

УДК 627.7

М.А. Кашура, аспирант*Восточноукраинский национальный университет имени Владимира Даля,**кв. Молодѣжний, 20а, г. Луганск, Украина 91000**kashura1987@yandex.ru***МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЗУБЬЕВ ЗУБЧАТОГО КОЛЕСА С ЗУБЬЯМИ ВИНТОВОГО ГИПЕРБОЛОИДНОГО ПРИТИРА**

Предложен метод обработки зубьев цилиндрических зубчатых колес винтовым гиперболоидным притиром. Построена схема расположения векторов скоростей, на основе которой выведено уравнение относительного скольжения между зубьями инструмента и обрабатываемой детали. Предложен метод расчета температуры, возникающей в момент притирки зубьев зубчатых колес винтовыми гиперболоидными притирами.

Ключевые слова: притирка, винтовой гиперболоидный притир, температура, скорость скольжения, зубчатое колесо, поверхность, пятно контакта.

Введение. Современный технологический процесс изготовления зубчатых колес должен обеспечивать изготовление деталей, соответствующих условиям эксплуатации и требованиям точности при минимальных затратах. Основными факторами, влияющими на выбор технологического процесса, являются: конструкция и размеры зубчатого колеса; вид заготовки и материал; требования к точности и термической обработке колеса; объем производства. Главную роль в обработке занимает назначение режимов резания.

Для повышения точности и качества обработки поверхности зубьев зубчатых колес предлагается применять винтовые гиперболоидные притиры. Схема притирки таким инструментом представлена на рисунке 1.

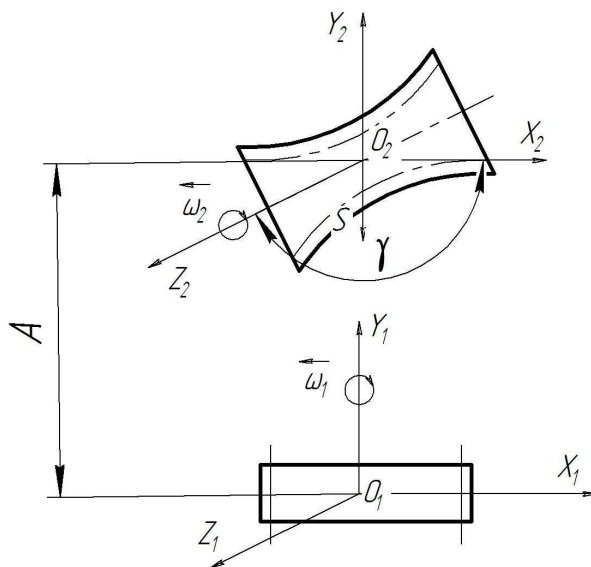


Рисунок 1 – Схема притирки зубьев цилиндрического зубчатого колеса винтовым гиперболоидным притиром

В работе [1] рассматриваются схемы винтовых передач и приводятся методы их расчета, которые позволяют произвести расчет оптимальных режимов резания указанных передач. На сегодняшний день нет известных методик расчета винтовых гиперболоидных притиров, которые позволяют рассчитать оптимальные режимы обработки.

Основная часть. Рассмотрим схему притирки зубьев зубчатых колес винтовым гиперболоидным притиром как передачу на скрещивающихся осях, где притир вращается вокруг своей оси O_2Z_2 и совершает поступательное движение с подачей S , зубчатое колесо вращается вокруг оси O_1Y_1 (рисунок 1).

Согласно правилам теоретической механики [2] окружная скорость произвольной точки обрабатываемого зуба равна произведению угловой скорости вращения обрабатываемого колеса на расстояние от этой точки до оси вращения.

$$\vec{V}_1 = \vec{\omega}_1 \times \vec{r}_1 \quad (1)$$

где \vec{r}_1 – радиус вектор, проведенный из точки O_1 к произвольной точке на линии действия вектора $\vec{\omega}_1$.

Для определения скорости соответствующей точки на гиперboloидном инструменте необходимо вектор угловой скорости вращения инструмента $\vec{\omega}_2$ привести к точке O_1 , заменив его вектором $\vec{\omega}_1$ (рисунок 2).

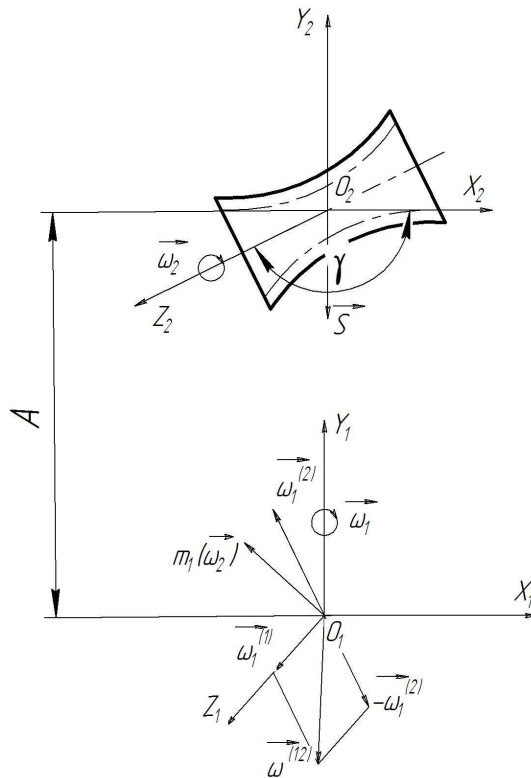


Рисунок 2 – Схема расположения векторов скоростей при притирке зубчатых колес

$$m_1(\vec{\omega}_2) = \vec{r}_2 \times \vec{\omega}_2 \quad (2)$$

где \vec{r}_2 – радиус вектор, проведенный из точки приведения O_1 к произвольной точке на линии действия вектора $\vec{\omega}_2$. В качестве такой точки выбрана точка O_2 .

Рассмотрим точку контакта на инструменте. Ее вектор скорости \vec{V}_2 представляет собой геометрическую сумму двух скоростей: скорости ее вращательного и поступательного движений (вращательное движение вокруг оси O_1x_1 с угловой скоростью $\vec{\omega}_1^{(2)}$, поступательное движение с подачей S).

Скорость точки на зубе инструмента определяется согласно следующему уравнению:

$$\vec{V}_2 = \vec{\omega}_1^{(2)} \times \vec{r}_2 + m_1(\vec{\omega}_2) + \vec{S} = \vec{\omega}_1^{(2)} \times \vec{r}_2 + A \times \vec{\omega}_1^{(2)} + \vec{S} \quad [1] \quad (3)$$

Относительная скорость скольжения точки, связанной с обрабатываемым колесом, относительно точки контакта, связанной с инструментом, определяется следующим образом:

$$\vec{V}^{12} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2 = \left(\vec{\omega}_1^{(1)} - \vec{\omega}_1^{(2)} \right) \times \vec{r}_2 - m_1(\vec{\omega}_2) - \vec{S} = \vec{\omega}^{(12)} \times \vec{r}_2 - A \times \vec{\omega}_1^{(2)} - \vec{S} \quad [1] \quad (4)$$

При относительном движении обрабатываемого зубчатого колеса относительно инструмента вектор угловой скорости определяется следующим образом $\vec{\omega}^{(12)} = \vec{\omega}_1^{(1)} - \vec{\omega}_1^{(2)}$ [1].

$$\vec{\omega}_1^{(1)} = \omega_1 \vec{k} \quad (5)$$

$$\vec{\omega}_1^{(2)} = \omega_2 \sin \gamma \vec{j} + \omega_2 \cos \gamma \vec{k} \quad (6)$$

$$\vec{\omega}_1^{(12)} = -\omega_2 \sin \gamma \vec{j} + (\omega_1 - \omega_2 \cos \gamma) \vec{k} \quad (7)$$

$$\vec{A} = -A \vec{i} \quad (8)$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные орты координатных осей.

$$\omega_2 = \omega_1 \cdot u \quad (9)$$

где u – передаточное отношение.

Тогда проекции относительной скорости скольжения на декартовы оси координат будут иметь вид:

$$\begin{aligned} V_x^{(12)} &= -y_1(\omega_1 - \omega_2 \cos \gamma) - z_1 \omega_2 \sin \gamma; \\ V_y^{(12)} &= x_1(\omega_1 - \omega_2 \cos \gamma) - A \omega_2 \cos \gamma; \\ V_z^{(12)} &= (x_1 + A) \omega_2 \sin \gamma + S. \end{aligned} \quad (10)$$

Если инструмент и обрабатываемое цилиндрическое зубчатое колесо совершают вращательное движение в направлении, не совпадающим со схемой (представленной на рисунке 1), то перед угловой скоростью ω_1 необходимо изменить знак на противоположный.

Для нахождения скорости относительного движения \vec{V}^{12} в системе координат S_1 , жестко связанной с цилиндрическим зубчатым колесом, можно воспользоваться следующим переходом:

$$\vec{V}_1^{(12)} = M_{01} \cdot \vec{V}^{12} \quad (11)$$

где M_{01} – матрица перехода от системы координат, связанной с обрабатываемым колесом, к неподвижной системе координат, имеет следующий вид:

$$M_{01} = \begin{vmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (12)$$

С учетом приведенных зависимостей найдем проекции скорости относительного движения в системе координат, связанной с обрабатываемым зубчатым колесом:

$$\begin{aligned} V_x^{(12)} &= -y_1(\omega_1 - \omega_2 \cos \gamma) - z_1 \omega_2 \sin \gamma \cos \varphi_1 - A \omega_2 \cos \gamma \sin \varphi_1; \\ V_y^{(12)} &= (x_1 - r)(\omega_1 - \omega_2 \cos \gamma) + z_1 \omega_2 \sin \gamma \sin \varphi_1 - A \omega_2 \cos \gamma \cos \varphi_1; \\ V_z^{(12)} &= -\omega_2 \sin \gamma [(x_1 - r) \cos \varphi_1 - y_1 \sin \varphi_1 + A + S] \end{aligned} \quad (13)$$

Окончательно относительная скорость скольжения может быть записана в следующем виде:

$$\begin{aligned} V_{12} &= \{y_1(\omega_2 \cos \gamma - \omega_1) - z_1 \omega_2 \sin \gamma \cos \varphi_1 - A \omega_2 \cos \gamma \sin \varphi_1 (x_1 - r) \times \\ &\times (\omega_1 - \omega_2 \cos \gamma) + z_1 \omega_2 \sin \gamma \sin \varphi_1 - A \omega_2 \cos \gamma \cos \varphi_1 \times \\ &\times \omega_2 \sin \gamma [(x_1 - r) \cos \varphi_1 - y_1 \sin \varphi_1 + A + S]\} \end{aligned} \quad (13)$$

Для назначения оптимальных режимов притирки необходимо определить температуру резания, которая влияет на качество обработки (при повышенных температурах возможно образование пригаров и искажение профиля зуба). Рассмотрим пример процесса взаимодействия поверхности зуба зубчатого колеса с поверхностью зуба инструмента (притир прижимают к обрабатываемому колесу с усилием S_d и вращают с определенной скоростью ω , $V_{\text{лин}}$ относительная скорость скольжения) (рисунок 3).

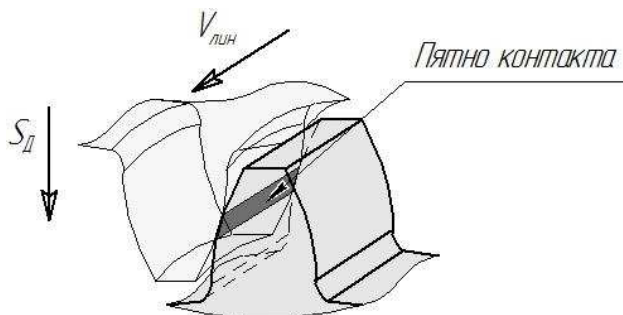


Рисунок 3 – Схема касания поверхностей обрабатываемого зуба колеса и зуба притира

Под действием усилия S_d , за счет упругости материалов колеса и инструмента образуется пятно контакта. Согласно [4] при сопряжении цилиндрического зубчатого колеса с винтовым гиперболоидным зубчатым колесом наблюдается линейный характер касания, так же контурная площадь контакта и его геометрическая форма зависят от диаметра, ширины зубчатого колеса и силы прижатия инструмента к обрабатываемому колесу. Размеры образующейся площадки контакта для рассматриваемой поверхности притира и зубчатого рельса, можно определить по формулам теории упругости.

Рассмотрим касание зубьев колеса и инструмента как контакт двух цилиндров с параллельными осями (рисунок 4). Известно, что при деформации соприкасающихся тел рассматриваемой формы, площадь контакта имеет форму прямоугольника. Ширину прямоугольника можно определить по формуле:

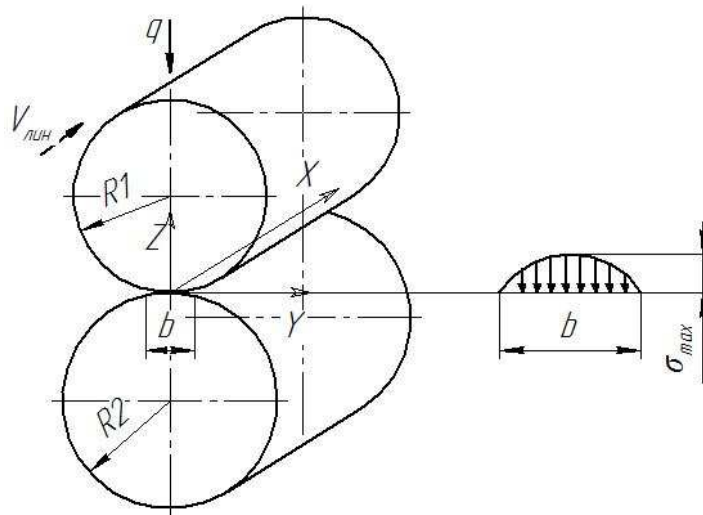


Рисунок 4 – Схема взаимного сжатия двух цилиндров

$$a = b_{зуб} \tag{14}$$

$$b = 2.15 \cdot \sqrt{q \cdot \frac{1/E_1 + 1/E_2}{1/R_1 + 1/R_2}} \tag{15}$$

где $b_{зуб}$ – ширина зубчатого колеса; q – сила прижатия инструмента и колеса; E_1 – модуль упругости обрабатываемого колеса; E_2 – модуль упругости притира; R_1 – радиус профиля зуба зубчатого колеса в точке контакта; R_2 – радиус профиля зуба винтового гиперболоидного притира в точке контакта.

Для определения поля температур на поверхности пятна контакта введены дополнительные допущения:

Точки зубчатого колеса и инструмента, попав в зону контакта, движутся параллельно оси OX .

1. Допустимость такого предположения обуславливается кратковременностью единичного контактирования. Учитывая это, перемещением в направлении оси OY и оси OZ можно пренебречь [3].

2. Тепло, генерируемое за счет относительного скольжения контактирующих поверхностей, распространяется только по нормали к последним. Предположение является корректным, если числа Пекле:

$$Pe = \frac{V_{лин} \cdot l}{\alpha} > 20, \tag{16}$$

где l – длина пятна контакта, так как пятно контакта (рисунок 3), имеет форму прямоугольника, то его длина l равняется a ; $\alpha = \frac{\lambda}{c \cdot \rho}$ коэффициент теплопроводности.

На основании принятых допущений взаимодействующие тела можно моделировать набором стержней с теплоизолированными боковыми стенками. Пятно контакта (область F) представим в виде набора стержней. Стержни с номером m (где $1 \leq m \leq M$) образуют сумму полос с номерами n (где $1 \leq n \leq N$), находящихся в плоскости контакта (рисунок 5).

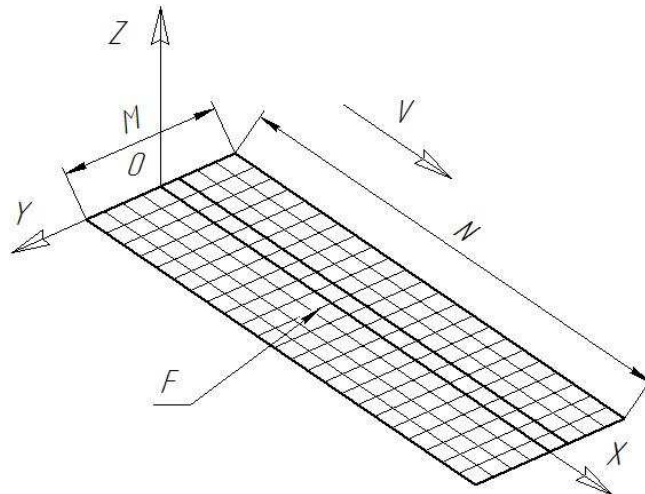


Рисунок 5 – Схема пятна контакта

В каждой точке пятна контакта действуют силы, представленные на рисунке 6.

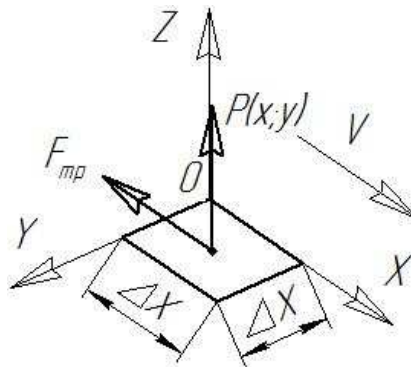


Рисунок 6 – Схема направления сил

$F_{тр} = P(x,y) \cdot f_{тр}$ – сила трения; $f_{тр}$ – коэффициент трения; $P(x,y)$ – нормальная нагрузка, действующая в центре каждой ячейки пятна контакта.

Нормальную нагрузку $P(x,y)$ определим как произведение напряжения в каждой ячейке пятна контакта на площадь ячеек:

$$P(x,y) = \sigma(x,y) \cdot F.$$

Для определения напряжения $\sigma(x,y)$ в каждой точке площади контакта использовалась формула Герца:

$$\sigma(x,y) = \sigma_{\max} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2}, \quad (17)$$

где $\sigma(\max)$ – максимальное значение напряжения в центре пятна контакта.

В рассматриваемой схеме контакта зубчатого колеса с винтовым гиперболическим притиром, значение максимального напряжения σ_{\max} , можно определить по формуле:

$$\sigma_{\max} = 0,418 \sqrt{2q \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}}. \quad (18)$$

где n_p – коэффициент, значение которого определяется по таблицам [3, с. 642].

Температуру на поверхности стержня, находящегося в зоне контакта, можно определить на примере полубесконечного тела, нагреваемого тепловым потоком постоянной мощности [3]. Распределение температуры по толщине тела в произвольный момент времени определяется по формуле:

$$T = \frac{q_n \sqrt{\tau}}{\sqrt{\lambda c \rho}} 2 \cdot \operatorname{ierfc} \frac{z}{2\sqrt{\alpha \tau}}, \quad (19)$$

в нашем случае $z = 0$ и функция $\operatorname{ierfc} = 1$, следовательно выражение (19) будет иметь вид:

$$T = \frac{2q_n \sqrt{\tau}}{\sqrt{\lambda c \rho}}, \quad (20)$$

где λ – теплопроводность, c – удельная теплоемкость, и ρ – плотность; $\tau = \frac{\Delta X}{V_{лин}}$ – время

контактирования, продолжительность воздействия источника тепла на точку полупространства; ΔX – длина ячейки пятна контакта, равная шагу поверхностной сетки вдоль оси ОХ (рисунок 5), q_n – тепловой поток на поверхности ячеек пятна контакта, который можно определить из выражения:

$$q_n = \frac{Q_{mp}}{F \cdot \tau}, \quad (21)$$

где F – площадь ячейки пятна контакта; Q_{mp} – количество теплоты, полученное в результате работы сил трения в момент времени τ , определим из выражения:

$$\Theta_{mp} = \alpha \cdot N_{mp} \cdot \tau, \quad (22)$$

где α – коэффициент распределения тепловых потоков (примем равным 0.5); N_{mp} – мощность трения, определяется из выражения (22):

$$N_{mp} = F_{mm} V_{cc}. \quad (23)$$

При моделировании процесса обработки производили расчеты поочередно для каждой m -й полосы пятна контакта. Начальное распределение температуры по длине стержня считалось известным и равным нулю, а мощность, в течение времени τ , источника тепла постоянной. После расчета температуры на торце первого по ходу движения стержня от действия источника тепла q_1 в течении времени τ , осуществлялся переход к рассмотрению следующего стержня. На втором стержне в течении такого же промежутка времени τ действует источник тепла q_2 (значение которого определялось как разность между температурой, вызванной действием источника q_1 (за время 2τ – пройдены два стержня) и температурой от действия источника q_1 такой же мощности в течение времени τ). Таким образом рассчитывалось изменение температуры в стержне от q_2 и прибавлялось изменение температуры, произошедшее после окончания действия источника q_1 через время τ . Таким образом вычисления производились M раз, после чего осуществлялся переход к рассмотрению следующей полоски контакта, при рассмотрении, которой для первого по ходу движения стержня вновь принимались нулевые начальные условия.

Выводы. На базе предложенного метода обработки зубьев цилиндрических зубчатых колес винтовым гиперболоидным притиром, построена схема расположения векторов скоростей, на основе, которой выведено уравнение скорости относительного скольжения между зубьями инструмента и обрабатываемой детали. Предложена методика расчетов температуры в зоне обработки, при помощи, которых можно подобрать оптимальные режимы притирки зубьев зубчатых колес винтовыми гиперболоидными притирами, позволяющие в свою очередь получить высокую точность обработки и избежать появления прижогов и деформации обрабатываемой поверхности. По представленному расчету написана программа на ЭВМ для выбора режимов притирки.

Библиографический список использованной литературы

1. Лашнев С.И. Формообразование зубчатых деталей речными и червячными инструментами / С.И. Лашнев. — М.: Машиностроение, 1971. — 215 с.
2. Колчин Н.И. Методы расчета при изготовлении и контроле зубчатых изделий / Н.И. Колчин, Ф.Л. Литвин. — Л.: Машиностроение, 1952. — 269 с.
3. Расчет и исследование внешнего трения при торможении / А.В. Чичинадзе. — М.: Наука, 1967.
4. Шевелева Г.И. Теория формообразования и контакта движущихся тел. Монография / Г.И. Шевелева. — М.: Станкин, 1999. — 494 с.

Поступила в редакцию 27.03.2013 г.

Кашура М.О. Моделювання температурних процесів при взаємодії зубів зубчастих коліс із зуб'ями гвинтового гіперболоїдного притира

Запропоновано метод обробки зубів циліндричних зубчастих коліс гвинтовим гіперболоїдним притиром. Побудована схема розташування векторів швидкостей, на основі, якої виведено рівняння відносного ковзання між зубцями інструменту і оброблюваної деталі. Запропоновано метод розрахунку температури, що виникає в момент притирання зубів зубчастих коліс гвинтовими гіперболоїдними притирами.

Ключові слова: притирання, гвинтовий гіперболоїдний притир, температура, швидкість ковзання, зубчасте колесо, поверхня, пляма контакту.

Kashura M.A. Simulation of temperature processes of interaction of the gear and screw lapping hyperboloid teeth

A method of spur gear treatment with helical hyperboloidal lap is offered. The arrangement scheme of the velocity vectors, the equation of relative sliding between the teeth of the tool and the workpiece derived from is constructed. The method of temperature calculation occurring at the moment of teeth grinding in a gear by screw hyperboloidal lap is considered.

Keywords: lapping, spiral hyperboloid lap, temperature, sliding speed, the gear, the surface footprint.