

УДК 621.914.2

В.Г. Нечепав, профессор, д-р техн. наук,**М.С. Мышов, аспирант***Донецкий национальный технический университет,**ул. Артема, 58, г. Донецк, Украина, 83000**opt@mech.dgtu.donetsk.ua***МОДЕЛЬ ДЕФОРМИРОВАНИЯ СТРУЖКИ ИНСТРУМЕНТОМ ПРИ ФРЕЗЕРОВАНИИ ПРОФИЛЬНЫХ ПАЗОВ**

Описывается модель деформирования элемента стружки при его повторном взаимодействии с инструментом при фрезеровании профильных пазов.

Ключевые слова: *профильные пазы, математическая модель, стружка, оболочка, точность обработки.*

Профильные пазы являются весьма нетехнологичными элементами конструкций из-за ограниченности пространства для размещения отделенной стружки. При этом они составляют значительную часть общего объема металлообработки в процессе изготовления станочного и других видов оборудования. Широкое применение и нетехнологичность конструкции таких пазов определяет актуальность поиска путей повышения точности их изготовления.

В [1] показано, что погрешность обработки профильных пазов в существенной степени определяется процессом повторного взаимодействия отделенной стружки с режущим инструментом.

Целью настоящей работы является разработка модели деформирования стружки, ориентированной на определение силовых факторов, воздействующих на режущий инструмент в процессе его повторного взаимодействия с отделенной стружкой при фрезеровании профильных пазов. Указанные силовые факторы обуславливают деформацию режущего инструмента и соответствующую погрешность обработки профильных пазов.

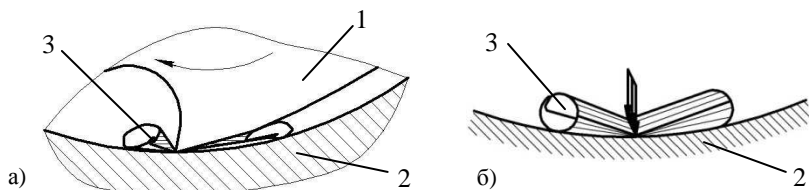


Рисунок 1 – Схематизация процесса деформирования (а) и расчётная схема для определения внутренних силовых факторов при повторном взаимодействии отделенной стружки с фрезой (б): 1 – фреза; 2 – обрабатываемый паз; 3 – стружка

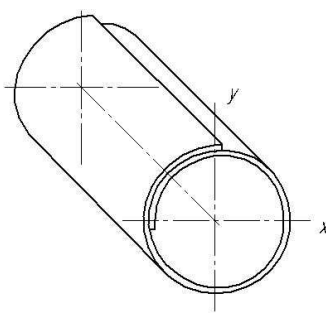
На рисунке 1 показана типовая схема процесса деформирования элемента стружки зубом фрезы при её повторном попадании в зону резания [1]. Исходя из представленной типовой схемы разработана математическая модель деформирования стружки инструментом в процессе фрезерования профильных пазов. При разработке модели приняты два основных допущения.

1. Элемент стружки может быть представлен в виде единичной замкнутой тонкостенной цилиндрической круговой оболочки.

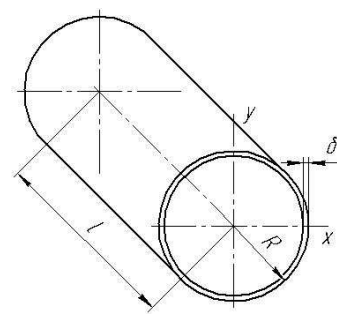
На рисунке 2, а представлен внешний вид элемента стружки, отделенный при фрезеровании Т-образного паза (до момента повторного взаимодействия с лезвием режущего инструмента). На рисунке 2, б представлена схематизация этого элемента в виде незамкнутой тонкостенной цилиндрической круговой оболочки со смещёнными краями.



а)



б)



в)

Рисунок 2 – Элемент стружки: а) фото единичного элемента отделенной стружки; б) схематическое представление элемента стружки; в) замкнутая тонкостенная цилиндрическая круговая оболочка

Одним из базовых разделов теории упругих деформируемых систем является расчёт замкнутых тонкостенных цилиндрических круговых оболочек. Условиями, согласно которым объект исследования может быть отнесён к замкнутой тонкостенной цилиндрической круговой оболочке (рисунок 2, в), являются:

- замкнутая цилиндрическая круговая форма объекта исследования;
- выполнение соотношения $\delta/R < 0.2$, где δ – толщина оболочки; R – внешний радиус цилиндрической круговой оболочки.

Исходя из этих условий, рассмотрим возможность представления элемента стружки в виде замкнутой тонкостенной цилиндрической круговой оболочки (рисунок 2, в).

Замена незамкнутой оболочки сплошной обосновывается высокой шероховатостью поверхностей элемента стружки и значительной относительной длиной контактирующих (перекрывающихся) поверхностей незамкнутой оболочки. Указанные факторы обуславливают значительные силы сцепления в зоне их контакта, препятствующие перемещению соприкасающихся поверхностей в процессе деформирования элемента стружки.

Выполнение соотношения $\delta/R < 0.2$. Для определения соотношения $\delta/R < 0.2$ при обработке Т-образных пазов фрезами в режимах, предусмотренных действующим стандартом [2], рассмотрим схему отделения стружки при фрезеровании Т-образного паза (см. рисунок 3). Здесь АВ и CD – зоны непосредственного отделения стружки, которые определяются аналитически при известных размерах предварительно профрезерованного прямоугольного паза дисковой фрезой и диаметра Т-образной фрезы. Тогда максимальный внешний радиус элемента стружки R равен

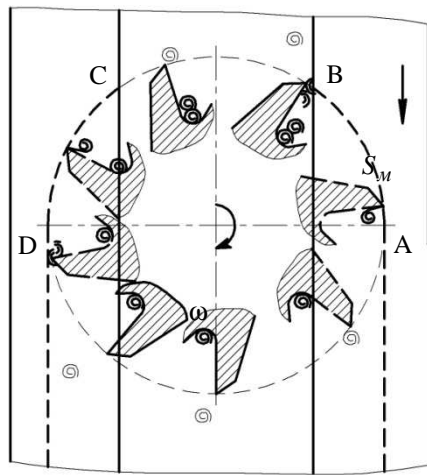


Рисунок 3 – Определение длин дуг АВ и CD для расчёта максимального внешнего радиуса получаемой стружки при фрезеровании профильного паза

$$R = \frac{BC}{2\pi} = \frac{DA}{2\pi}. \tag{1}$$

Максимальную толщину элемента стружки (максимальную ширину срезаемого слоя) определяет подача на зуб фрезы S_z , то есть

$$\delta_{\max} = S_z, \tag{2}$$

соответственно текущее значение толщины элемента стружки

$$\delta \leq S_z. \tag{3}$$

Длину отделённого элемента стружки можно определить из соотношения

$$l = \frac{l_{з.ф.}}{\cos \omega}, \tag{4}$$

где $l_{з.ф.}$ – длина зуба фрезы; ω – угол наклона стружечной канавки фрезы.

Результаты определения геометрических параметров стружки, полученной при обработке профильных пазов Т-образными фрезами (при значениях подачи на зуб S_z , предусмотренных ГОСТ [2]), представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Значения геометрических параметров стружки при обработке профильных пазов Т-образными фрезами

№ п/п	Диаметр фрезы, D , мм	Внешний радиус стружки, R , мм	Толщина стружки, δ , мм	Длина стружки, l , мм	Отношение δ/R
1	12.5	1.06	0.03	6.09	0.028
2	16	1.33	0.05	7.11	0.037
3	18	1.41	0.05	8.12	0.036
4	21	1.61	0.05	9.14	0.031
5	25	1.94	0.1	11.17	0.051
6	32	2.48	0.1	14.22	0.040
7	40	3.15	0.1	18.28	0.032
8	50	3.88	0.12	22.34	0.031
9	60	4.43	0.12	28.43	0.027
10	72	5.43	0.12	35.54	0.022
11	85	6.57	0.12	40.62	0.018
12	95	7.31	0.12	44.68	0.016

Анализ представленных данных позволяет сделать вывод о том, что соотношение $\delta/R < 0.2$ выполняется для всего диапазона значений геометрических и режимных параметров, предусмотренных соответствующим стандартом [2].

2. Опасным напряжением, при котором происходит разрушение стружки в процессе её повторного взаимодействия с режущим инструментом, является предел текучести материала обрабатываемого профильного паза.

Силы, формирующиеся при разрушении стружки в процессе её повторного взаимодействия с зубьями фрезы, обуславливают соответствующую деформацию режущего инструмента. А от деформации режущего инструмента в прямо пропорциональной зависимости находится погрешность обработки профильного паза.

Обоснованием рассматриваемого допущения является базовые положения теории упругости, в соответствии с которыми заметные остаточные деформации в пластичных материалах проявляются при значениях напряжения, соответствующих пределу текучести. То есть, опасным напряжением для пластичных материалов является предел текучести [3].

В качестве исходного уравнения для разработки модели деформирования стружки инструментом при фрезеровании профильных пазов принимаем дифференциальное уравнение общей теории расчёта круговых цилиндрических оболочек в развёрнутом виде [4]

$$\frac{\partial^8 \Phi}{\partial \xi^8} + 2 \frac{\partial^6}{\partial \xi^6} \left(2 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \nu \right) \Phi + \frac{\partial^4}{\partial \xi^4} \left(6 \frac{\partial^6}{\partial \theta^6} + 6 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + 1 \right) \Phi + 2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left[2 \frac{\partial^6}{\partial \theta^6} + (4 - \nu) \frac{\partial^4}{\partial \theta^4} + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] \Phi + \frac{\partial^4}{\partial \theta^4} \left(\frac{\partial^4}{\partial \theta^4} + 2 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + 1 \right) \Phi + 4\beta \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \xi^4} = 0. \quad (5)$$

В уравнении (5) $\Phi(\xi, \theta)$ – разрешающая функция, через которую определяются все силовые и деформационные факторы, β – геометрическая характеристика оболочки

$$\beta = \sqrt[4]{3(1 - \nu^2) \frac{R^2}{\delta^2}}, \quad (6)$$

где ν – коэффициент Пуассона.

Уравнение (5) описывает напряжённое состояние изгиба оболочки в продольном и кольцевом направлениях (описывает полубезмоментное напряжённое состояние изгиба оболочки в кольцевом направлении, и краевой эффект изгиба оболочки в продольном направлении).

Как следует из (5), математический аппарат расчёта внутренних силовых факторов в оболочке весьма сложный, а кроме того, корректное определение граничных условий при его использовании затруднительно. Поэтому от расчётной схемы в виде замкнутой тонкостенной цилиндрической круговой оболочки перейдем к расчётной схеме в виде балки на сплошном упругом основании.

В ряде источников, например в [4], показано сходство дифференциального уравнения изгиба балки на упругом основании

$$\frac{d^4 y}{d\xi^4} + \frac{\bar{k}L^4}{EI} y = 0 \quad (7)$$

и дифференциального уравнения изгиба оболочки

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{4\beta^4}{R^4} w = 0. \quad (8)$$

Сравнивая уравнение (7) с уравнением (8) устанавливаем зависимость между балочным параметром L и характеристикой оболочки β в виде

$$L = \frac{R}{\beta}. \quad (9)$$

Следовательно, для оболочки можно использовать расчётные уравнения балки на сплошном упругом основании, заменив только при этом изгибную жёсткость балки EI на цилиндрическую жёсткость D .

Таким образом, применительно к схеме (рисунок 1) представим элемент стружки в виде балки на сплошном упругом основании, нагруженную условно сосредоточенной поперечной силой P – силой, действующей со стороны режущего инструмента на элемент стружки (рисунок 4).

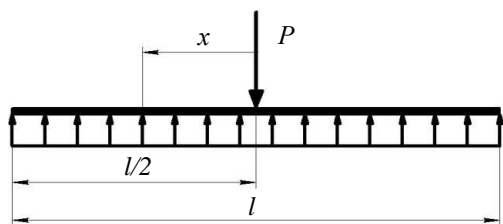


Рисунок 4 – Балка на упругом основании

Принимая начало координат посередине пролёта оболочки (в месте приложения сосредоточенной силы P), получаем $\vartheta_0 = 0$, $Q_1^0 = -\frac{P}{2}$, $w_0 \neq 0$, $M_1^0 \neq 0$. При $\xi = \frac{l}{2R}$, следовательно $M_1 = 0$, $Q_1 = 0$.

Тогда на основании уравнений изгибающего момента и поперечной силы [3]

$$M_1(\xi, \theta) = (M_1^0 \Phi_1 + \frac{R}{\beta} Q_1^0 \Phi_2 - \frac{E\delta}{\beta^2} w_0 \Phi_3 - \frac{ER\delta}{\beta^3} \vartheta_0 \Phi_4 + \sum \frac{R}{\beta} P \Phi_2^* + \sum \int \frac{R}{\beta} q \Phi_2^* dx_0) \cos n\theta, \quad (10)$$

$$Q_1(\xi, \theta) = (Q_1^0 \Phi_1 - \frac{E\delta}{R\beta} w_0 \Phi_2 - \frac{E\delta}{\beta^2} \vartheta_0 \Phi_3 - \frac{4\beta}{R} M_1^0 \Phi_4 + \sum P \Phi_1^* + \sum \int q \Phi_1^* dx_0) \cos n\theta. \quad (11)$$

При $M_1(\xi = \frac{l}{2R}) = 0$ уравнение (10) принимает вид

$$M_1^0 \Phi_1 - \frac{E\delta}{\beta^2} w_0 \Phi_3 = \frac{R}{\beta} \frac{P}{2} \Phi_2. \quad (12)$$

При $Q_1(\xi = \frac{l}{2R}) = 0$ уравнение (11) принимает вид

$$\frac{4\beta}{R} M_1^0 \Phi_4 + \frac{E\delta}{R\beta} w_0 \Phi_2 = -\frac{P}{2} \Phi_1. \quad (13)$$

То есть, из (12) и (13) получаем систему уравнений

$$\begin{cases} M_1^0 \Phi_1 - \frac{E\delta}{\beta^2} w_0 \Phi_3 = \frac{R}{\beta} \frac{P}{2} \Phi_2; \\ \frac{4\beta}{R} M_1^0 \Phi_4 + \frac{E\delta}{R\beta} w_0 \Phi_2 = -\frac{P}{2} \Phi_1. \end{cases} \quad (14)$$

После ряда математических преобразований из системы уравнений (14) получаем значения неизвестных

$$w_0 = -\frac{PR\beta(\Phi_1^2 + 4\Phi_2\Phi_4)}{2E\delta(\Phi_1\Phi_2 + 4\Phi_3\Phi_4)} = -\frac{PR\beta}{2E\delta} \frac{\Phi_1^2 + 4\Phi_2\Phi_4}{\Phi_1\Phi_2 + 4\Phi_3\Phi_4} = -\frac{PR\beta}{2E\delta} k_5, \quad (15)$$

$$M_1^0 = \frac{PR(\Phi_2^2 - \Phi_1\Phi_3)}{2\beta(\Phi_1\Phi_2 + 4\Phi_3\Phi_4)} = \frac{PR}{2\beta} \frac{(\Phi_2^2 - \Phi_1\Phi_3)}{(\Phi_1\Phi_2 + 4\Phi_3\Phi_4)} = \frac{PR}{4\beta} k_6. \quad (16)$$

В длинных оболочках, когда аргумент функции Крылова $\beta \frac{l}{2R} > \frac{3}{2}\pi$, коэффициенты начальных параметров $k_5 = k_6 = 1$.

Тогда

$$w_0 = -\frac{PR\beta}{2E\delta}, \quad (17)$$

$$M_1^0 = \frac{PR}{4\beta}. \quad (18)$$

Представим сосредоточенную силу P в виде нагрузки равномерно распределённой по дуге малого угла $2\theta_0$, то есть считаем $q = \frac{P}{2R\theta_0}$.

Тогда полагая $\sin n\theta_0 = \theta_0$, получаем

$$A_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\theta_0} f(\theta) d\theta = \frac{q}{\pi} \int_0^{\theta_0} d\theta = \frac{q\theta_0}{\pi} = \frac{P}{2\pi R}, \quad (19)$$

$$A_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\theta_0} f(\theta) \cos n\theta d\theta = \frac{2q}{\pi} \int_0^{\theta_0} \cos n\theta d\theta = \frac{2q}{n\pi} \sin n\theta = \frac{2q\theta_0}{\pi} = \frac{P}{\pi R}. \quad (20)$$

Следовательно, сосредоточенная сила раскладывается в ряд вида

$$P(\theta) = \frac{P}{2\pi R} + \frac{P}{\pi R} \sum_{n=1}^{\infty} \cos n\theta. \quad (21)$$

Для расчёта элемента стружки достаточно взять два члена ряда для того, чтобы получить необходимую нагрузку.

Тогда значение сосредоточенной силы при $n = 1$ и $\theta = 0$

$$P(\theta) = \frac{P}{2\pi R} + \frac{P}{\pi R} \sum_{n=1}^{\infty} \cos(n \cdot 0) = \frac{P}{2\pi R} + \frac{P}{\pi R} = \frac{P+2P}{2\pi R} = \frac{3P}{2\pi R}. \quad (22)$$

Выражения (17) и (18) подставляем в уравнение (10) и получаем уравнение моментов с учетом разложения сосредоточенной силы в ряд Фурье

$$\begin{aligned} M_1(\xi, \theta) &= \sum \left(\frac{P(\theta)R}{4\beta} \Phi_1 - \frac{R}{\beta} \frac{P(\theta)}{2} \Phi_2 + \frac{E\delta}{\beta^2} \frac{P(\theta)R\beta}{2E\delta} \Phi_3 \right) \cos n\theta = \\ &= \sum \left(\frac{P(\theta)R}{4\beta} \Phi_1 - \frac{P(\theta)R}{2\beta} \Phi_2 + \frac{P(\theta)R}{2\beta} \Phi_3 \right) \cos n\theta = \\ &= \sum \frac{P(\theta)R}{4\beta} (\Phi_1 - 2\Phi_2 + 2\Phi_3) \cos n\theta = \sum \frac{P(\theta)R}{4\beta} U(\beta\xi). \end{aligned} \quad (23)$$

Нормальные напряжения в сечении стружки

$$\sigma(\xi, \theta) = \frac{M_1(\xi, \theta)}{W} = \frac{1}{W} \sum \frac{P(\theta)R}{4\beta} U(\beta\xi) = \frac{1}{\pi R^2 \delta} \sum \frac{P(\theta)R}{4\beta} U(\beta\xi), \quad (24)$$

где $W = \pi R^2 \delta$ – момент сопротивления сечения элемента стружки.

Из анализа формулы (23) видно, что наибольший изгибающий момент M_{\max} имеет место в начале координат. Следовательно, и наибольшие нормальные напряжения σ_{\max} имеют место в этой же зоне, то есть

$$M_{\max} = M_1(0,0) = \frac{3PR}{2\pi R 4\beta} = \frac{3P}{8\pi\beta}, \quad (25)$$

и соответственно

$$\sigma_{\max} = \frac{M_1(0,0)}{W} = \frac{3P}{8\pi^2 \beta R^2 \delta}. \quad (26)$$

Таким образом, принимая в качестве разрушающего напряжения предел текучести материала обрабатываемого паза, можно определить значение силы, обуславливающей деформацию фрезы и соответствующую погрешность обработки профильного паза.

Ограничениями представленной математической модели (исходя из изложенного выше) являются:

- геометрические параметры фрез для фрезерования профильных пазов, предусмотренные стандартом [2] ($D_{\text{фрезы}} = 12.5 \dots 95$ мм);
- режимные параметры процесса фрезерования профильных пазов, предусмотренные стандартом [2] (диапазон подачи на зуб фрезы $S_z = 0.03 \dots 0.12$ мм/зуб);
- физико-механические свойства обрабатываемых материалов (марки стали, которые по действующей классификации могут быть отнесены к пластичным материалам).

Выводы.

1. На основе математического аппарата базовых разделов механики упругих деформированных систем (общей теории расчёта тонкостенных цилиндрических круговых оболочек и теории балки на упругом основании) разработана математическая модель деформирования стружки при повторном её взаимодействии с режущим инструментом в процессе фрезерования профильных пазов. Модель ориентирована на установление и вычисление внутренних силовых факторов, определяющих деформацию режущего инструмента, которая, в свою очередь, обуславливает погрешность обработки профильных пазов.

2. Приняты и обоснованы основные допущения и ограничения для разработки и использования модели деформирования стружки при повторном её взаимодействии с режущим инструментом при фрезеровании профильных пазов.

Библиографический список используемой литературы

1. Нечепаев В.Г. Анализ повторного взаимодействия стальной стружки с инструментом при фрезеровании профильных пазов / В.Г. Нечепаев, А.Н. Гнисько, М.С. Мышов // Надежность инструмента и оптимизация технологических систем: сб. науч. тр. — Краматорск, 2011. — Вып. 28. — С. 32–38.
2. ГОСТ 7063–72 (СТ СЭВ 115–79). Фрезы для обработки Т-образных пазов. Технические условия. — Взамен ГОСТ 7063 – 63; введ. 01.01.74. — М.: Изд-во стандартов, 1972. — 12 с.
3. Писаренко Г.С. Сопротивление материалов / Г.С. Писаренко. — Киев: Вища школа. Головное изд-во, 1979. — 696 с.

4. Шевченко Ф.Л. Механіка пружних деформівних систем. Частина 2. Складний напружений стан: навч. посібник / Ф.Л. Шевченко. — Донецьк: ДонНТУ, 2007. — 306 с.

Поступила в редакцію 19.03.2013 г.

Нечераев В.Г., Мишов М.С. Модель деформування стружки інструментом при фрезеруванні профільних пазів

У статті описується модель деформування елемента стружки при її повторній взаємодії з інструментом при фрезеруванні профільних пазів.

Ключові слова: профільні пази, математична модель, стружка, оболонка, точність обробки.

Necheraev V.G., Myshov M.S. The model of chip deformation with cutting tool when milling profile slots

In this article deformation model of chip element is described by its repeated interaction with cutting tool when milling profile slots.

Keyword: profile slots, mathematical model, chip, shell, working accuracy.