомизированных стратегий, то получим $v = 0{,}072$. Следует заметить, что такой результат почти совпадает с левой частью (4).

Далее рассмотрим оптимальные стратегии игрока II. Здесь должно быть $p_{22} > p_{12}$, что выполняется.

В случае, если в неравенстве

$$p_{21} < p_{11} < p_{12} \tag{6}$$

выполняется только его правая часть, оптимальных рандомизированных стратегий у обоих игроков не существует.

Если в системе связи применяется адаптивные предыскажение и корректирование сигналов, то спектральная плотность мощности оптимально предыскаженного сигнала на входе канала выбирается равномерный, а спектр любой аддитивной помехи на выходе адаптивного отбеливающего фильтра в приемной части системы превращается в белый гауссовский шум. Это обусловливает выполнение в системе связи максимальной скорости передачи информации, т.е. реализацию пропускной способности канала связи [4]. На диаграмме рисунка 1 такая ситуация отображается в том случае, когда игроки выбирают свои чистые стратегии на первых ходах.

Дальнейшие исследования в данном направлении могут быть нацелены на решение следующих проблем:

1) теоретико-игровой синтез систем связи в условиях непрерывного изменения аддитивных и мультипликативных помех;

2) исследование кооперативных игр с различным числом игроков в сложной помеховой обстановке.

Библиографический список использованной литературы

1. Воробьев Н.Н. Основы теории игр. Бескоалиционные игры / Н.Н. Воробьев. — М.: Наука, 1984. — 496 с.

2. Крушевский А.В. Теория игр: учеб. пособие / А.В. Крушевский. — К.: Выща школа, 1977. — 216 с.

3. Воробьев Н.Н. Матричные игры: сб. переводов / под ред. Н.Н. Воробьева. — М.: Физматгиз, 1961. — 280 с.

4. Маригодов В.К. Синтез оптимальных радиосистем с адаптивным предыскажением и корректированием сигналов / В.К. Маригодов, Э.Ф. Бабуров. — М.: Радио и связь, 1985. — 248 с.

Поступила в редакцию 15.10.2012 г.

Марігодов В.К., Бабуров Е.Ф. Теоретико-ігровий синтез системи зв’язку в умовах завадової обстановки, що змінюється

Розглянута багатоступенева позиційна антагоністична гра оператора системи зв’язку з оператором системи радіозавад в якій використовуються рандомізовані стратегії гравців. На основі стратегій поведінки сторін побудована квадратна матриця та знайдена функція виграшу.

Ключові слова: діаграма (граф), гри, інформаційни множина, стратегія поводження, ймовірність переходу, рандомізовані стратегія, ціна гри.

Marigodov V.K., Baburov E.F. Theoretical game syntesis of communication system in the conditions of change noise circumstance

The article concerns the multispacing position contradiction game between operators communication system and radionoise within utilize of mixed strateges players. On the basis the strateges of behavior sides have built up square matrix and have been find function of winning.

Keywords: diagram (count) of a game, informational multitude, strategy of behavior, transitional probability, mixed strategy, value of a game.